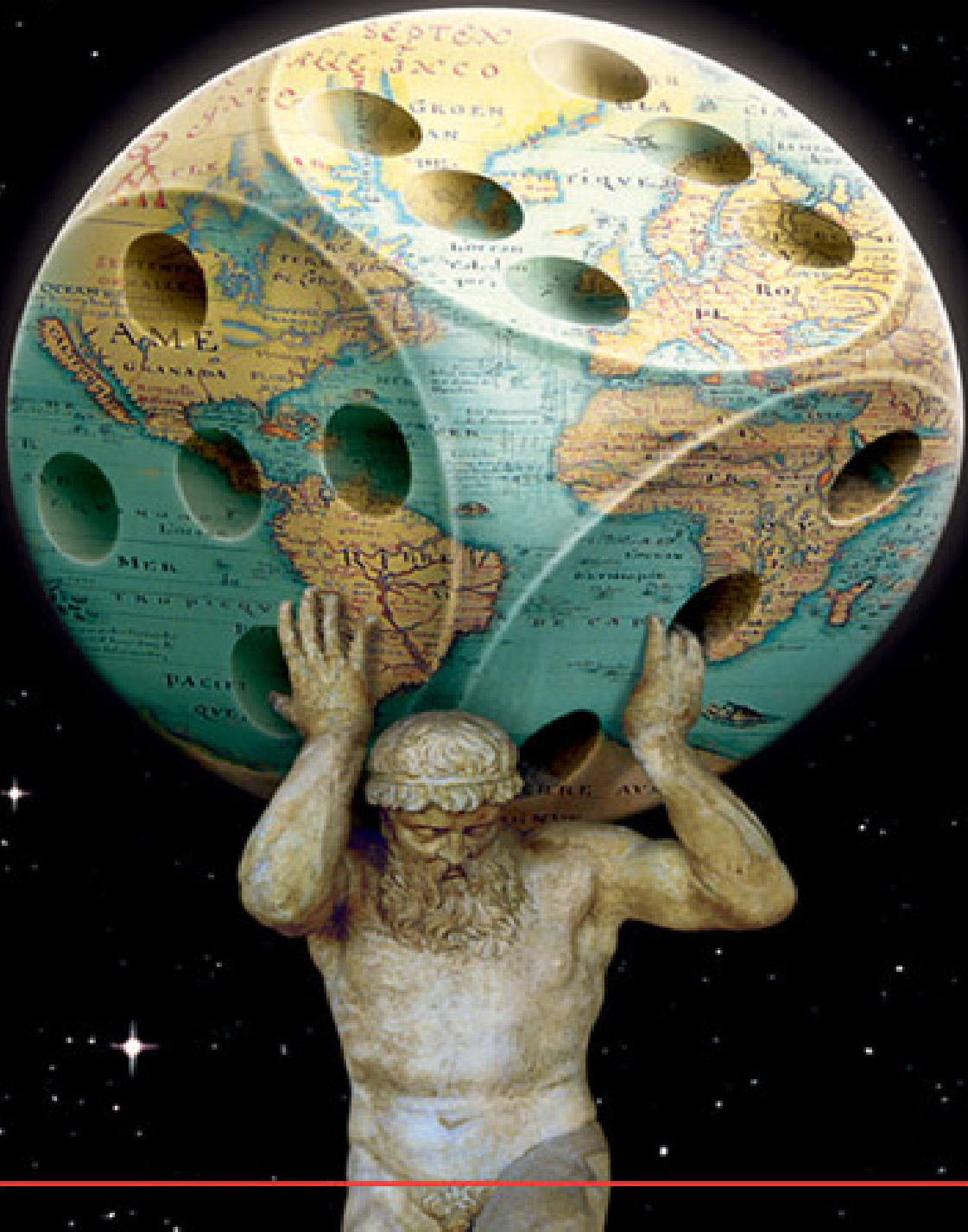
BIZNES HORYZONTY

# PRZECIW BOGOM

PETER L. BERNSTEIN



# Przeciw bogom

*Niezwykłe dzieje ryzyka*

# Peter L. Bernstein

Przełożyli Tadeusz Baszniak i Patryk Borzęcki

Warszawa 2013

KURHAUS PUBLISHING

Tytuł oryginału: Against The Gods. The Remarkable Story of Risk
Copyright © 1996 by Peter L. Bernstein
Reproduction or translation of any part of this work beyond that permitted by Section 107 or 108 of the 1976 United States Copyright Act without the permission of the copyright owner is unlawful. Requests for permission or further information should be addressed to the Permissions Department, John Wiley & Sons, Inc.
All rights reserved.The translation published under license with the original publisher John Wiley & Sons, Inc.

Wydanie polskie Kurhaus Publishing Kurhaus Media sp. z o.o. sp.k.
Prawa do tłumaczenia: Kurhaus Publishing Kurhaus Media sp. z o.o. sp.k.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

Opracowanie graficzne i projekt okładki: Dariusz Krupa

Opracowanie redakcyjne i korekta: Dobrochna Kędzierska, Elżbieta Lipińska (El-Kor)

Redakcja naukowa: Grzegorz Łętocha

Opracowanie typograficzne i łamanie: Marek Wójcik

Tłumaczenie:
Części: pierwsza–trzecia – Tadeusz Baszniak
Części: czwarta–piąta – Patryk Borzęcki

ISBN 978–83–63993–99-3

Kurhaus. Dobre ścieżki literatury
www.kurhauspublishing.com
Kurhaus Publishing Kurhaus Media sp. z. o.o. sp.k.
02–797 Warszawa, ul. Klimczaka 7/50
Dział sprzedaży:
kontakt@kurhauspublishing.com, tel. 0531055705

*Dla Petera Brodsky'ego*

# Przedmowa

Od amerykańskiego wydania publikacji Petera L. Bernsteina zatytułowanej **Przeciw bogom. Niezwykłe dzieje ryzyka** minęło piętnaście lat. W tym czasie w gospodarce światowej, europejskiej, a także polskiej wiele się wydarzyło i mogłoby się wydawać, że po tylu latach książka stała się nieaktualna. Jednak jest inaczej. **Przeciw bogom.Niezwykłe dzieje ryzyka** to pozycja wyjątkowa i ponadczasowa. Autor zmierzył się w niej z problematyką ryzyka, wykraczając daleko poza ekonomię i finanse. Publikacja stała się bestsellerem, na całym świecie sprzedano ponad pół miliona egzemplarzy.

Peter L. Bernstein urodził się w Nowym Jorku w 1919 roku w rodzinie doradcy finansowego. Był oficerem wywiadu wojskowego podczas drugiej wojny światowej, doradcą Fedu i wykładowcą na Harvardzie. Od 1951 roku zarządzał aktywami klientów firmy, którą przejął po ojcu. Odpowiadał za portfele inwestycyjne o wartości liczonej w miliardach dolarów. W 1973 roku zrezygnował z tej aktywności na rzecz kariery wykładowcy akademickiego i popularyzatora wiedzy ekonomicznej. We wspomnieniach, które ukazywały się po jego śmierci na łamach wielu prestiżowych amerykańskich dzienników i tygodników oraz fachowych periodyków, dominowała opinia, że Bernstein, wykorzystując doświadczenie profesjonalnego inwestora i rozległą wiedzę historyczną, potrafił doskonale komunikować się z różnymi gremiami czytelników i słuchaczy. Opublikował wiele książek z dziedziny ekonomii i finansów oraz niezliczoną liczbę artykułów zarówno w prasie fachowej, jak i popularnej. Wydawał opiniotwórczy newsletter skierowany do profesjonalnych graczy rynku inwestycyjnego, ale chętnie czytany i komentowany również przez naukowców i polityków. Peter L. Bernstein, znakomity znawca i praktyk zarządzania ryzykiem, gorący zwolennik mierzenia i dywersyfikacji ryzyka jako metody minimalizowania strat, ale i pokorny wobec historii badacz jego

dziejów, poświęcił dziesięciolecia na zgłębienie natury i wyjaśnienie roli ryzyka w procesach gospodarczych.
Bernstein w swojej książce podzielił historię ryzyka na trzy etapy. Pierwszy – od starożytności do renesansu – był domeną astronomów, matematyków i filozofów. Wierząc głęboko, że przyszłość jest w rękach bogów, w zasadzie nie zajmowali się nią zupełnie, skupiając się na próbach wyjaśniania bieżących zjawisk i problemów badawczych. Oczywiście również w tamtych czasach ludzie podejmowali decyzje, których konsekwencje poznawali w przyszłości, ale nie rozumieli istoty ryzyka i natury podejmowania tych decyzji. Gdy jednak zrobili krok od mistycyzmu do realizmu, rozpoczynając drugi etap w dziejach ryzyka, stanęli przed możliwością prognozowania przyszłości za pomocą liczb. Racjonalizm podpowiadał, że za pomocą odpowiednich obliczeń można określić prawdopodobieństwo zdarzeń w przyszłości. Uznawano, że na podstawie racjonalnych przesłanek ludzie podejmują racjonalne decyzje. Opublikowanie wyników pracy Pascala nad teorią prawdopodobieństwa spowodowało falę innowacyjnych badań, które opierały się przede wszystkim na informacji. Ilościowe techniki kontrolowania ryzyka umożliwiły w osiemnastym wieku powstanie pierwszych ubezpieczeń, zaczęła rozwijać się również statystyka. Pewność, z jaką racjonalizm zaprzęgał dane z przeszłości do prognozowania przyszłości, legła jednak w gruzach. „Po dramacie pierwszej wojny światowej prysnął sen o zgłębieniu przez człowieka wszelkich tajemnic oraz o zastąpieniu niepewności przez pewność. Zamiast tego gwałtowny rozwój wiedzy uczynił życie jeszcze bardziej niepewnym, a świat jeszcze trudniejszym do ogarnięcia” – napisał Bernstein, określając cezurę trzeciego etapu w dziejach ryzyka. Etapu niepewności, który trwa do dziś.
Za uznanymi autorytetami autor wskazuje na wpływ natury ludzkiej na szacowanie ryzyka. Keynes odrzucił wszelkie próby matematycznego opisu ludzkiego zachowania, twierdząc, że większość decyzji człowiek podejmuje instynktownie. Freud ogłosił, że nieracjonalność jest cechą wrodzoną gatunku ludzkiego. Ten pierwszy zakończył erę ekonomii klasycznej, ten drugi – zapoczątkował zupełnie nową erę w badaniach nad naturą ludzką.

Badacze zdali sobie sprawę, że podjęcie decyzji, obarczone niewiedzą i niepewnością, to dopiero początek procesu, ponieważ ważniejsze od samej decyzji są jej konsekwencje. Matematycy i filozofowie musieli przyznać, że nieprzewidywalność jest stałym elementem ich badań, bo jest też stałym elementem rzeczywistości. Wiek dwudziesty przyniósł nienotowany nigdy wcześniej postęp w rozwoju metod ilościowych, a mierzenie i analizowanie ryzyka oraz prognozowanie przyszłych trendów stało się powszechne w branży finansowej. Komputery pozwoliły na przetwarzanie takiej ilości danych, że ludzie siedzący przed monitorami nabrali przekonania, że znów mają wszystko pod kontrolą.

Gdy instytucje finansowe i profesjonalni doradcy stali się głównymi graczami na rynku, innowacje okazały się nieuniknione. Bernstein lubił powtarzać za Alfredem Lordem Tennysonem, że lepiej kochać i nawet stracić ukochaną, niż w ogóle nie zaznać miłości. Innymi słowy, że bogactwo i przedsiębiorczość rodzą się dzięki ludzkiej skłonności do ryzyka i są warte tego, że musimy je ponieść. Zauważył jednak, że na rynku finansowym pojawia się coraz więcej produktów pozwalających przenieść ryzyko z osób cechujących się awersją do ryzyka (albo strat) na tych, którzy gotowi są je zaakceptować, licząc na dodatkowy zysk. Rozwój rynku instrumentów pochodnych to – zdaniem jednych – kolejny krok w podejściu do kontrolowania ryzyka, a według innych – kolejny krok w komplikowaniu sobie życia.

Sam Bernstein był zwolennikiem rozsądnej regulacji rynków i rozsądnego udziału wydatków publicznych w gospodarce. Twierdził, że przyczyną współczesnych kryzysów była powszechna nadmierna skłonność do ryzyka. Wiele instytucji (a właściwie pracujący w nich ludzie) chętnie rezygnowało z pewnej straty na rzecz spekulacji, która mogła przynieść zysk, ale która mogła równie dobrze stratę pogłębić. Lekcję tę świat powinien był odrobić po serii spektakularnych wpadek renomowanych amerykańskich instytucji finansowych na transakcjach derywatami w połowie lat dziewięćdziesiątych.

Wszystko wskazuje na to, że kolejny globalny kryzys, który rozpoczął się jesienią 2008 roku, a który dziś pojawił się z nową siłą, uwypuklił

dylemat, z którym zmagali się na przestrzeni dziejów badacze natury ryzyka. Wszyscy – od drobnego sklepikarza aż po szefa wielkiej międzynarodowej instytucji – chcieliby posiąść sekret kontrolowania ryzyka. Nie ulega również wątpliwości, że jest to zagadnienie, które znajduje się w centrum zainteresowania banków centralnych i ministerstw finansów na całym świecie. Zdają sobie one sprawę, że w warunkach postępującej globalizacji płynność finansowa instytucji przekłada się na płynność finansową gospodarki światowej.
Jak więc znaleźć równowagę między bezpieczeństwem a rozwojem? Bernstein w swojej książce nie daje jednoznacznej odpowiedzi, ale bez wątpienia wnosi znaczący wkład w zrozumienie istoty ryzyka, konsekwencji dokonywanych wyborów oraz szans realizacji założeń i planów. Pozwala czytelnikowi spojrzeć na problem z perspektywy historycznej, przecież to historia jest nauczycielką życia.

*Sławomir S. Sikora,*
*wrzesień 2011*

**Sławomir S. Sikora** – współautor transformacji sektora finansowego po 1989 roku. Od ponad 20 lat menedżer w zarządach banków notowanych na GPW. Obecnie prezes banku Citi Handlowy, którego głównym udziałowcem jest Citigroup.

# Podziękowania

Pomysł napisania książki o ryzyku podsunął mi świętej pamięci Erwin Glickes, ówczesny prezes wydawnictwa Free Press. Erwin należał do ludzi, którzy promieniują na swoje otoczenie niezwykłą energią, siłą przekonywania i urokiem osobistym. Uważał, że moje wieloletnie doświadczenie profesjonalnego inwestora daje mi wystarczające kwalifikacje, by podjąć się nakreślonego przez niego zadania. Miałem się wkrótce przekonać, że, jak się słusznie obawiałem, ryzyko nie zaczyna się i nie kończy na parkiecie giełdy nowojorskiej.

Rozległość problematyki jest zatrważająca. Ryzyko wiąże się bowiem z najbardziej fundamentalnymi aspektami psychologii, matematyki, statystyki i historii. Literatura przedmiotu jest ogromna, a nagłówki prasowe przynoszą codziennie nowe, interesujące informacje. Musiałem zatem dokonać selekcji materiału. Ufam, że jeśli pominąłem w tej pracy jakiekolwiek istotne aspekty problematyki ryzyka, było to wynikiem podjętych przeze mnie decyzji, a nie zwykłego niedopatrzenia.

W porównaniu z moimi wcześniejszymi książkami powodzenie tego projektu było w dużo większym stopniu zależne od pomocy innych ludzi. Starzy przyjaciele, jak również zupełnie obcy ludzie specjalizujący się w najrozmaitszych gałęziach nauki, nie szczędzili mi swoich cennych rad, a także krytycznych uwag i inspirujących wskazówek. W tym przypadku liczba kucharek przyczyniła się niewątpliwie do powodzenia całego przedsięwzięcia. Winien jestem im wszystkim głęboką wdzięczność. Bez ich pomocy książka ta nie mogłaby powstać.

Zwyczaj każe, by wyrazy wdzięczności dla małżonków i wydawców umieszczać na końcu listy podziękowań; postanowiłem jednak, że w tym przypadku muszę wspomnieć najpierw o mojej żonie i moim wydawcy. Jest to przywilej, na który z pewnością sobie zasłużyli. Barbarze, mojej żonie i wspólnikowi, zawdzięczam wiele inspirujących pomysłów, wnikliwych analiz i twórczych uwag

krytycznych, które miały istotne znaczenie dla całego przedsięwzięcia; jej wpływ jest widoczny niemal na każdej stronie tej książki. Ponadto starania Barbary, by prace nad książką nie naruszyły rytmu naszego codziennego życia, pozwoliły mi nie przekroczyć granicy dzielącej porządek od chaosu.

Myles Thompson z wydawnictwa Wiley odegrał kluczową rolę w realizacji tego projektu. Miałem przywilej korzystać z jego rozległej wiedzy edytorskiej, doświadczać zaraźliwego entuzjazmu, z jakim nadzorował moje prace nad książką, i słuchać profesjonalnych wskazówek, których mi udzielał. Koledzy Mylesa z wydawnictwa Wiley nawiązali ze mną od początku wszechstronną współpracę. Redaktorskie poprawki Everetta Simsa skłoniły mnie do precyzyjnego sformułowania myśli w tych fragmentach tekstu, gdzie wkradły się pewne niejasności, a jego mistrzowski skalpel usunął z rękopisu wiele usterek, bez najmniejszego uszczerbku dla treści książki.

Muszę również wspomnieć o kilku ludziach, których pomoc daleko wykraczała poza zakres ich obowiązków. Mam szczególny dług wdzięczności wobec Petera Dougherty'ego, który podsunął mi wiele nieocenionych uwag i wskazówek. Mark Kritzman był niestrudzonym przewodnikiem po meandrach metod matematycznych i statystycznych. Richard Rogalski i jego współpracownicy z Baker Library w Darthmouth oszczędzili mi mnóstwo czasu, udostępniając na odległość zasoby swojej biblioteki; poczucie humoru Richarda i jego zapał sprawiły mi nie mniejszą satysfakcję niż możliwość korzystania z jego wspaniałomyślnej pomocy. Martin Leibowitz podarował mi cenne materiały, które bardzo wzbogaciły treść tej książki. Richard i Edith Sylla prowadzili wytrwałe poszukiwania w najtrudniej dostępnych źródłach. Stanley Kogelman udzielał mi wartościowych konsultacji z zakresu rachunku prawdopodobieństwa. Leora Klapper była wręcz idealną asystentką do prac badawczych: wytrwała, pełna zapału, wnikliwa i punktualna.

Molly Baker, Peter Brodsky, Robert Ferguson, Richard Geist i William Lee znaleźli czas, by przeczytać fragmenty wcześniejszych wersji rękopisu. Udzielili mi też natychmiast pierwszych wskazówek, które były mi bardzo potrzebne, by przetworzyć surowy szkic w ostateczną wersję tekstu.

Oto inne osoby, które wniosły znaczący wkład do mojej pracy i zaskarbiły sobie moją głęboką wdzięczność: Kenneth Arrow, Gilbert Basset, William Baumol, Zalmon Bernstein, Doris Bullard, Paul Davidson, Donald Dewey, David Durand, Barbara Fotinatos, James Fraser, Greg Hayt, Roger Hertog, Victor Howe, Bertrand Jacquillat, Daniel Kahneman, Mary Kentouris, Mario Laserna, Dean LeBaron, Michelle Lee, Harry Markowitz, Morton Meyers, James Norris, Todd Petzel, Paul Samuelson, Robert Shiller, Charles Smithson, Robert Solow, Meir Statman, Marta Steele, Richard Thaler, James Tinsley, Frank Trainer, Amos Tversky* i Marina von N. Whitman.
Osiem osób podjęło się obowiązku przeczytania całego rękopisu i dało mi okazję do skorzystania ze swoich wnikliwych uwag krytycznych i wskazówek. Każda z nich, na swój sposób, zasłużyła na słowa uznania za wszelkie udoskonalenia treści i stylu tej książki, nie ponosząc żadnej odpowiedzialności za ewentualne nieścisłości, jakie się w niej ostały. Oto nazwiska tych osób: Theodore Aronson, Peter Brodsky, Jay Eliasberg, Robert Heilbroner, Peter Kinder, Charles Kindlberger, Mark Kritzman i Stephen Stigler.
Na koniec pragnę podziękować moim nieżyjącym rodzicom, Allenowi M. Bernsteinowi i Irmie L. Davis, za to, że natchnęli mnie zapałem, dzięki któremu ta książka mogła powstać.

*Peter L. Bernstein*

* Amos Tversky, jedna z centralnych postaci, o których traktują rozdziały 1 i 2 części piątej, zmarł nieoczekiwanie właśnie wtedy, gdy niniejsza książka miała zostać skierowana do druku.

# Wprowadzenie

Co odróżnia tysiąclecia dawnych dziejów od tego, co nazywamy nowożytnością? W odpowiedzi na to pytanie nie wystarczy wymienić rozwoju nauki, techniki, kapitalizmu i demokracji. W dawnych epokach nie brakowało znakomitych badaczy przyrody, matematyków, wynalazców, inżynierów i filozofów polityki. Setki lat przed narodzeniem Chrystusa sporządzono mapę nieba, zbudowano Bibliotekę Aleksandryjską, prowadzono wykłady z geometrii euklidesowej. Zapotrzebowanie na technologiczne innowacje w dziedzinie zbrojeń było równie duże jak w czasach obecnych. Węgiel, nafta, żelazo i miedź służyły istotom ludzkim od tysięcy lat, a podróże i wymiana informacji były zjawiskiem występującym od zarania pisanych dziejów cywilizacji.

Rewolucyjną ideą, która wyznacza cezurę między nowożytnością a wcześniejszymi epokami historycznymi, jest idea kontrolowania ryzyka: pogląd, że przyszłość nie jest jedynie kaprysem bogów, a ludzie nie są bezradni wobec sił przyrody. Dopóki istoty ludzkie nie zdołały odkryć drogi, która pozwoliła im przekroczyć ową granicę, przyszłość była tylko zwierciadłem przeszłości lub mroczną domeną wyroczni i wróżbitów, którzy zazdrośnie strzegli swego monopolu na wiedzę o przewidywanym biegu wydarzeń.

Ta książka opowiada o dziejach grupy myślicieli, którzy dzięki swej niezwykłej przenikliwości znaleźli odpowiedź na pytanie, jak zaprząc przyszłość w służbę teraźniejszości. Objaśniając ludziom, jak rozumieć ryzyko, jak je mierzyć i oceniać jego konsekwencje, uczynili z podejmowania ryzyka jeden z podstawowych katalizatorów rozwoju nowoczesnego zachodniego społeczeństwa. Niczym Prometeusz rzucili wyzwanie bogom i zstąpili w ciemność w poszukiwaniu światła, które miało sprawić, że przyszłość stała się szansą, a nie zagrożeniem. Dzięki przemianie postaw wobec poskramiania ryzyka, do której otworzyły drogę ich odkrycia, ludzka namiętność uprawiania gier hazardowych i przyjmowania zakładów znalazła ujście w rozwoju gospodarczym, dążeniu do poprawy warunków życia i postępie technicznym.

Definiując procedurę racjonalnego podejmowania ryzyka, owi pionierscy badacze dostarczyli brakujący składnik, który miał utorować nauce i przedsiębiorczości drogę do świata zawrotnej szybkości, energii, błyskawicznej wymiany informacji i wyrafinowanych operacji finansowych, które są charakterystyczną cechą naszych czasów. Dokonane przez nich odkrycia dotyczące natury ryzyka, a także nauki i sztuki podejmowania decyzji legły u podstaw współczesnej gospodarki rynkowej, do której starają się dobiec narody ze wszystkich kontynentów ziemskiego globu. Pomimo wszystkich problemów i zagrożeń, które jej towarzyszą, gospodarka wolnorynkowa zapewniła ludzkości dużo większy dostęp do wszelkich dobrodziejstw życia.
Umiejętność formułowania precyzyjnych prognoz dotyczących ewentualnego przebiegu przyszłych zdarzeń i dokonywania wyborów między rozmaitymi możliwościami jest najistotniejszym aspektem życia współczesnych społeczeństw. Kontrolowanie ryzyka wyznacza kierunek naszych działań w tak różnorodnych dziedzinach wiążących się z podejmowaniem decyzji, jak alokacja zasobów pieniężnych, tworzenie systemu powszechnej opieki zdrowotnej, prowadzenie wojny, planowanie rodziny, wpłacanie składek ubezpieczeniowych, montowanie pasów bezpieczeństwa w samochodach, sadzenie kukurydzy i marketing płatków kukurydzianych.
W dawnych czasach narzędzia, którymi posługiwano się w rolnictwie, przemyśle, zarządzaniu przedsiębiorstwem i wymianie informacji, były bardzo proste. Psuły się bardzo często, ale można je było zreperować, nie wzywając hydraulika, elektryka czy specjalisty od komputerów albo księgowych i doradców inwestycyjnych. Defekty występujące w jednej dziedzinie rzadko wywierały bezpośredni wpływ na inne obszary. Narzędzia, którymi posługujemy się obecnie, są bardzo skomplikowane, a wszelkie usterki mogą przybrać katastrofalne rozmiary i mieć dalekosiężne konsekwencje. Musimy nieustannie zdawać sobie sprawę z prawdopodobieństwa wystąpienia awarii i błędów. Bez umiejętności posługiwania się teorią prawdopodobieństwa i innymi instrumentami służącymi do kontrolowania ryzyka inżynierowie nie mogliby nigdy projektować mostów łączących brzegi najszerszych rzek, nasze domostwa byłyby

nadal ogrzewane kominkami i piecami, urządzenia elektryczne nie weszłyby do powszechnego użytku, choroba Heinego-Medina skazywałaby dzieci na kalectwo, samoloty nie unosiłyby się w powietrze, a podróże kosmiczne byłyby tylko próżnym marzeniem*.
Gdyby nie istniały rozmaite formy ubezpieczeń, śmierć żywiciela rodziny skazywałaby jego najbliższych na nędzę lub korzystanie z pomocy instytucji dobroczynnych, rzesze ludzi nie miałyby dostępu do opieki zdrowotnej, a tylko najzamożniejsi mogliby sobie pozwolić na posiadanie własnego domu. Gdyby rolnicy nie mogli sprzedawać zebranych zbóż po cenach, które zostały ustalone przed żniwami, dostarczaliby na rynek znacznie mniej żywności.
Gdyby nie powstały płynne rynki kapitałowe, które stwarzają właścicielom oszczędności możliwość dywersyfikacji ryzyka, gdyby inwestorzy mogli nadal posiadać akcje tylko jednej spółki (jak to miało miejsce w początkach kapitalizmu), wielkie, dynamiczne przedsiębiorstwa, które są zjawiskiem charakterystycznym dla naszych czasów – takie spółki, jak Microsoft, Merck, DuPont, Alcoa, Boeing i McDonald's – nie mogłyby nigdy powstać. Umiejętność kontrolowania ryzyka wraz ze skłonnością do ryzykownych przedsięwzięć i podejmowania dalekowzrocznych decyzji są podstawowymi składowymi siły, która jest motorem rozwoju systemu gospodarczego.
Nowożytna koncepcja ryzyka ma swoje źródło w indoarabskim systemie liczbowym, który rozpowszechnił się w świecie zachodnim przed siedmioma lub ośmioma wiekami. Poważne badania nad ryzykiem podjęto jednak dopiero w dobie renesansu, kiedy ludzie uwolnili się od więzów przeszłości i otwarcie zakwestionowali ugruntowane od wieków poglądy. Działo się to w czasach, kiedy znaczne obszary kuli ziemskiej nie zostały jeszcze odkryte, a złoża bogactw naturalnych nie zostały poddane eksploatacji. Były to czasy wojen religijnych, rodzącego się kapitalizmu i eksploratorskiego podejścia do nauki i przyszłości.
W roku 1654, w okresie pełnego rozkwitu renesansu, kawaler de Mere, francuski szlachcic, który z zamiłowania był hazardzistą i matematykiem, rzucił wyzwanie słynnemu francuskiemu matematykowi Błażejowi Pascalowi, zadając mu pewną zagadkę.

Chodziło o to, jak podzielić zgromadzoną pulę w pewnej niedokończonej grze losowej, kiedy jeden z graczy wyprzedza rywala o jedno posunięcie. Owa zagadka wprawiała w zakłopotanie matematyków już od dwóch stuleci, kiedy po raz pierwszy została sformułowana przez mnicha Lucę Paciolego. Pacioli był człowiekiem, który zwrócił uwagę ówczesnym menedżerom na możliwość podwójnej księgowości – uczył również tabliczki mnożenia Leonarda da Vinci. Pascal zwrócił się o pomoc do Pierre'a de Fermata, prawnika, który był zarazem znakomitym matematykiem. Owocem ich współpracy był intelektualny dynamit. Prosta gra, która może uchodzić za siedemnastowieczną wersję chińczyka, doprowadziła do odkrycia teorii prawdopodobieństwa, matematycznego rdzenia koncepcji ryzyka.

Rozwiązanie zagadki Paciolego podane przez Pascala i Fermata stworzyło ludziom możliwość podejmowania decyzji i przewidywania przyszłości za pomocą liczb. W średniowieczu i w czasach antycznych nawet w niepiśmiennych społeczeństwach rolniczych ludzie potrafili podejmować decyzje, zabiegać o własną korzyść i uprawiać handel, nie rozumiejąc jednak w istocie ryzyka i natury podejmowania decyzji. To, że obecnie nie opieramy się już na przesądach i tradycji w takim stopniu, jak czynili to nasi przodkowie, nie wynika stąd, że jesteśmy bardziej racjonalni, lecz stąd, że rozumienie natury ryzyka pozwala nam podejmować decyzje na podstawie racjonalnych przesłanek.

W czasach, kiedy Pascal i Fermat dokonali swego przełomowego odkrycia, które otworzyło wrota fascynującego świata prawdopodobieństwa, ludzie byli świadkami zdumiewającej fali innowacji i nowatorskich badań. W roku 1654 fakt, iż Ziemia jest okrągła, zyskał już sobie powszechnie uznanie, odkryto olbrzymie połacie nowych lądów, proch strzelniczy obracał w perzynę średniowieczne zamki, ruchoma czcionka weszła na dobre do użytku, artyści posiedli umiejętność posługiwania się perspektywą, Europa pławiła się w bogactwie, a amsterdamska giełda znajdowała się w stanie rozkwitu. Nieco wcześniej, w latach trzydziestych siedemnastego wieku, wybuchła w Holandii słynna tulipanomania w

następstwie emisji opcji, które nie różniły się zasadniczo od wyrafinowanych instrumentów finansowych znanych współcześnie. Owe wydarzenia miały daleko sięgające następstwa, które przyczyniły się walnie do odwrotu od mistycyzmu. Upłynęło już trochę czasu od wystąpienia Marcina Lutra i na większości obrazów przedstawiających Trójcę Świętą oraz postaci świętych przestały się pojawiać aureole. William Harvey obalił medyczne doktryny starożytności, dokonując odkrycia układu krwionośnego, a Rembrandt namalował **Lekcję anatomii**, płótno ukazujące zimne, białe, nagie ludzkie ciało. W takich warunkach prędzej czy później musiało dojść do sformułowania teorii prawdopodobieństwa, nawet gdyby kawaler de Mere nigdy nie zadał Pascalowi swojej zagadki. W miarę upływu czasu zabiegi matematyków sprawiły, że teoria prawdopodobieństwa przestała być ciekawostką przyciągającą zainteresowanie hazardzistów, przeobrażając się w potężne narzędzie służące do porządkowania, interpretacji i praktycznego stosowania informacji. Gromadzenie się kolejnych pomysłowych koncepcji doprowadziło w końcu do powstania ilościowych technik zarządzania ryzykiem, które miały się stać czynnikiem stymulującym tempo rozwoju nowożytnego społeczeństwa.

Już w roku 1725 matematycy układali na wyścigi tabele przeciętnej długości życia, a rząd angielski czerpał dochody ze sprzedaży dożywotnich rent. W połowie stulecia w Londynie pojawiły się ubezpieczenia morskie jako nowa, doskonale prosperująca, wyrafinowana forma działalności gospodarczej.

W 1703 roku, w liście do szwajcarskiego przyrodnika i matematyka Jakoba Bernoullego, Gottfried von Leibniz poczynił uwagę, że „przyroda ustanawia prawidłowości, które mają swoje źródło w powtarzalności zdarzeń, lecz stosują się tylko do większości przypadków”[1]. Zainspirowało to Bernoullego do podjęcia badań, które doprowadziły do odkrycia prawa wielkich liczb oraz metod pobierania próbek statystycznych. One są podstawą tak różnorodnych współczesnych obszarów działalności, jak badania opinii publicznej, ocena jakości trunków, dobór portfela akcji i testowanie nowych leków**. Przestroga Leibniza – „lecz stosują się

tylko do większości przypadków” – miała głębsze znaczenie, niż mógł przypuszczać ów filozof. Była ona kluczem do zrozumienia przyczyn, dla których w ogóle istnieje coś takiego jak ryzyko: gdyby zastrzeżenie to nie zostało uwzględnione, wszystkie zdarzenia byłyby w istocie przewidywalne, a w świecie, w którym każde zdarzenie jest identyczne z jakimś wcześniejszym zdarzeniem, nie zachodziłyby żadne zmiany.

W 1730 roku Abraham de Moivre wprowadził koncepcję rozkładu normalnego i zdefiniował pojęcie odchylenia standardowego. Owe dwa pojęcia stały się podstawą tego, co jest powszechnie znane jako prawo średnich; są także istotnymi składnikami nowoczesnych technik ilościowego ujęcia ryzyka. Osiem lat później Daniel Bernoulli, siostrzeniec Jakoba i nie mniej wybitny matematyk i przyrodnik, podał jako pierwszy definicję systematycznej procedury, za pomocą której większość ludzi dokonuje wyborów i zmierza do podjęcia decyzji. Jeszcze większe znaczenie miała wysunięta przez de Moivre’a koncepcja, iż zadowolenie wynikające z krańcowego wzrostu zamożności „będzie odwrotnie proporcjonalne do ilości uprzednio posiadanych dóbr”. Formułując to na pozór niewinne twierdzenie, Bernoulli wyjaśnił w istocie, dlaczego król Midas był człowiekiem nieszczęśliwym, dlaczego ludzie wykazują tendencję do unikania ryzyka i dlaczego ceny muszą spadać, jeżeli chcemy skłonić klientów, by kupowali więcej towarów. Twierdzenie Bernoullego stało się dominującym paradygmatem badań nad racjonalnością postępowania przez następnych dwieście pięćdziesiąt lat i położyło podwaliny pod nowoczesne zasady inwestowania.

W niespełna sto lat od czasu, gdy Pascal i Fermat podjęli wspólne badania nad rachunkiem prawdopodobieństwa, protestancki pastor Thomas Bayes posunął naprzód badania w dziedzinie statystyki, pokazując, w jaki sposób możemy podejmować decyzje na podstawie szerszego zasobu danych za pomocą matematycznej metody łączenia nowych i starych informacji. Twierdzenie Bayesa dotyczy tych częstych sytuacji, gdy rozporządzamy trafną intuicyjną oceną prawdopodobieństwa jakiegoś zdarzenia i chcemy wiedzieć, jak powinniśmy modyfikować tę ocenę w zależności od faktycznego przebiegu wydarzeń.

Niemal wszystkie narzędzia wykorzystywane obecnie w dziedzinie kontroli ryzyka, analizy procesów decyzyjnych i dokonywania wyborów, począwszy od ścisłej racjonalności teorii gier aż po śmiałe tezy teorii chaosu, mają swoje źródło w odkryciach, których dokonano w latach 1654–1760. Istnieją tylko dwa wyjątki.
W roku 1875 Francis Galton, matematyk amator, bliski krewny Karola Darwina, odkrył regresję do średniej, która wyjaśnia, dlaczego „pycha poprzedza upadek" i dlaczego chmury mają srebrzystą poświatę. Ilekroć podejmujemy decyzje oparte na oczekiwaniu, że rzeczy powrócą do „normalnego" stanu, odwołujemy się do pojęcia regresji do średniej.
W 1952 roku noblista Harry Markowitz, który jako młody doktorant zajmował się wówczas badaniami operacyjnymi na Uniwersytecie Chicagowskim, wykazał za pomocą środków matematycznych, dlaczego umieszczenie wszystkich jajek w jednym koszyku jest strategią nadmiernie ryzykowną, a zaangażowanie środków w różne przedsięwzięcia jest najprostszym sposobem, który pozwala inwestorom i menedżerom uniknąć katastrofalnych następstw. Odkrycie to dało początek intelektualnemu trendowi, który zrewolucjonizował Wall Street, gospodarkę finansową oraz decyzje w sferze przedsiębiorczości i handlu na całym świecie; jego następstwa są aktualne do dziś.

***

Zjawiskiem wyznaczającym bieg historii, którą zamierzam opowiedzieć, jest nieustanny konflikt między tymi, którzy twierdzą, że najlepsze decyzje są oparte na wyliczeniach matematycznych i liczbach wyznaczonych na podstawie prawidłowości zaobserwowanych w przeszłości, a tymi, którzy opierają swoje decyzje na bardziej subiektywnych przeświadczeniach dotyczących niepewnej przyszłości. Jest to spór, który nigdy nie został rozstrzygnięty.
Ta kontrowersja sprowadza się w istocie do rozbieżności poglądów na to, w jakim stopniu przeszłość determinuje przyszłość. Nie potrafimy ująć przyszłości w kategoriach ilościowych, gdyż pozostaje ona niewiadomą. Nauczyliśmy się jednak posługiwać liczbami, analizując zdarzenia, które miały miejsce w przeszłości. W jakiej

mierze możemy jednak polegać na tym, co prawidłowości zaobserwowane w przeszłości mówią nam o przyszłości? Co ma większe znaczenie w obliczu ryzyka: fakty, które zdołaliśmy zaobserwować, czy nasze subiektywne przeświadczenia dotyczącego tego, co się kryje w otchłani czasu? Czy kontrolowanie ryzyka jest nauką czy sztuką? Czy potrafimy w ogóle definitywnie rozstrzygnąć, gdzie właściwie przebiega granica między tymi dwoma sposobami ujmowania rzeczywistości?

Skonstruowanie modelu matematycznego, który wydaje się wyjaśniać wszystkie zdarzenia, nie załatwia jeszcze wszystkiego. Kiedy stajemy w obliczu zmagań powszedniego życia, kolejnych prób i błędów, niejednoznaczność faktów i siła ludzkich namiętności łatwo może bowiem usunąć ów model w cień. Fischer Black, prekursor współczesnej teorii finansów, który przeszedł z Massachusetts Institute of Technology (MIT) na Wall Street, poczynił przy pewnej okazji uwagę: „Rynki wyglądają na znacznie mniej efektywne, gdy się na nie patrzy z bliska”[2].

Spór między ujęciem ilościowym, które odwołuje się do faktów zaobserwowanych w przeszłości, a subiektywną siłą przekonań nabiera z czasem głębszego znaczenia. Matematycznie zorientowany aparat wykorzystywany współcześnie do kontrolowania ryzyka zawiera zalążki dehumanizującej, autodestrukcyjnej technologii. Noblista Kenneth Arrow przestrzegał, że „nasza wiedza o zachowaniu wszelkich rzeczy, w przyrodzie bądź w społeczeństwie, owiana jest mgłą niepewności. Wiara w pewność prowadzi do katastrofalnych następstw”[3]. Uwalniając się od więzów przeszłości, możemy się stać niewolnikami nowej religii, równie fanatycznej, ograniczonej i arbitralnej jak nasze dawne wierzenia.

Liczby przenikają wszystkie dziedziny naszego życia; czasami zapominamy jednak, że są one tylko narzędziami. Liczby są bezduszne i mogą istotnie stać się fetyszami. Wiele decyzji, do których przywiązujemy najwyższą wagę, podejmują komputery, urządzenia, które pożerają liczby niczym nienasycone monstra. I to one domagają się, by dostarczać im coraz większych ilości cyfr, aby

mogły pochłaniać je łapczywie, trawić w swych wnętrznościach i wypluwać z powrotem.
Aby ocenić, w jakiej mierze współczesne metody postępowania wobec ryzyka przynoszą nam korzyści bądź nowe zagrożenia, musimy najpierw poznać ich dzieje, począwszy od najwcześniejszych stadiów. Musimy zrozumieć, dlaczego ludzie żyjący w dawnych epokach próbowali – względnie nie próbowali – okiełznać ryzyko, w jaki sposób starali się sprostać temu zadaniu, jakie formy myślenia i języka wyłoniły się z ich doświadczeń i jak ich dążenia splatały się z innymi zdarzeniami, ważnymi i błahymi, zmieniając kierunek rozwoju kultury. Przyjęcie takiej perspektywy pogłębi nasze rozumienie położenia, w jakim się obecnie znajdujemy, i kierunku, w którym zdążamy.
W toku tej opowieści będziemy się często odwoływać do rozmaitych gier losowych, których zastosowania znacznie wykraczają poza obroty koła ruletki. Niemała część najbardziej wyrafinowanych idei wiążących się z kontrolowaniem ryzyka i podejmowaniem decyzji wywodzi się z analiz najbardziej infantylnych gier. Nie trzeba być hazardzistą czy inwestorem, by zrozumieć, jak dalece hazard i inwestowanie odsłaniają naturę ryzyka.
Kości do gry i koło ruletki, a także rynek akcji i rynek obligacji stanowią naturalne laboratoria badań nad ryzykiem, ponieważ bardzo łatwo poddają się kwantyfikacji; ich język jest językiem liczb. Pozwalają nam również uzyskać głęboką wiedzę o nas samych. Kiedy wstrzymujemy oddech, przyglądając się, jak niewielka biała kulka toczy się po wirującym kole ruletki, kiedy wydajemy zlecenie maklerowi, by sprzedał lub kupił pakiet akcji, rytm, w jakim bije nasze serce, zależy od liczb. Podobnie jest ze wszystkimi ważnymi następstwami naszych decyzji, które są zależne od przypadku.
Słowo „ryzyko” pochodzi od starowłoskiego **risicare,** które oznacza tyle co „odważyć się”. W tym sensie ryzyko jest raczej wyborem, a nie nieuchronnym przeznaczeniem. Działania, które mamy odwagę podjąć, działania uzależnione od wolności wyboru, jaką rozporządzamy, są właściwym przedmiotem opowieści o dziejach ryzyka. Opowieść ta może nam także pomóc zrozumieć istotne aspekty ludzkiej natury.

**Przypisy**

[1] Przytaczam za pracą Keynesa, 1921, z ryciny zamieszczonej obok pierwszej strony rozdziału XXVIII.

[2] W prywatnej rozmowie.

[3] Arrow, 1992, s. 46.

* Konstruktor rakiety, która wyniosła na orbitę misję księżycową Apollo 1, ujął to w taki oto sposób: „Potrzebny ci jest zawór, który nie przecieka, i robisz wszystko, co w twojej mocy, by taki zawór skonstruować. Ale w realnym świecie istnieją tylko nieszczelne zawory. Musisz określić, jaki poziom nieszczelności jesteś w stanie tolerować". (Wspomnienie pośmiertne o Arturze Randolphie, *New York Times,* 3 January, 1996).

** W rozdziale 2 części trzeciej przedstawiam szczegółowo odkrycia Jakoba Bernoullego. Prawo wielkich liczb głosi w istocie, że różnica między zaobserwowaną wartością z próbki a wartością rzeczywistą będzie malała w miarę zwiększania liczby obserwacji w próbce.

**Część pierwsza**

# Początki: do roku 1200

## Rozdział 1

# Wichry Grecji i rola gry w kości

Dlaczego idea zgłębienia tajników ryzyka narodziła się dopiero w czasach nowożytnych? Dlaczego musiało upłynąć wiele tysięcy lat poprzedzających epokę renesansu, zanim ludzkość zdołała pokonać przeszkody stojące na drodze do pomiaru i kontroli ryzyka?

Nie ma łatwych odpowiedzi na te pytania. Spróbujmy jednak zacząć od pewnego tropu. Od zarania dziejów pisanych gry hazardowe – w których wyraża się istota podejmowania ryzyka – były popularną rozrywką, która często przeradzała się w nałóg. To właśnie pewna gra losowa, a nie fundamentalne pytania dotyczące natury kapitalizmu czy wizji przyszłości, zainspirowała przełomowe odkrycia praw prawdopodobieństwa dokonane przez Pascala i Fermata. Zanim to jednak nastąpiło, na przestrzeni dziejów ludzie zakładali się i uprawiali hazard, nie posługując się żadnym systemem, który pozwalałby określić szanse wygranej lub porażki. Akt podejmowania ryzyka był zawieszony w próżni; nie podlegał rygorom jakiejkolwiek teorii kontroli ryzyka.

Istoty ludzkie zawsze ulegały namiętności hazardu. Stawia nas on oko w oko z losem w starciu, w którym wszystkie chwyty są dozwolone. Przystępujemy do tego zatrważającego boju, ponieważ jesteśmy przekonani, że mamy potężnego sojusznika: Pani Fortuna wtrąci się w konflikt między nami a losem (czy też prawdopodobieństwem), aby przechylić na naszą stronę szalę zwycięstwa. Adam Smith, przenikliwy badacz natury ludzkiej, w taki oto sposób zdefiniował tę motywację: „zbyt wysokie mniemanie, jakie większość ludzi ma o swoich zdolnościach [i] niedorzeczne przeświadczenie o swojej szczęśliwej gwieździe”[1]. Wprawdzie Smith

zdawał sobie sprawę, że ludzka skłonność do podejmowania ryzyka jest motorem postępu gospodarczego, ale obawiał się, że społeczeństwo poniesie dotkliwe straty, kiedy owa skłonność wymknie się spod kontroli. Starał się więc zrównoważyć korzyści płynące z istnienia wolnego rynku uczuciami moralnymi. Sto sześćdziesiąt lat później inny wielki angielski ekonomista John Maynard Keynes wyraził podobny pogląd: „Gdy akumulacja kapitału jakiegoś kraju staje się ubocznym produktem gry hazardowej, wyniki zawsze będą opłakane”[2].
Świat byłby jednak nudnym miejscem, gdyby ludzie byli zupełnie pozbawieni próżności i wiary w swoją szczęśliwą gwiazdę. Keynes musiał przyznać, że „Gdyby ludzi nie nęciło próbowanie szczęścia [...] niewiele by chyba było inwestycji zrodzonych z chłodnej kalkulacji”[3]. Nikt nie podejmuje ryzyka, przewidując, że jego działania nie przyniosą pomyślnych wyników. Kiedy władze sowieckie próbowały wyeliminować z życia społecznego element niepewności za pomocą rządowych dekretów i centralnego planowania, doprowadziło to do zahamowania rozwoju ekonomicznego i społecznego.
Istoty ludzkie pozostają we władaniu hazardu od tysiącleci. Uprawiali go wszyscy, począwszy od ludzi ze społecznego marginesu aż po najbardziej szanowane kręgi.
Żołnierze Poncjusza Piłata rzucali losy o szatę Chrystusa w czasie Jego męki na krzyżu. Cesarzowi rzymskiemu Markowi Aureliuszowi stale towarzyszył osobisty krupier. Earl of Sandwich wymyślił przekąskę noszącą jego imię, dzięki której mógł spożywać posiłek, nie oddalając się od stołu gry. Namiot Jerzego Waszyngtona często gościł pod swoim dachem gry hazardowe podczas rewolucji amerykańskiej[4]. Hazard jest synonimem Dzikiego Zachodu, a **Luck Be A Lady Tonight** to jedna z najbardziej pamiętnych piosenek z **Guys and Dolls.** Bohaterami tego musicalu są nałogowy hazardzista i gra w kości, w której towarzyszy mu zmienne szczęście. Najwcześniejszą znaną formą hazardu była pewna odmiana gry w kości, w której posługiwano się czymś, co określano mianem astragalusa, czyli kostki kłykciowej[5]. Ten daleki przodek dzisiejszych

kości był sześcienną kostką pochodzącą z kości nadpiętowej owcy lub jelenia, zbudowaną z jednolitej substancji, całkowicie pozbawioną szpiku kostnego, i tak twardą, że niemal zupełnie nieulegającą zniszczeniu. Astragalusy odnajdywano w wykopaliskach archeologicznych w wielu częściach świata. Malowidła w egipskich grobowcach przedstawiają partie gry rozgrywanej za pomocą astragalusa datujące się z 3500 roku przed Chrystusem, a greckie wazy ukazują krąg młodzieńców rzucających kości. Wprawdzie w Egipcie karano nałogowych graczy, zmuszając ich do szlifowania kamieni do budowy piramid, ale badania archeologiczne dowodzą, że sami faraonowie nie mieli oporów przed rozgrywaniem partii sfałszowaną kostką. **Craps,** wynalazek amerykański, wywodzi się z rozmaitych odmian gry w kości sprowadzonych do Europy przez krzyżowców. Owe gry nazywano ogólnie hazardem, od arabskiego słowa **al zahr,** które oznaczało grę w kości[6].
Gry karciane rozwinęły się w Azji ze starożytnych form wróżbiarstwa, ale w Europie zyskały popularność dopiero po wynalezieniu druku. Karty miały pierwotnie bardzo duże rozmiary i kwadratowe kształty, a ich rogi były pozbawione identyfikujących figur i znaków. Figury na kartach były wydrukowane jednostronnie, a nie dwustronnie, co oznaczało, że gracze musieli je często rozpoznawać do góry nogami – przekręcanie kart zdradzało więc, że gracz posiada figury. Kwadratowe rogi ułatwiały graczom oszukiwanie; mogli bowiem zgiąć nieznacznie róg karty, aby móc rozpoznać ją później w talii. Karty z dwustronnymi figurami i zaokrąglonymi rogami weszły do użytku dopiero w dziewiętnastym wieku.
Podobnie jak **craps** poker jest amerykańską odmianą pewnej starszej formy – gra ma zaledwie 150 lat. David Hayano charakteryzował pokera jako „Ukryte fortele, potworne krętactwa, skalkulowane strategie i żarliwą wiarę [w istnienie] głębokich, niewidzialnych struktur [...]. Gra, której można raczej doświadczyć, aniżeli obserwować”[7]. Według Hayano około czterdziestu milionów Amerykanów gra regularnie w pokera, a każdy z nich jest przekonany, iż potrafi przechytrzyć swoich przeciwników.

Formami hazardu, które najczęściej przeradzają się w nałóg, są, jak się wydaje, gry czysto losowe, rozgrywane w kasynach rozprzestrzeniających się jak pożoga w statecznych społecznościach Ameryki. Autor artykułu opublikowanego w **New York Timesie** 25 września 1995 roku, nadesłanego z Davenport w stanie Iowa, podaje, że hazard jest najdynamiczniej rozwijającym się przemysłem w Stanach Zjednoczonych, „czterdziestomiliardowym biznesem, który przyciąga więcej klientów niż stadiony baseballu czy sieci kin” [8]. **New York Times** przytacza opinię profesora Uniwersytetu Illinois, który szacuje, że władze stanowe muszą łożyć trzy dolary na rozmaite społeczne instytucje i system wymiaru sprawiedliwości na każdego dolara pochodzącego z dochodów, jakie przynoszą im kasyna gry – bilans, który przewidział już zapewne Adam Smith. Na przykład w stanie Iowa, w którym jeszcze w 1985 roku nie organizowano nawet loterii, istniało w 1995 roku dziesięć wielkich kasyn gry, a także tor wyścigów konnych oraz tor wyścigów psich z czynnymi przez całą dobę automatami do gier hazardowych. Artykuł informuje, że „niemal dziewięciu na dziesięciu mieszkańców stanu Iowa twierdzi, że uprawia hazard”, a 5,4 procent przyznaje, że robi to nałogowo. Pięć lat wcześniej dotyczyło to zaledwie 1,75 procent mieszkańców stanu. Jest to stan, w którym pewien katolicki ksiądz został w latach siedemdziesiątych osadzony w więzieniu pod zarzutem prowadzenia salonu gry w bingo. **Al zahr** w swej najczystszej postaci najwyraźniej pozostaje naszym nieodłącznym towarzyszem.

***

Gry losowe należy odróżniać od gier, w których istotnym czynnikiem są umiejętności. Zasady obowiązujące w ruletce, grze w kości i automatach do gier hazardowych są identyczne, ale tylko po części wyjaśniają mechanizmy występujące w pokerze, zakładach na wyścigach konnych i tryktraku. W przypadku pierwszej grupy gier wynik jest zdeterminowany przez los; w drugiej – pewną rolę odgrywają również decyzje. Stosunek szans – prawdopodobieństwo wygranej – jest jedyną rzeczą, jaką musimy znać, aby obstawiać w grze losowej; musimy natomiast rozporządzać znacznie większą

liczbą informacji, aby przewidzieć, kto wygra, a kto przegra wówczas, gdy wyniki zależą w równej mierze od umiejętności, jak od szczęśliwego trafu. Istnieją prawdziwi profesjonaliści wśród karciarzy i graczy obstawiających na wyścigach konnych, ale nie sposób zostać specjalistą od gry w kości.
Wielu obserwatorów uważa, iż giełda to niewiele więcej niż kasyno gry. Czy odniesienie sukcesu na rynku giełdowym jest wynikiem połączenia umiejętności i szczęśliwego trafu czy tylko rezultatem szczęśliwej passy hazardzisty? Powrócimy do tego pytania w rozdziale 1 części czwartej. W czasach antycznych ludzie uprawiali hazard nie dysponując spójną wiedzą o kontrolowaniu ryzyka czy o prawach prawdopodobieństwa. Obecnie decyzje podejmuje się w oparciu o instynkt i kalkulowanie poziomu ryzyka.
Dobre i złe passy przytrafiają się w grach losowych równie często jak w realnym życiu. Gracze reagują jednak na takie zdarzenia w sposób asymetryczny: odwołują się do prawa średnich w nadziei, że zła passa szybko się skończy, równocześnie liczą, że przestanie ono obowiązywać, gdy trwa dobra passa. Prawo średnich pozostaje głuche na te oczekiwania. Ostatnia seria rzutów kostką nie zawiera żadnych informacji co do tego, jaki wynik przyniesie następny rzut. Karty, monety, kości i koło ruletki są pozbawione pamięci.
Hazardziści mogą sądzić, że stawiają na czerwone, na siódemkę albo na cztery takie-to-a-takie pola, ale **w rzeczywistości stawiają na zegar.** Przegrywający chce, by krótki okres miał wszelkie znamiona długiego okresu, tak by prawdopodobieństwa przeważyły na jego stronę szalę zwycięstwa. Wygrywający pragnie, by długi okres miał wszelkie znamiona krótkiego okresu, tak aby zasady prawdopodobieństwa przestały obowiązywać. Z dala od zgiełku salonów gry menedżerowie towarzystw ubezpieczeniowych prowadzą interesy w taki sam sposób. Ustalają wysokość składek na takim poziomie, aby pokryć straty, które mogą ponieść w dłuższym okresie; jeśli jednak trzęsienia ziemi, pożary i huragany nastąpią w tym samym czasie, krótkotrwała niepomyślna passa może się okazać bardzo dotkliwa. W odróżnieniu od hazardzistów towarzystwa ubezpieczeniowe posiadają jednak kapitały i odkładają rezerwy, do

których mogą sięgnąć podczas nieuchronnego występowania krótkotrwałych serii nieszczęśliwych zbiegów okoliczności.
Czas jest najistotniejszym czynnikiem w grach hazardowych. Ryzyko i czas to dwie strony tego samego medalu; gdyby bowiem nie było jutra, nie byłoby również ryzyka. Czas zmienia oblicze ryzyka, a naturę ryzyka kształtuje horyzont czasu: polem, na którym toczy się gra, jest przyszłość.
Czas odgrywa największą rolę wówczas, kiedy decyzje mają charakter nieodwracalny. Większość nieodwracalnych decyzji musimy jednak podejmować na podstawie niepełnych informacji. Nieodwracalność odgrywa decydującą rolę w najrozmaitszych decyzjach: począwszy od wyboru, czy pojechać metrem czy taksówką, a na budowie fabryki samochodów w Brazylii, zmianie zawodu czy wypowiedzeniu wojny skończywszy.
Jeśli kupimy dzisiaj akcje, możemy je zawsze sprzedać jutro. Ale co można zrobić wówczas, gdy krupier przy stole ruletki woła:„Zakłady przyjęte!”, albo gdy jeden z graczy w partii pokera podwaja stawkę? Nie można się już wycofać. Czy powinniśmy zatem powstrzymać się od działania, licząc na to, że upływ czasu sprawi, iż szczęśliwy traf czy prawdopodobieństwo zacznie nam sprzyjać?
Hamlet się skarży, że nadmierne wahania w obliczu niepewnego wyniku są złem, albowiem „Rumiany odcień naszej stanowczości/ Blaknie, pokryty bladą barwą myśli/ A przedsięwzięcia rozległe i ważkie [...] gubią imię czynów”*. Kiedy jednak podejmujemy działanie, rezygnujemy z opcji oczekiwania na pojawienie się nowych informacji. W konsekwencji zaniechanie działania również ma pewną wartość. Im bardziej niepewny jest wynik, tym większą wartość może mieć odwlekanie działania. Hamlet był w błędzie: ten, kto się waha, jest w połowie drogi do celu.
Aby wyjaśnić początek wszechrzeczy, mitologia grecka przywołuje wizerunek gigantycznej partii gry w kości, która ma tłumaczyć to, co współcześni uczeni nazywają Wielkim Wybuchem. Trzej bracia rzucali kośćmi o władzę nad wszechświatem. Zeus wygrał niebo, Posejdonowi przypadły w udziale morza, a Hades, który poniósł w tej grze porażkę, zstąpił do piekieł jako władca podziemnego świata.

Teoria prawdopodobieństwa wydaje się dziedziną stworzoną dla Greków, zważywszy na ich zamiłowanie do hazardu, umiejętności matematyczne, biegłość w logice i obsesyjne zainteresowanie dowodem. Wprawdzie Grecy byli najbardziej cywilizowanym ludem starożytności, ale nigdy nie zdołali zapuścić się w głąb tego fascynującego świata. To, że tak się nie stało, jest o tyle zdumiewające, że cywilizacja grecka była jedyną znaną cywilizacją owych czasów wolną od dominacji kasty kapłańskiej, która rościła sobie prawa do monopolu na komunikowanie się ze sferą tajemnicy. Nasza cywilizacja mogłaby się rozwijać w znacznie szybszym tempie, gdyby Grecy podjęli badania nad tym, co ich intelektualni spadkobiercy – ludzie renesansu – mieli odkryć kilka tysięcy lat później.

Pomimo wagi, jaką Grecy przykładali do teorii, nie okazywali oni większego zainteresowania zastosowaniami refleksji teoretycznej do jakiegokolwiek rodzaju technologii, która mogłaby zmienić ich zapatrywania na możliwość kontrolowania przyszłości. Kiedy Archimedes wynalazł dźwignię, wysunął twierdzenie, że mógłby poruszyć ziemię, gdyby tylko zdołał znaleźć jakiś punkt oparcia. Najwyraźniej nie zastanawiał się jednak w ogóle nad tym, jak to zmienić. Codzienne życie Greków było bardzo podobne do tego, jakie wiedli ich przodkowie przez tysiące lat. Polowali, łowili ryby, uprawiali ziemię, płodzili dzieci i posługiwali się technikami architektonicznymi, które były jedynie zmodyfikowanymi wariantami form opracowanych dużo wcześniej w dolinie Tygrysu i Eufratu oraz w Egipcie.

Jedyną formą kontroli ryzyka, która przyciągała uwagę Greków, był kult wichrów. Greccy poeci i dramatopisarze układali nieustannie pieśni o zależności od wichrów; składano w ofierze ukochane dzieci, aby złagodzić gniew tego żywiołu. A co najistotniejsze, Grecy nie rozporządzali systemem liczbowym, który pozwalałby im kwantyfikować, a nie tylko rejestrować następstwa ich działań[9].

Nie chcę przez to powiedzieć, że Grecy nie zastanawiali się w ogóle nad naturą prawdopodobieństwa. Słowo **eikos**, które w antycznej grece oznacza to, co wiarygodne lub prawdopodobne, ma taki sam sens jak współczesne pojęcie prawdopodobieństwa: jest tym, czego

„należy oczekiwać z określonym stopniem pewności". Sokrates definiuje *eikos* jako „podobieństwo do prawdy"[10].
Definicja Sokratesa odsłania pewną subtelną kwestię o niezmiernie doniosłym znaczeniu. **Podobieństwo do prawdy nie jest tym samym, co prawda.** Dla Greków prawdą było tylko to, co można udowodnić za pomocą logiki i aksjomatów. Waga, jaką Grecy przykładali do dowodu, sprawiała, że prawdę pojmowano jako jaskrawe przeciwieństwo eksperymentów empirycznych. Na przykład w dialogu **Fedon** Simiasz wyjaśnia Sokratesowi, iż „[...] to drugie [twierdzenie, że dusza jest harmonią] przyjąłem bez dowodu, na podstawie powierzchownej oczywistości i tak, z wejrzenia, skąd się przeważnie biorą pospolite mniemania ludzkie [...]". Arystoteles uskarża się na filozofów, którzy „[...] formułują wprawdzie tezy prawdopodobne [...] ale nie mówią prawdy". W innym miejscu Sokrates antycypuje pogląd Arystotelesa, wypowiadając sąd, iż „matematyk, który opiera swoje wywody na prawdopodobieństwie, zasługuje na mierną ocenę"[11]. Przez następny tysiąc lat **refleksja** nad grami i **uprawianie** gier pozostały zupełnie rozłącznymi dziedzinami aktywności.
Shmuel Sambursky, wybitny izraelski historyk i filozof nauki, formułuje jedyną przekonującą tezę, która, w moim przekonaniu, może wyjaśnić, dlaczego Grecy nie zdołali uczynić przełomowego kroku, jakim byłoby wypracowanie ilościowego ujęcia prawdopodobieństwa[12]. W rozprawie z 1956 roku Sambursky twierdzi, iż ze względu na wyraźne rozróżnienie prawdy i prawdopodobieństwa Grecy nie potrafili wyobrazić sobie jakiejkolwiek stałej struktury czy harmonii przenikającej nieuporządkowaną naturę codziennej egzystencji. Wprawdzie Arystoteles wskazywał, że ludzie powinni podejmować decyzje na podstawie „swoich pragnień i rozumowania ukierunkowanego na pewien cel", ale nie sformułował żadnych dyrektyw dotyczących prawdopodobieństwa uzyskania pomyślnego wyniku. Greckie dramaty raz po raz przedstawiały opowieści o bezsilności istot ludzkich będących igraszką w ręku bezosobowego fatum. Chcąc poznać prognozę mówiącą, co może przynieść jutro, Grecy zwracali

się do wyroczni, zamiast zasięgać rady u swych najmędrszych filozofów.
Grecy wierzyli, że ład można odnaleźć tylko w sferze niebios, gdzie planety i gwiazdy nieprzerwanie pojawiają się w ustalonych miejscach z niezmąconą regularnością. Tej harmonijnej maszynerii okazywali głęboką cześć, a greccy matematycy prowadzili nad nią gruntowne badania. Ale doskonałość niebios miała jedynie ukazywać w jaskrawym świetle nieład ziemskiego życia. Ponadto przewidywalność firmamentu niebieskiego pozostawała w jawnej sprzeczności z zachowaniem lekkomyślnych, głupich bóstw zamieszkujących niebiosa.
Dawni żydowscy filozofowie talmudyczni posunęli się przypuszczalnie o krok dalej w kierunku ilościowego ujęcia ryzyka. Ale i w tym przypadku nie natrafiamy na wskazówki świadczące, że ze swoich wywodów wyprowadzili jakiekolwiek metodyczne podejście do ryzyka. Sambursky przytacza fragment Talmudu (księga **Kethuboth 9q),** gdzie filozof wyjaśnia, że mąż może rozwieść się z żoną, jeśli ta dopuściła się cudzołóstwa, i nie spotka go za to kara, o ile tylko nie twierdzi, że popełniła cudzołóstwo przed zawarciem małżeństwa[13]. „Jest tutaj miejsce na dwojaką wątpliwość" – mówi Talmud. Jeśli zostanie ustalone (nie precyzuje się, jaką metodą), że panna młoda weszła do małżeńskiego łoża nie będąc już dziewicą, pierwszym aspektem dwojakiej wątpliwości jest to, czy mężczyzną, który ponosi za to odpowiedzialność, był sam przyszły pan młody – czy zdarzenie to nastąpiło „za jego sprawą [...] czy nie za jego sprawą". Jeśli zaś chodzi o drugi aspekt wątpliwości, wywód Talmudu przebiega następująco: „Jeżeli powiadasz, że nastąpiło to za jego sprawą, jest rzeczą wątpliwą, czy uczyniła to pod przymusem, czy dobrowolnie". Każdemu aspektowi wątpliwości przypisuje się prawdopodobieństwo pięćdziesiąt na pięćdziesiąt. Z godną podziwu statystyczną subtelnością filozofowie dochodzą do wniosku, iż istnieje tylko jedna szansa na cztery (1/2 x 1/2), że kobieta popełniła cudzołóstwo przed zawarciem małżeństwa. Mąż nie może zatem rozwieść się z nią z tego powodu.

***

Skłonni jesteśmy przyjąć, że odstęp czasu, jaki upłynął między wynalezieniem astragalusa i odkryciem praw prawdopodobieństwa, był tylko historycznym zbiegiem okoliczności. Greków i badaczy Talmudu dzieliła tak irytująco nieznaczna odległość od analiz, które mieli podjąć Pascal i Fermat wiele wieków później, iż wystarczyłby nikły impuls, aby skłonić ich do uczynienia następnego kroku.
To, że taki impuls się nie pojawił, nie było jednak przypadkiem. Zanim społeczeństwo mogło włączyć pojęcie ryzyka do kultury, musiały bowiem ulec zmianie nie tyle poglądy dotyczące teraźniejszości, ile raczej postawy wobec przyszłości.
Aż do czasów renesansu ludzie postrzegali przyszłość niemal wyłącznie jako domenę losu albo wynik przypadkowych zmian, a większość decyzji podejmowali pod wpływem instynktu. Kiedy warunki życia pozostają w tak ścisłym związku z przyrodą, margines tego, co pozostaje pod ludzką kontrolą, jest niewielki. Dopóki potrzeby wiążące się z przetrwaniem ograniczają aktywność ludzką do podstawowych funkcji płodzenia dzieci, uprawiania ziemi, polowania, łowienia ryb i poszukiwania bezpiecznego schronienia, dopóty ludzie po prostu nie są w stanie wyobrazić sobie okoliczności, w których mogliby wywierać wpływ na skutki swoich decyzji. Zaoszczędzony grosz nie przynosi żadnego pożytku, dopóki przyszłość nie jest czymś więcej niż niewiadomą.
Na przestrzeni wieków, przynajmniej do czasu wypraw krzyżowych, większość ludzi pogrążonych w niespiesznym rytmie codziennego życia spotykało niewiele zaskakujących wydarzeń. Osadzeni w niezmiennej strukturze społecznej, nie okazywali większego zainteresowania wojnom, które przetaczały się po ziemi, niezwykłym wypadkom, w wyniku których źli władcy zajmowali miejsce dobrych władców, a nawet przemianom wierzeń religijnych. Najbardziej widoczną zmienną była pogoda. Jak zauważył egiptolog Henri Frankfort, „Przeszłość i przyszłość – nie będąc przedmiotem niczyjego zainteresowania – były bez reszty zawarte w teraźniejszości”[14].
Pomimo trwałości takiej postawy wobec przyszłości na przestrzeni owych stuleci cywilizacja poczyniła wielkie postępy. Nieobecność

nowoczesnych poglądów na ryzyko nie była, naturalnie, przeszkodą, która mogłaby zahamować ten proces. Niemniej postępy cywilizacji nie stanowiły same przez się wystarczającego bodźca, który skłoniłby dociekliwych ludzi do badania możliwości naukowego przewidywania przyszłości.

W miarę rozprzestrzeniania się chrześcijaństwa w świecie Zachodu wola jedynego Boga stawała się drogowskazem ułatwiającym rozeznanie w przyszłości, zajmując miejsce zbieraniny bóstw, którym ludzie oddawali cześć od zarania dziejów. Doprowadziło to do istotnej przemiany percepcji przyszłości: przyszłość w życiu na ziemi nadal była owiana tajemnicą, ale stała się teraz zależna od zrządzenia siły, której zamiary i zasady były oczywiste dla wszystkich zadających sobie trud, by je poznać.

Gdy antycypowanie przyszłości stało się domeną moralnego postępowania i wiary, przyszłość nie wydawała się już sferą tak niezbadaną jak w czasach minionych. Niemniej w dalszym ciągu nie była podatna na jakiekolwiek przewidywania oparte na wyliczeniach matematycznych. Pierwsi chrześcijanie ograniczali swoje proroctwa do tego, co miało nastąpić w życiu pośmiertnym, bez względu na to, jak żarliwie błagali Boga, by sprawił, aby doczesne zdarzenia przyjęły pomyślny obrót.

Poszukiwania zmierzające do poprawy życia na ziemi wcale jednak nie ustały. Już przed rokiem 1000 chrześcijanie wyruszali w dalekie morskie wyprawy, spotykali nowe ludy, poznawali nowe idee. Nadeszły czasy wypraw krzyżowych – kulturowego trzęsienia ziemi. Ludzie Zachodu wdali się w konflikt z imperium arabskim, które zostało utworzone z woli Mahometa około roku 700 i którego wschodnie granice sięgały aż do Indii. Chrześcijanie, ufni w przyszłość, zetknęli się z Arabami, którzy osiągnęli wówczas znacznie wyższy poziom intelektualnego wyrafinowania od najeźdźców, którzy przybyli, by usunąć ich ze świętych miejsc.

Wkroczywszy do Indii, Arabowie przyswoili sobie hinduski system liczbowy, co pozwoliło im włączyć intelektualne zdobycze Wschodu do swojego zasobu wiedzy, badań naukowych i technik eksperymentalnych. Miało to doniosłe konsekwencje, przede wszystkim dla Arabów, a pośrednio dla świata Zachodu**.

W rękach Arabów hinduskie liczby miały gruntownie przeobrazić metody matematyczne i techniki pomiaru w astronomii, nawigacji i handlu. Nowe metody obliczeniowe zajmowały stopniowo miejsce liczydła, które przez wieki było jedynym narzędziem wykorzystywanym do przeprowadzania operacji arytmetycznych we wszystkich zakątkach świata, poczynając od państwa Majów na półkuli zachodniej, przez Europę, aż po Indie i kraje Wschodu. Słowo **abakus** pochodzi od greckiego słowa **abax,** które oznaczało deskę pokrytą piaskiem. Na owych deskach, w wyżłobionych w piasku rowkach układano kolumny kamyków[15]. Słowo **kalkulacja** pochodzi od **calculus,** łacińskiej nazwy kamyka.

Na przestrzeni pięciu stuleci, w miarę jak system liczbowy wypierał proste liczydła, pismo zajmowało w obliczeniach miejsce ruchomych gałek. Pisemne obliczanie sprzyjało rozwojowi abstrakcyjnego myślenia, które otworzyło nam drogę do obszarów matematyki leżących w przeszłości poza zasięgiem ludzkiego rozumu. Podróże morskie mogły teraz stać się dłuższe, odmierzanie czasu – bardziej precyzyjne, architektura – bardziej ambitna, a metody produkcji bardziej wyszukane. Współczesny świat wyglądałby zupełnie inaczej, gdybyśmy nadal przeprowadzali pomiary i obliczenia za pomocą I, V, X, L, C, D i M – czy też greckich bądź hebrajskich liter, które zastępowały liczby.

Arabskie liczby nie były jednak bodźcem wystarczającym do naprowadzenia Europejczyków na trop rewolucyjnej idei zastąpienia przypadkowości systematyczną koncepcją prawdopodobieństwa i kryjącej się w niej sugestii, że przyszłość może być przewidywalna i do pewnego stopnia może podlegać ludzkiej kontroli. Pokonanie tej poprzeczki stało się możliwe dopiero wówczas, gdy ludzie zaczęli zdawać sobie sprawę, że nie są bezwolną igraszką w rękach losu, a ich doczesne przeznaczenie nie zawsze jest przesądzone przez zrządzenie Boga.

Renesans i protestancka reformacja przygotowały grunt pod badania tajników ryzyka. Po roku 1300 mistycyzm zaczął ustępować miejsca nauce i logice, greckie i rzymskie formy architektoniczne zaczęły wypierać formy gotyckie; okna kościołów otworzyły się na światło, a

rzeźby zaczęły przedstawiać mężczyzn i kobiety stojących mocno na ziemi, a nie postaci w konwencjonalnych pozach, pozbawione muskulatury i ciężaru. Idee, które stymulowały zmiany zachodzące w sztuce, przyczyniły się również do powstania protestanckiej reformacji i osłabiły dominację kościoła katolickiego.
Reformacja oznaczała bowiem coś więcej niż zmianę stosunku ludzkości do Boga. Likwidując konfesjonał, dawała ludziom przestrogę, iż od tej pory są zdani tylko na własne siły i muszą przyjąć odpowiedzialność za konsekwencje swoich decyzji.
Jeśli jednak ludzie nie byli już zdani na łaskę bezosobowych bóstw i ślepego losu, nie mogli pozostać dłużej bierni wobec nieznanej przyszłości. Nie mieli innego wyboru, jak zacząć podejmować decyzje dotyczące znacznie szerszego spektrum sytuacji i o wiele dłuższych okresów niż kiedykolwiek w przeszłości. Nakazy oszczędności i wstrzemięźliwości, charakterystyczne dla etyki protestanckiej, świadczą o rosnącym znaczeniu przyszłości w stosunku do teraźniejszości. Przekraczając próg dziedziny wyborów i decyzji, ludzie uświadamiali sobie stopniowo, że przyszłość niesie ze sobą zarówno szanse, jak i zagrożenia, i że jest podatna na ludzkie zabiegi i kryje w sobie obietnicę powodzenia. Wieki szesnasty i siedemnasty to okres odkryć geograficznych, poznawania nowych lądów i nowych społeczeństw, czas eksperymentów w sztuce, formach poetyckich, nauce, architekturze i matematyce. To nowe rozumienie szansy przyczyniło się do gwałtownego przyspieszenia rozwoju handlu i wymiany towarów, które stało się potężnym stymulatorem zmian i poszukiwań. Kolumb nie dowodził wyprawą na Wyspy Karaibskie: wyruszył w poszukiwaniu nowego szlaku handlowego do Indii.
Perspektywa wzbogacenia się jest bardzo silną motywacją do działania, a tylko niewielu ludzi zdołało się wzbogacić nie podejmując ryzyka.
To pozornie banalne stwierdzenie kryje w sobie głębszą treść. Handel jest procesem, który przynosi obopólne korzyści, transakcją, w wyniku której obie strony postrzegają się jako bardziej majętne niż przed jej zawarciem. Zwróćmy uwagę na rewolucyjny charakter tej idei! We wcześniejszych epokach historycznych ludzie bogacili się głównie dzięki wyzyskowi i grabieży dóbr innych ludzi. Wprawdzie

Europejczycy nie wyrzekli się grabieży w krajach zamorskich, ale w kraju macierzystym akumulacja bogactw stała się teraz dostępna dla wielu, a nie tylko dla nielicznych. Nowe bogactwa przypadły w udziale bystrym, awanturniczym innowatorom – którymi byli przeważnie ludzie interesu – a nie tylko dziedzicznym książętom i ich faworytom.

Handel jest także ryzykowną gałęzią biznesu. W miarę jak rozwój handlu przeobraził zasady gry hazardowej w źródło pomnażania dóbr, nieuchronnym następstwem tego procesu był kapitalizm, stanowiący synonim podejmowania ryzyka. Kapitalizm nie mógłby się jednak rozwinąć bez dwóch nowych obszarów działań, które nie były konieczne dopóty, dopóki przyszłość była domeną przypadku bądź woli Boga. Pierwszą z nich było prowadzenie księgowości, czynność niepozorna, która przyczyniła się jednak do upowszechnienia nowych technik liczbowego zapisu i rachowania. Drugą było prognozowanie, czynność daleko bardziej zaszczytna i wymagająca, która wiąże podejmowanie ryzyka z bezpośrednim zyskiem.

Nie podejmuje się decyzji o wysłaniu towarów za ocean czy składowaniu towarów przeznaczonych do sprzedaży albo zaciągnięciu pożyczki, nie próbując wcześniej ustalić, co może nam zgotować przyszłość. Musimy się upewnić, że surowce, które zamówiliśmy, zostaną dostarczone w terminie, dopilnować, by artykuły, które mamy zamiar sprzedać, zostały wyprodukowane zgodnie z planem, przygotować właściwą organizację sieci sprzedaży – wszystko to musi zostać zaplanowane wcześniej, zanim pojawią się pierwsi klienci i położą swoje pieniądze na ladzie. Skuteczny menedżer jest przede wszystkim planistą: kupowanie, produkcja, marketing, ustalanie cen i organizacja przedsiębiorstwa są tylko konsekwencjami planowania.

Ludzie, z którymi spotkamy się w następnych rozdziałach tej książki, uważali odkrycia Pascala i Fermata za zaczątek mądrości, a nie tylko za rozwiązanie intelektualnej zagadki wiążącej się z pewną grą losową. Nie zabrakło im śmiałości, by zająć się rozmaitymi aspektami ryzyka, stając w obliczu zagadnień o coraz większej złożoności i doniosłości praktycznej, i by dostrzec, że są to zagadnienia

dotyczące najbardziej fundamentalnych, filozoficznych aspektów ludzkiej egzystencji.
Filozofia musi jednak na razie usunąć się w cień, ponieważ naszą opowieść powinniśmy zacząć tam, gdzie ma ona swój początek. Współczesne metody postępowania z tym co nieznane wychodzą od pomiaru, rozkładu szans i prawdopodobieństwa. Jako pierwsze pojawiają się liczby. Ale skąd się biorą liczby?

**Przypisy**

[1] Przytaczam za pracą Ignatina i Smitha, 1976, s. 80. Cytat pochodzi z księgi I, rozdziału X książki *The Wealth of Nations* (wydanie polskie: Adam Smith: Bogactwo narodów. Warszawa 2009).
[2] Keynes, *Ogólna teoria zatrudnienia, procentu i pieniądza,* PWN, Warszawa 1956, s. 203.
[3] Tamże, s. 192.
[4] Wszystko, o czym jest mowa w tym akapicie, zaczerpnąłem z pracy Bolena, 1976.
[5] Znakomite ujęcie najistotniejszych informacji wiążących się z tą problematyką można znaleźć w pracy David, 1962, s. 2–21.
[6] Zob. David, 1962, s. 34.
[7] Hayano, 1982.
[8] Johnson, 1995.
[9] Zob. David, s. 2.
[10] Sambursky, 1956, s. 36.
[11] Tamże, s. 37.
[12] Tamże, s. 36–40.
[13] Rabinovitch, 1969.
[14] Frankfort, 1956; przytaczam za pracą Heilbronera, 1995, s. 23. Zob. także David, 1962, s. 21–26.
[15] Zob. Eves, 1983, s. 136.
* William Shakespeare, *Hamlet,* przeł. Maciej Słomczyński, Wydawnictwo Literackie, Kraków 1978, s. 137 (przyp. tłum.).
** Peter Kinder zwrócił mi uwagę na ironię historii, jaka się w tym kryje. Wikingowie i inne ludy nordyckie, które przyczyniły się do

upadku cywilizacji rzymskiej i zniszczyły skarbnice wiedzy w dziewiątym wieku, pojawiają się ponownie w dziejach jako Normanowie, którzy w dwunastym wieku przywrócili Zachodowi zdobycze nauki arabskiej.

## Rozdział 2

# Proste jak I, II, III

Gdyby nie było liczb, nie byłoby również rozkładu szans i koncepcji prawdopodobieństwa. W braku rozkładu szans i koncepcji prawdopodobieństwa jedynym możliwym sposobem postępowania w obliczu ryzyka jest odwołanie się do bogów i wyroków losu. Gdy nie ma liczb, podejmowanie ryzyka zależy jedynie od ludzkiej odwagi.

Żyjemy w świecie liczb i rachunków, począwszy od budzika, na który zerkamy po przebudzeniu, aż po numer telewizyjnego kanału na ekranie odbiornika, który wyłączamy, kładąc się spać. W miarę upływu dnia odmierzamy porcję kawy, którą wsypujemy do maszynki, płacimy naszej gospodyni, sprawdzamy wczorajsze ceny akcji, wykręcamy numer telefonu przyjaciela, kontrolujemy ilość paliwa w zbiorniku samochodu i prędkość jazdy na szybkościomierzu, a dotarłszy do miejsca pracy, przyciskamy guzik w windzie i otwieramy drzwi, na których widnieje znajomy numer. A przecież dzień jeszcze się na dobre nie zaczął!

Nie potrafimy już wyobrazić sobie czasów, w których nie było liczb. Gdybyśmy zdołali jednak, jakimś magicznym sposobem, przenieść do naszego świata wykształconego człowieka z roku tysięcznego, prawdopodobnie nie mógłby on zrozumieć liczby zero i z pewnością oblałby egzamin z arytmetyki na poziomie trzeciej klasy szkoły podstawowej, a tylko nieliczni ludzie żyjący pięćset lat później poradziliby sobie lepiej od niego.

Opowieść o dziejach liczb w kręgu zachodniej cywilizacji zaczyna się w roku 1202, kiedy budowa katedry w Chartres miała się już ku końcowi, a król Jan zasiadał od trzech lat na angielskim tronie. Właśnie w tym roku we Włoszech zostało wydane dzieło pod tytułem **Liber Abaci (Księga liczydła).** Piętnaście rozdziałów owej książki zostało spisanych ręcznie; do wynalezienia druku musiały jeszcze upłynąć niemal trzy stulecia. Autor rozprawy, Leonardo Pisano, miał

wówczas zaledwie 27 lat, ale mógł się uważać za szczęściarza, jego książka zyskała bowiem pochlebną ocenę władcy Świętego Cesarstwa Rzymskiego, Fryderyka II. Było to największe wyróżnienie, jakie mogło spotkać ówczesnych autorów[1].
Leonarda Pisana nazywano za życia Fibonaccim, i pod tym przezwiskiem jest znany również w czasach współczesnych. Ojciec Pisana miał na imię Bonaccio, a „Fibonacci" to skrócona forma zwrotu „syn Bonaccia". Słowo „Bonaccio" znaczy tyle co „prostaczek", a „Fibonacci" to „głupiec". Bonaccio nie mógł być chyba jednak prostaczkiem, skoro reprezentował Pizę jako konsul w wielu miastach, natomiast jego syn Leonardo z pewnością nie zasługiwał na miano głupca.
Do napisania **Liber Abaci** zainspirowała Fibonacciego wizyta w Boużii (obecnie Bidżaja), zamożnym algierskim mieście, w którym jego ojciec pełnił obowiązki pizańskiego konsula. W trakcie pobytu Fibonacciego w Boużii pewien arabski matematyk wprowadził go w arkana indoarabskiego systemu liczbowego, który za pośrednictwem arabskich matematyków dotarł na Zachód w okresie wypraw krzyżowych do Ziemi Świętej. Kiedy Fibonacci zrozumiał, jakie możliwości rachunkowe stwarza ów system – możliwości, których w żadnym razie nie mogły zapewnić rzymskie cyfry-litery – zaczął pogłębiać swą wiedzę o nim, korzystając z wszelkich dostępnych źródeł. Aby pobierać nauki u czołowych arabskich matematyków żyjących w krajach basenu Morza Śródziemnego, wyruszył w podróż, która zawiodła go do Egiptu, Syrii i Grecji, a także na Sycylię i do Prowansji.
Książka, która powstała w wyniku tej podróży, jest dziełem pod każdym względem niezwykłym. **Liber Abaci** odsłaniała przed ludźmi nowy świat, w którym cyfry miały zająć miejsce hebrajskich, greckich i rzymskich systemów, wykorzystujących litery do liczenia i przeprowadzania obliczeń. Książka zyskała sobie szybko zwolenników w kręgach uczonych zajmujących się matematyką, zarówno we Włoszech, jak i w innych krajach Europy.
**Liber Abaci** nie jest jednak tylko elementarzem do nauki czytania i pisania za pomocą nowego rodzaju cyfr. Fibonacci instruuje na

wstępie czytelnika, jak na podstawie ilości cyfr w symbolicznym zapisie liczby ustalić, czy należy ona do rzędu jedności czy jest wielokrotnością dziesięciu, stu i tak dalej. Dalsze rozdziały są poświęcone bardziej złożonym zagadnieniom. Można tam znaleźć obliczenia, w których wykorzystuje się liczby całkowite i ułamki, regułę trzech, wyciąganie pierwiastków kwadratowych i pierwiastków wyższego rzędu, a nawet rozwiązania równań pierwszego i drugiego stopnia.

Pomimo pomysłowości i oryginalności wywodów Fibonacciego jego książka nie zyskałaby zapewne szerszego zainteresowania poza wąskimi kręgami znawców matematyki, gdyby poruszała jedynie zagadnienia natury teoretycznej. Spotkała się jednak z entuzjastycznym przyjęciem, ponieważ Fibonacci nie stronił od wskazywania praktycznych zastosowań. Na przykład opisywał i objaśnił, odwołując się do konkretnych przykładów, wiele innowacji, do których otworzył drogę nowy rodzaj cyfr – innowacji w księgowości handlowej, takich jak obliczanie marży zysku, ustalanie kursów wymiany walut, konwersja miar i wag; uwzględnił także – jakkolwiek lichwa nadal była w wielu miejscach zabroniona – obliczenia związane z płatnością odsetek.

**Liber Abaci** była źródłem tego rodzaju inspiracji, które musiały przypaść do gustu tak przenikliwemu i twórczemu człowiekowi jak cesarz Fryderyk. Jakkolwiek ów władca, który panował w latach 1211–1250, dał dowody wyjątkowego okrucieństwa i obsesyjnej żądzy doczesnej władzy, był jednak zarazem prawdziwym miłośnikiem nauki, sztuki i filozofii sprawowania rządów. Na Sycylii zlikwidował prywatne oddziały wojskowe tamtejszych wielmożów, zburzył feudalne zamki, opodatkował kler i wydalił duchownych z instytucji państwowych. Utworzył również profesjonalny aparat urzędniczy, zniósł cła wewnętrzne, usunął wszelkie uregulowania prawne ograniczające import i zlikwidował monopolistyczne przywileje państwa.

Fryderyk nie tolerował żadnych rywali. W odróżnieniu od swego dziada, Fryderyka Barbarossy, który ukorzył się przed papieżem po bitwie pod Legnano w 1176 roku, Fryderyk II z upodobaniem wszczynał niekończące się wojny z państwem papieskim. Jego

nieprzejednana postawa doprowadziła do tego, iż został dwukrotnie ekskomunikowany. Wykląwszy Fryderyka po raz drugi, papież Grzegorz IX wezwał, by pozbawiono go tronu jako heretyka, rozpustnika i antychrysta. Cesarz odpowiedział gwałtownym szturmem na ziemie papieskie, a jego flota pojmała liczną delegację dostojników kościelnych zmierzających do Rzymu, by wziąć udział w synodzie, który został zwołany po to, by odsunąć go od władzy. Fryderyk otaczał się najwybitniejszymi intelektualistami swoich czasów, zapraszając wielu z nich na swój dwór w Palermo. Zbudował wiele wspaniałych zamków na Sycylii, a w roku 1224 utworzył uniwersytet, który miał kształcić urzędników państwowych – pierwszą europejską uczelnię, której statut został nadany przez monarchę.

**Liber Abaci** wywarła na Fryderyku ogromne wrażenie. W czasie pobytu w Pizie, w latach dwudziestych trzynastego wieku, wezwał Fibonacciego, by stawił się przed jego obliczem. W trakcie owego spotkania Fibonacci rozwiązywał zagadnienia algebraiczne i równania trzeciego stopnia, które postawił mu jeden z nadwornych uczonych Fryderyka. Spotkanie to miało zainspirować Fibonacciego do napisania kolejnego dzieła, **Liber Quadratorum (Księga kwadratów),** które zostało zadedykowane cesarzowi.

Największy rozgłos przyniósł Fibonacciemu jeden z ustępów **Liber Abaci,** w którym uzyskał wynik uchodzący za coś w rodzaju matematycznego cudu. Ów ustęp jest poświęcony pytaniu, ile królików urodzi się w ciągu jednego roku z jednej pary królików, przy założeniu, że każda para płodzi co miesiąc następną parę królików, i że króliki zaczynają się rozmnażać, osiągnąwszy wiek dwóch miesięcy. Fibonacci ustalił, że pierwsza para królików doczeka się w ciągu roku 233 par potomstwa.

Dokonał jednak również innego, bardziej interesującego odkrycia. Przyjął założenie, że pierwsza para królików zacznie się rozmnażać dopiero po dwóch miesiącach, a następnie będzie płodziła co miesiąc kolejną parę królików. Pod koniec czwartego miesiąca zacznie się rozmnażać pierwsza para potomstwa. Z chwilą uruchomienia tego procesu liczba wszystkich par królików pod koniec każdego miesiąca będzie wynosiła: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233. Każda

kolejna liczba jest sumą dwóch poprzednich liczb. Gdyby króliki rozmnażały się przez sto miesięcy, liczba wszystkich par królików wynosiłaby 354 224 848 179 261 915 075.
Ciąg Fibonacciego nie jest tylko zabawną ciekawostką. Spróbujmy podzielić którąkolwiek z liczb Fibonacciego przez następną, większą liczbę naturalną. Począwszy od 3, otrzymamy zawsze 0,625. Od 89 wynik dzielenia wynosi 0,618, a przy wyższych liczbach zostają zapełnione kolejne miejsca dziesiętne*. Podzielmy którąkolwiek z tych liczb przez liczbę, która ją poprzedza. Począwszy od 2, otrzymujemy zawsze 1,6. Od 144 wynik wynosi zawsze 1,618. Proporcja ta była znana już Grekom, którzy nazywali ją złotym podziałem. Złoty podział określa proporcje Partenonu, kształt kart do gry i kart kredytowych, a także proporcje siedziby Zgromadzenia Ogólnego Narodów Zjednoczonych w Nowym Jorku. Poziomy element większości chrześcijańskich krzyży dzieli element pionowy w takim właśnie stosunku: długość odcinka nad poprzeczką stanowi 61,8 procent odcinka dolnego. Złoty podział występuje również w przyrodzie – w układzie kwiatów, w liściach karczocha, w ulistwieniu palm. Jest to również stosunek długości ludzkiego ciała powyżej pępka do długości ciała poniżej pępka (rzecz jasna, u ludzi o normalnej budowie). Długości każdej kolejnej kości naszych palców, od koniuszków do dłoni, także zachowują tę proporcję**.
W jednej z najbardziej niezwykłych form, w jakich manifestuje się stosunek liczb Fibonacciego, pozwala on wyznaczyć proporcje i kształt pewnej pięknej spirali. Rysunki przedstawione na sąsiedniej stronie pokazują, jak powstaje owa spirala z ciągu kwadratów, których wymiary pozostają względem siebie w proporcjach wyznaczonych przez ciąg Fibonacciego.
Operacja zaczyna się od dwóch niewielkich kwadratów o jednakowych wymiarach. Następnie powstaje przylegający do nich kwadrat o wymiarach dwukrotnie większych od pierwszych dwóch kwadratów, a później kwadraty o wymiarach trzykrotnie większych, pięciokrotnie większych, i tak dalej. Warto zauważyć, że ów ciąg tworzy szereg prostokątów o proporcjach odpowiadających złotemu podziałowi. Wreszcie, ćwierćkoliste łuki łączą przeciwległe

wierzchołki kwadratów, począwszy od najmniejszych aż po kolejne kwadraty należące do owego ciągu.
Ową spiralę o znajomym kształcie można dostrzec w budowie niektórych galaktyk, w baranich rogach, wielu morskich muszlach i grzywach morskich fal, na których unoszą się miłośnicy surfingu. Struktura ta zachowuje niezmienną postać, gdy jej rozmiary stają się coraz większe, i to niezależnie od wymiarów początkowego kwadratu, który stanowi pierwsze ogniwo owego procesu: forma jest niezależna od stadium rozwoju. Dziennikarz William Hoffer poczynił kiedyś uwagę: „Wielka złota spirala jest, jak się wydaje, sposobem, w jaki natura konstruuje ilość, nie wyrzekając się jakości”[2].
Niektórzy ludzie wierzą, że za pomocą liczb Fibonacciego można formułować przewidywania dotyczące najrozmaitszych zjawisk, a zwłaszcza prognozy trendów na rynku giełdowym; owe prognozy sprawdzają się dostatecznie często, by podtrzymać entuzjazm ich zwolenników. Ciąg Fibonacciego budzi tak wielkie zainteresowanie, że zostało nawet utworzone Amerykańskie Towarzystwo Fibonacciego z siedzibą na Uniwersytecie Santa Clara w Kalifornii, które od 1962 roku publikuje tysiące stron z doniesieniami o badaniach poświęconych tej problematyce.
**Liber Abaci** Fibonacciego była pierwszym spektakularnym krokiem w kierunku zastosowania pomiaru jako podstawowego narzędzia ujarzmiania ryzyka. Społeczeństwo nie było jednak jeszcze przygotowane na wprowadzenie liczb do domeny ryzyka. W czasach Fibonacciego większość ludzi sądziła, że źródłem ryzyka są kaprysy natury. Zanim ludzie zdołali przyswoić sobie techniki poskramiania ryzyka, musieli najpierw nauczyć się odróżniać ryzyko będące tworem człowieka i zdobyć się na odwagę, by stawić czoła przeznaczeniu. Aby tak się stało, musiały jednak upłynąć jeszcze dwa stulecia.
Aby właściwie ocenić znaczenie dokonań Fibonacciego, musimy się cofnąć do zamierzchłych czasów, kiedy jego objaśnienia, jak ustalić różnicę między 10 a 100, nie były jeszcze znane. Ale nawet w tych odległych epokach historycznych odnajdziemy kilku niezwykłych odkrywców.

Ludzie pierwotni, na przykład neandertalczycy, umieli rachować rzeczy za pomocą nacięć na różnych przedmiotach, ale niewiele rzeczy, jakie były im dostępne, wymagało liczenia. Oznaczali upływ dni na kamieniach lub drewnianych balach, rejestrowali również liczbę zabitych zwierząt. Wędrówka słońca po niebie była dla nich miarą czasu, a niedokładności przy określaniu pory dnia sięgające pięciu minut, a nawet połowy godziny, nie miały dla nich większego znaczenia,

Pierwsze systematyczne próby przeprowadzania pomiarów i obliczeń zostały podjęte dziesięć tysięcy lat przed narodzeniem Chrystusa[3]. To właśnie wtedy ludzie zaczęli prowadzić osiadły tryb życia, aby uprawiać ziemię w dolinach nawadnianych przez wielkie rzeki, takie jak Tygrys i Eufrat, Nil, Indus, Jangcy, Missisipi i Amazonka. Rzeki te stały się rychło szlakami handlowymi i komunikacyjnymi i zaprowadziły w końcu wielu śmiałków do brzegów mórz i oceanów, w których miały swoje ujście. Dla podróżników przemierzających coraz większe odległości czas kalendarzowy, nawigacja i geografia odgrywały znacznie większą rolę; czynniki te narzucały wymóg znacznie bardziej precyzyjnych obliczeń.

Kapłani byli pierwszymi astronomami, a z astronomii wzięła swój początek matematyka. Kiedy ludzie uświadomili sobie, że nacięcia na kamieniach i patyczki nie wystarczają, zaczęli grupować liczby w dziesiątki i dwudziestki, które łatwo było zliczać na palcach rąk i nóg. Wprawdzie Egipcjanie posiedli głęboką wiedzę astronomiczną i umieli przewidywać pory wylewów i cofania się Nilu, ale nie przyszła im zapewne nigdy do głowy myśl o kontrolowaniu bądź kształtowaniu przyszłości. Zmiana nie mieściła się w ich mentalności, w której dominującą rolę odgrywały zwyczaje, niezmienny porządek pór roku i szacunek dla przeszłości.

Około roku 450 p.n.e. Grecy wynaleźli alfabetyczny system liczbowy, który wykorzystywał dwadzieścia cztery litery greckiego alfabetu oraz trzy inne litery, które wyszły później z użycia. Każdej z liczb od 1 do 9 odpowiadała inna litera, wszystkie wielokrotności dziesięciu również oznaczano odrębnymi literami. Na przykład symbol pi pochodzi od pierwszej litery greckiego słowa **penta**, które oznaczało

5; delta – pierwsza litera słowa **deka**, oznaczającego 10 – reprezentowała liczbę 10; alfa, pierwsza litera greckiego alfabetu, odpowiadała liczbie 1, a litera ro oznaczała 100. Tak więc liczbę 115 zapisywano jako ro-deka-penta, czyli ρdπ**.** Hebrajczycy, których alfabet i język wykazują bliskie podobieństwo do greckiego, posługiwali się również takim cyfrowo-alfabetycznym systemem[4]. Jakkolwiek litery-cyfry były wygodnym narzędziem, które ułatwiło wznoszenie budowli o trwalszej konstrukcji, pokonywanie większych odległości, dokładniejszą rachubę czasu, system ów miał istotne ograniczenia. Za pomocą liter bardzo trudno jest bowiem dodawać i odejmować, mnożyć i dzielić, a przeprowadzanie tych obliczeń w pamięci jest niemal niewykonalne. Owe namiastki cyfr mogły służyć jedynie jako środek zapisywania wyników obliczeń przeprowadzanych innymi metodami, najczęściej na desce do liczenia bądź liczydle. Abakus (abak) – najstarszy znany przyrząd służący do liczenia – panuje niepodzielnie w świecie matematyki aż do momentu, gdy na scenę wkracza indoarabski system liczbowy, co nastąpi dopiero w latach 1000–1200.

Zasada działania abaku polega na określeniu górnej granicy ilości gałek w każdej kolumnie; ponadto, kiedy pierwsza kolumna po prawej stronie zostaje zapełniona, nadwyżka sztonów zostaje przeniesiona do sąsiedniej kolumny, i tak dalej. Wyrażenia, takie jak „pożyczyć jeden" lub „przenieść trzy", wywodzą się ze sposobu posługiwania się abakiem[5].

Pomimo istotnych ograniczeń owe wczesne formy matematyki stworzyły możliwość dynamicznego rozwoju wiedzy, zwłaszcza w dziedzinie geometrii – języka kształtów – i jej różnorodnych zastosowań na polu astronomii, nawigacji i mechaniki. Najbardziej imponujące odkrycia stały się udziałem Greków i uczonych z Aleksandrii. Jedynie Biblia miała więcej wydań i ukazywała się w większym nakładzie niż **Elementy,** najsłynniejsze dzieło Euklidesa. Największe dokonania Greków nie wiążą się jednak z nowymi odkryciami naukowymi. Ostatecznie kapłani egipscy i babilońscy zgłębili tajniki geometrii znacznie wcześniej, niż powstało dzieło Euklidesa. Nawet sławne twierdzenie Pitagorasa – które głosi, że

kwadrat przeciwprostokątnej w trójkącie prostokątnym jest równy sumie kwadratów dwóch pozostałych boków – było znane w dolinie Eufratu i Tygrysu już dwa tysiące lat przed Chrystusem.
Znamienną cechą umysłowości greckiej jest domaganie się **dowodu.** Pytanie „dlaczego?" było dla nich dużo ważniejsze od pytania „co?". Grecy mogli przeformułować fundamentalne zagadnienia, ponieważ ich cywilizacja była pierwszą cywilizacją w dziejach, która wyzwoliła się z intelektualnych ograniczeń narzucanych przez wszechwładną kastę kapłańską. To właśnie ta postawa sprawiła, że Grecy stali się pierwszymi podróżnikami i kolonizatorami w dziejach świata, i pozwoliła im uczynić z basenu Morza Śródziemnego swą wyłączną domenę.
Zyskując w ten sposób głębszą wiedzę o świecie doczesnym, Grecy nie byli skłonni przyjąć za dobrą monetę praktycznych zasad, które zostały im przekazane przez dawne społeczeństwa. Nie interesowały ich próbki; ich celem było odnalezienie pojęć, które mogłyby stosować się do wszystkiego, w każdym przypadku. Na przykład same pomiary potwierdzały, że kwadrat przyprostokątnej w trójkącie prostokątnym jest równy sumie dwóch pozostałych boków. Grecy stawiali jednak pytanie, dlaczego owa prawidłowość musi zachodzić we wszystkich trójkątach prostokątnych, dużych i małych, i nie istnieje żaden wyjątek od tej reguły. Dowód jest celem, jaki przyświeca geometrii euklidesowej. I właśnie dowód, a nie obliczenia, miał odtąd odgrywać dominującą rolę w teoretycznej refleksji matematycznej.
To radykalne zerwanie z analityczną metodologią badawczą innych cywilizacji każe nam zastanowić się raz jeszcze nad tym, dlaczego Grekom nie udało się odkryć rachunku prawdopodobieństwa, rachunku różniczkowego i całkowego, a nawet podstaw algebry. Być może stało się tak dlatego, że pomimo wyników, które udało im się uzyskać, Grecy byli ciągle uzależnieni od niewygodnego systemu liczbowego opartego na helleńskim alfabecie. Z podobnymi trudnościami borykali się również Rzymianie. Zapisanie tak prostej liczby jak 9 wymagało dwóch liter: IX. Rzymianie nie mogli zapisywać liczby 32 jako III II, ponieważ nikt nie byłby w stanie rozpoznać, czy ma to oznaczać 32, 302, 3020 czy jakąś inną

kombinację 3, 2 i 0. Przeprowadzanie obliczeń opartych na tym systemie było w istocie niemożliwe.
Odkrycie lepszego systemu liczbowego miało jednak nastąpić dopiero około 500 roku po Chrystusie, kiedy Hindusi sformułowali system liczbowy, którym posługujemy się obecnie. Pozostaje tajemnicą, kto był autorem tego niezwykłego wynalazku i jakie okoliczności przyczyniły się do jego upowszechnienia na subkontynencie indyjskim. Arabowie zetknęli się po raz pierwszy z nowymi liczbami mniej więcej dziewięćdziesiąt lat po ustanowieniu przez Mahometa zasad islamu jako religii nawracania niewiernych w 622 roku, a jego zwolennicy, zjednoczywszy się w potężny naród, wtargnęli do Indii i krajów ościennych.

***

Nowy system liczbowy wywarł ożywczy wpływ na intelektualną działalność w krajach położonych na zachód od Indii. Bagdad, który był już wówczas wielkim ośrodkiem wszelkich nauk, stał się centrum badań i poszukiwań matematycznych. Kalif zaangażował uczonych żydowskich, aby przełożyli na język arabski dzieła takich pionierów matematyki, jak Ptolemeusz i Euklides. Podstawowe dzieła matematyczne krążyły niebawem po rozległym obszarze arabskiego imperium, a w dziewiątym i dziesiątym wieku były już znane na jego zachodnich kresach, w arabskiej Hiszpanii.
W rzeczywistości myśl o stworzeniu nowego systemu liczbowego zakiełkowała na Zachodzie dwa wieki wcześniej niż w Indiach. Około roku 250 pewien aleksandryjski matematyk, zwany Diofantosem, napisał traktat, w którym wyjaśniał korzyści płynące z zastąpienia liter reprezentujących liczby prawdziwym systemem liczb[6].
O życiu Diofantosa wiemy niewiele, ale te skąpe informacje, jakimi dysponujemy, wydają się bardzo zabawne. Według Herberta Warrena Turnbulla, historyka matematyki, istnieje grecki epigramat o Diofantosie, który mówi, że „młodość zajęła l/6 jego życia, a gdy upłynęła jeszcze 1/12 żywota Diofantosa, wyrosła mu broda; do ożenku musiała upłynąć jeszcze l/7 jego życia, a w pięć lat później urodził mu się syn; ów syn żył dwa razy krócej od swego ojca, a

ojciec zmarł cztery lata po śmierci syna". Ile lat żył Diofantos?[7]
Miłośnicy algebry znajdą rozwiązanie na końcu tego rozdziału.
Diofantos forsował ideę algebry symbolicznej – zastosowania symboli do oznaczania liczb – dalekosiężną koncepcję, której nie mógł jednak zrealizować do końca. Wypowiadał uwagi o „niemożliwości rozwiązania niedorzecznego równania 4=4x+20". Niemożliwe? Niedorzeczne? Równanie to wymaga jedynie, by **x** było liczbą ujemną: -6. Bez pojęcia zera, które nie było znane Diofantosowi, liczba ujemna jest logiczną niemożliwością.
Wydaje się, iż nowatorskie pomysły Diofantosa nie spotkały się z większym zainteresowaniem. Musiało upłynąć niemal piętnaście stuleci, by ktokolwiek zwrócił uwagę na jego dzieło. W końcu jego dokonania zostały jednak należycie docenione: traktat Diofantosa odegrał zasadniczą rolę w rozwoju algebry w wieku siedemnastym. Algebraiczne równania, które są dobrze znane nam wszystkim – równania o postaci **a+bx=c** są nazywane równaniami diofantycznymi.
Najistotniejszym aspektem indoarabskiego systemu liczbowego było wynalezienie zera – które Hindusi nazywali **sunya,** a terminem używanym w języku arabskim było słowo **cifr.** Ów termin dotarł do naszych czasów jako „cyfra", która oznaczała niegdyś zero i odnosiła się do pustej kolumny w liczydle bądź na desce do liczenia"***.
Pojęcie zera było trudne do zrozumienia dla ludzi, którym liczenie potrzebne było jedynie do ustalania liczby upolowanych zwierząt, upływu dni czy przebytych jednostek odległości. Zero nie miało nic wspólnego z celami, którym miało służyć tak pojęte liczenie. Jak ujął to dwudziestowieczny angielski filozof Alfred North Whitehead:

Rzecz w tym, że zerem nie musimy posługiwać się wykonując zwykłe czynności codziennego życia. Nikt nie idzie do sklepu, by kupić zero ryb. Jest ono w pewnym sensie najbardziej subtelną ze wszystkich liczb kardynalnych, a jego użycie zostaje na nas wymuszone przez wymogi wyrafinowanych form myślenia[10].
Użyte przez Whiteheada wyrażenie „wyrafinowane formy myślenia" sugeruje, że pojęcie zera było czynnikiem stymulującym procesy o

wiele bardziej fundamentalne niż stworzenie ulepszonej metody liczenia i przeprowadzania obliczeń. Jak przeczuwał Diofantos, dzięki właściwemu systemowi liczbowemu matematyka mogła rozwinąć się jako nauka o bytach abstrakcyjnych, a zarazem technologia przeprowadzania pomiarów. Zero utorowało nam drogę do świata idei i postępu cywilizacyjnego.

Zero zrewolucjonizowało dawny system liczbowy pod dwoma względami. Po pierwsze, wprowadzenie zera oznaczało, że ludzie mogli się posługiwać tylko dziesięcioma cyframi, od zera do dziewiątki, przy przeprowadzaniu wszelkich możliwych obliczeń i zapisywaniu dowolnych liczb. Po wtóre, oznaczało, że ciąg liczb, taki jak 1, 10, 100, będzie wyraźnie wskazywał, że następnym elementem owego ciągu jest liczba 1000. Zero sprawiło, że struktura całego systemu liczbowego stała się jasna i przejrzysta. Proszę spróbować, czy uda się to Państwu ustalić w przypadku ciągów I, X, C albo V, L, D – jakie są następne elementy owych ciągów?

Autorem najstarszego znanego dzieła arytmetyki arabskiej był al-Chuwarizmi (al-Chorezmi), matematyk żyjący około roku 825, czterysta lat przed Fibonaccim[11]. Wprawdzie niewielu ludzi wykorzystujących w praktyce odkrycia al-Chuwarizmiego miało okazję słyszeć o tym arabskim matematyku, ale większości z nas jego imię jest znane w sposób pośredni. Spróbujmy wymówić szybko słowo „al-Chorezmi". To właśnie od jego imienia wywodzi się termin „algorytm", który oznacza regułę wykonywania obliczeń[12]. Al-Chuwarizmi był pierwszym matematykiem, który sformułował reguły dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia za pomocą hinduskich cyfr. W innym traktacie, noszącym tytuł **Hiscib al diabr wa'lmukabala,** to znaczy „Nauka o przenoszeniu i skracaniu", opisuje procedurę operowania równaniami algebraicznymi. Od słowa **al-dżabr** wywodzi się termin **algebra,** który oznacza naukę o równaniach[13].

Jednym z największych i niewątpliwie najsłynniejszym matematykiem arabskim był Omar Chajjam, który żył przypuszczalnie w latach 1050–1130 i był autorem zbioru poematów, znanego pod nazwą **Rubajjat**[14]**.** Długi cykl czterowierszowych

poematów Omara Chajjama (słowo **rubajjat** oznacza pewną formę poetycką) został przełożony w czasach wiktoriańskich przez angielskiego poetę Edwarda Fitzgeralda. Z tego cienkiego tomu możemy się jednak dowiedzieć więcej o rozkoszowaniu się smakiem wina i korzystaniu z ulotnych uroków życia niż o tajnikach nauk przyrodniczych i matematyki.
Według Fitzgeralda Omar Chajjam studiował wraz z dwoma przyjaciółmi, którzy nie ustępowali mu intelektem: Nizamem al-Mulkiem i Hasanem al-Sabbahem. Pewnego dnia Hasan powiedział, że przynajmniej jeden z nich zdobędzie kiedyś majątek i władzę, i zaproponował, by złożyli przysięgę, że „któremukolwiek z nich przypadnie w udziale ów szczęśliwy los, podzieli się wszystkim, co posiada, z pozostałymi, nie zachowując sobie większego udziału". Wszyscy trzej przyjaciele zobowiązali się dotrzymać przyrzeczenia, a po jakimś czasie Nizam został mianowany wezyrem sułtana. Omar i Hasan odszukali go i poprosili, by wywiązał się z obietnicy, którą niegdyś złożył.
Hasan zażądał wysokiej posady na dworze i natychmiast ją otrzymał, ale rozczarowany swym wyniesieniem, wyrzekł się zaszczytów i został przywódcą fanatycznej sekty muzułmańskiej, która szerzyła terror na rozległych obszarach świata islamu. Wiele lat później dokonał zamachu na swego dawnego przyjaciela Nizama.
Omar Chajjam nie poprosił przyjaciela o żaden tytuł ani stanowisko. „Uczynisz mi największą łaskę – miał powiedzieć do Nizama – jeśli pozwolisz mi żyć w zaciszu, w cieniu twojej szczęśliwej gwiazdy, bym mógł upowszechniać korzyści płynące z nauki, i modlić się o twoje długie życie i twą pomyślność". Wprawdzie sułtan uwielbiał Omara Chajjama i obsypywał go łaskami, ale „epikurejska zuchwałość myśli i wypowiedzi Omara sprawiła, że jego współcześni patrzyli nań krzywym okiem".
Omar Chajjam posłużył się nowym systemem liczbowym do skonstruowania języka obliczeniowego, który stwarzał dużo większe możliwości niż rezultaty dociekań al-Chuwarizmiego i legł u podstaw bardziej złożonego języka algebry. Ponadto Omar Chajjam wykorzystywał techniczne ustalenia matematyczne, przeprowadzając reformę kalendarza i tworząc trójkątny układ liczb, który ułatwiał

obliczanie kwadratów, sześcianów i wyższych potęg matematycznych; trójkąt ów stał się podstawą koncepcji sformułowanych przez siedemnastowiecznego francuskiego matematyka Błażeja Pascala, jednego z twórców teorii decyzji, przypadku i prawdopodobieństwa.
Imponujące dokonania Arabów nasuwają raz jeszcze wniosek, że myśl może przebyć bardzo długą drogę i zatrzymać się o krok przed jej logiczną konsekwencją. Dlaczego, stworzywszy wyrafinowane idee matematyczne, Arabowie nie podjęli badań nad teorią prawdopodobieństwa i kontrolowaniem ryzyka? Odpowiedź na to pytanie wiąże się, moim zdaniem, z ich poglądem na życie. Co rozstrzyga o tym, jaka będzie przyszłość: los, bogowie czy my sami? Idea kontrolowania ryzyka pojawia się dopiero wówczas, gdy ludzie uwierzą, że ich działania są do pewnego stopnia wolne. Podobnie jak Grecy i pierwsi chrześcijanie wyznawcy fatalistycznej religii Mahometa nie byli jeszcze przygotowani do wykonania tego przełomowego kroku.
Do roku 1000 nowy system liczbowy rozpowszechnił się w Hiszpanii i w innych krajach dzięki uniwersytetom utworzonym przez Maurów na Półwyspie Pirenejskim i dzięki sycylijskim Saracenom. Sycylijska moneta wypuszczona przez Normanów i opatrzona datą „Anno Domini 1134" jest pierwszym znanym przykładem praktycznego zastosowania owego systemu. Nowe liczby weszły jednak do powszechnego użytku dopiero w trzynastym wieku.
Wprawdzie dzieło Fibonacciego zyskało protekcję cesarza Fryderyka i było rozpowszechniane w całej Europie, ale wprowadzanie indoarabskiego systemu liczbowego napotykało silny, zacięty opór aż do początków szesnastego stulecia. Możemy w tym przypadku wyjaśnić powody owego opóźnienia. Wydaje się, że odegrały tu rolę dwa czynniki.
Opór przed nowym systemem liczbowym wynikał częściowo z ludzkiej inercji, która sprzeciwia się wszelkim zmianom stanu rzeczy uświęconego wielowiekową praktyką. Uczenie się radykalnie odmiennych metod jest czymś, co nie spotykało się nigdy z przychylnym przyjęciem.

Drugi istotny czynnik miał podłoże znacznie bardziej konkretne: otóż dużo łatwiej można było popełnić oszustwo za pomocą nowych cyfr niż przy dawnej metodzie zapisywania liczb. Przeprawienie 0 w 6 lub 9 było kusząco łatwym zabiegiem, a 1 można było z łatwością przeprawić w 4, 6, 7 bądź 9 (jest to jeden z powodów, dla których Europejczycy zapisywali liczbę 7 jako 7-). Wprawdzie nowe cyfry ugruntowały najszybciej swoje wpływy we Włoszech, kraju, w którym edukacja stała na najwyższym poziomie, ale władze Florencji wydały w 1229 roku edykt zabraniający bankierom posługiwania się „pogańskimi" symbolami. W rezultacie wielu ludzi, którzy chcieli nauczyć się nowego systemu, musiało przebierać się za muzułmanów, aby zaspokoić swoją ciekawość[15].
Wynalezienie maszyny drukarskiej z ruchomą czcionką w połowie piętnastego wieku stało się czynnikiem, który ostatecznie usunął wszelkie przeszkody zagradzające drogę do pełnego zastosowania nowych cyfr. Dokonywanie oszukańczych przeróbek stało się niemożliwe. Niepotrzebne utrudnienia wiążące się ze stosowaniem cyfr rzymskich stały się teraz oczywiste dla każdego. Ten epokowy zwrot przyczynił się również wydatnie do rozwoju transakcji handlowych. Tabliczka mnożenia al-Chuwarizmiego miała odtąd stać się czymś, czego wszystkie dzieci będą się uczyły w szkolnych ławach. Wreszcie, wraz z pojawieniem się pierwszych niejasnych intuicji praw prawdopodobieństwa, hazard zyskał zupełnie nowy wymiar.

***

Oto algebraiczne rozwiązanie epigramatu o Diofantosie. Jeżeli **x** oznacza liczbę lat przeżytych przez Diofantosa, to:

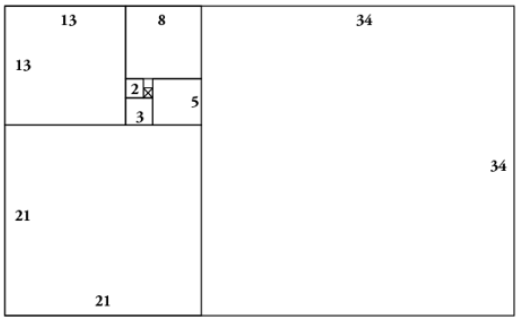
$$x=\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5+\frac{x}{2}+4$$

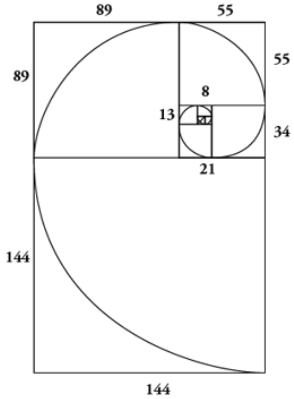
Diofantos żyl osiemdziesiąt cztery lata.

**Przypisy**

[1] Podstawowe informacje o twórczości i biografii Fibonacciego pochodzą głównie z *Encyclopedia Britannica*, a także z prac Evesa, 1983, s. 161, Hogbena, 1968, s. 250, i Garland, 1987.

[2] Inspirujące uwagi o liczbach Fibonacciego można znaleźć w książkach Garland, 1987, i Hoffera, 1975. Przytoczone przeze mnie przykłady zostały zaczerpnięte z tych dwóch źródeł.
[3] Podstawowe fakty, które tu podaję, przytaczam za pracą Hogbena, 1968, rozdział I.
[4] Zob. Hogben, 1968, s. 35; a także Eves, 1983, rozdział I.
[5] Zob. Hogben, 1968, s. 36, oraz s. 246–250.
[6] Najistotniejsze informacje o Diofantosie pochodzą z książki Turnbulla, 1951, s. 113.
[7] Tamże, s. 110.
[8] Tamże, s. 111.
[9] Zob. Hogben, 1968, s. 244–246.
[10] Cytat zaczerpnąłem z pracy Newmana, 1988a, s. 433.
[11] Najistotniejsze dane dotyczące al-Chuwarizmiego pochodzą głównie z prac Muira, 1961, i Hogbena, 1968.
[12] Hogben, 1968, s. 243.
[13] W rozdziale VI książki Hogbena z 1968 roku można znaleźć dłuższe, inspirujące rozważania o rozwoju algebry i zastosowaniach zera.
[14] Podstawowe informacje o Omarze Chajjamie zaczerpnąłem od Fitzgeralda.
[15] Hogben, 1968, s. 245.
* Za pomocą jednego z osobliwych trików, które stają się możliwe dzięki zastosowaniu liczb, można wykazać, że otrzymamy liczbę 0,618, jeśli wyciągniemy pierwiastek kwadratowy z 5, który jest równy 2,24, odejmiemy 1, a otrzymaną różnicę podzielimy przez 2; wynik ten jest algebraicznym dowodem ciągu liczb Fibonacciego.
** Ujmując to w terminach technicznych, wzór na proporcję Fibonacciego przedstawia się następująco: stosunek mniejszej części do części większej jest równy stosunkowi części większej do całości.
*** Ten arabski termin zachował się nawet w języku rosyjskim, gdzie występuje jako słowo *tsifra*, które oznacza liczbę.




**Sposób konstruowania spirali równokątnej za pomocą proporcji Fibonacciego**

Zacznij od kwadratu o boku równym jednej jednostce, dorysuj drugi kwadrat o takim samym boku, następnie, w odpowiednim miejscu, kwadrat o boku równym dwóm jednostkom, a później kwadrat o boku równym trzem jednostkom i, kontynuując tę operację, dorysuj kolejno kwadraty o bokach równych 5, 8, 13, 21, 34 jednostkom, i tak dalej.

Autoryzowany przedruk z książki *Fascinating Fibonaccis* autorstwa Trudy Hammel Garland
© 1987 by Dale Seymour Publications, P.O. Box 10888, Palo Alto, CA 94303.

**Część druga**

# Tysiąc zdumiewających faktów: 1200–1700

## Rozdział 1

# Gracz renesansowy

Piero della Francesca, artysta, który namalował obraz Dziewicy przedstawiony na następnej stronie (**Matka Boska z Dzieciątkiem, świętymi, aniołami i portretem księcia Montefeltro),** żył w latach 1415–1492, ponad dwa wieki po Fibonaccim. Życie della Franceski przypada na okres największego rozkwitu włoskiego renesansu, a jego twórczość odzwierciedla najistotniejsze cechy przełomu między nowym duchem wieku piętnastego a duchem średniowiecza.

Postaci przedstawione na obrazie della Franceski, w tym również postać samej Dziewicy, są istotami ludzkimi. Ich głów nie otaczają już aureole; są to portrety odrębnych ludzkich jednostek, które stoją mocno na ziemi i zajmują własne miejsce w trójwymiarowej przestrzeni. Wprawdzie owe postaci zgromadziły się tu zapewne po to, by powitać Dziewicę z Dzieciątkiem, ale uwagę większości z nich wydają się zaprzątać inne sprawy. Z obrazu della Franceski zniknęło gotyckie zastosowanie cieni w kompozycji przestrzeni, które miało budować atmosferę tajemnicy; cienie służą tu tylko do podkreślenia ciężaru sylwetek i zaznaczenia konturów przestrzeni otaczającej postaci.

Nad głową Dziewicy można dostrzec zawieszone jajko. Gdy jednak przyjrzymy się obrazowi uważniej, nasuwają się pewne wątpliwości co do tego, gdzie właściwie jest zawieszony ów niebiański symbol płodności. I dlaczego owe tak ziemskie, choć zarazem pobożne postaci nie zdają sobie w ogóle sprawy z osobliwego zjawiska, które pojawia się nad ich głowami?

Filozofia grecka zostaje tu odwrócona. Sferą tajemnicy stają się teraz niebiosa. Na ziemi ludzie są samodzielnymi istotami działającymi na własny rachunek. Okazują szacunek przejawom boskości, ale nie składają im służalczych hołdów – przesłanie to przewija się we

wszystkich dziełach sztuki renesansowej. Zachwycający posąg Dawida dłuta Donatella był jedną z pierwszych rzeźb przedstawiających nagie ciało mężczyzny, jakie powstały od czasów klasycznego antyku greckiego i rzymskiego; wielki poeta-bohater ze Starego Testamentu stoi śmiało przed nami, odsłaniając bez zażenowania swe młodzieńcze ciało, a u jego stóp spoczywa głowa Goliata. Katedra Brunelleschiego we Florencji, ze swym ogromnym sklepieniem, wyraźnie wyartykułowaną masą i prostym wnętrzem, pokazuje dobitnie, że religia została dosłownie sprowadzona na ziemię.

Renesans był okresem wielkich odkryć. Ekspedycja Kolumba wyrusza w drogę w tym samym roku, gdy umiera Piero della Francesca; wkrótce potem Kopernik ogłasza dzieło, które zrewolucjonizuje ludzkie wyobrażenia o sferze niebios. Wyniki uzyskane przez Kopernika wymagały znajomości wyrafinowanej wiedzy matematycznej, a wiek szesnasty to czasy dynamicznego rozwoju matematyki, zwłaszcza we Włoszech. W następstwie wprowadzenia około roku 1450 ruchomej czcionki na język włoski przełożono wiele klasycznych dzieł matematycznych; wydawano je wówczas w języku rodzimym lub po łacinie. Matematycy prowadzili ożywione publiczne debaty dotyczące rozwiązań złożonych równań algebraicznych, a tłumy kibiców dopingowały swych ulubieńców.

Impulsem, który przyczynił się do rozwoju tych zainteresowań, było niezwykłe dzieło, opublikowane w 1494 roku przez franciszkańskiego mnicha Lucę Paciolego[1]. Pacioli urodził się około roku 1445 w Borgo Sansepolcro, rodzinnym mieście Piera della Franceski. Wprawdzie rodzina próbowała nakłonić chłopca, by przygotowywał się do kariery człowieka interesu, ale Piero uczył go literatury, sztuk pięknych i historii i zachęcał do korzystania z księgozbioru słynnej biblioteki pobliskiego sądu w Urbino. Rozległe studia Paciolego w Urbino położyły podwaliny pod jego późniejszą sławę matematyczną. Mając dwadzieścia lat, Pacioli objął posadę guwernera w domu zamożnego weneckiego kupca. Uczęszczał na publiczne wykłady z zakresu filozofii i teologii i studiował matematykę, pobierając prywatne lekcje. Jako pojętny uczeń, w czasie pobytu w Wenecji

zdążył napisać i opublikować swoje pierwsze dzieło matematyczne. U swego wuja Benedetta, oficera oddziału stacjonującego w Wenecji, pobierał natomiast nauki z zakresu architektury i sztuki wojennej. W 1470 roku Pacioli przeniósł się do Rzymu, gdzie kontynuował studia, i w wieku 27 lat wstąpił do zakonu franciszkanów. Nie osiadł jednak w Rzymie na stałe. Uczył matematyki w Perugii, Rzymie, Neapolu, Pizie i Wenecji, by w końcu osiedlić się w Mediolanie, gdzie w 1496 roku został profesorem matematyki. Dziesięć lat wcześniej otrzymał tytuł magistra – ówczesny odpowiednik doktoratu.
Arcydzieło Paciolego **Summa de arithmetica, geometria et proportionalita** (najważniejsze prace akademickie pisano nadal po łacinie) zostało opublikowane w 1494 roku. W **Summie,** napisanej „na chwałę wielce abstrakcyjnej i subtelnej natury matematyki", Pacioli przyznaje, że zawdzięcza wiele **Liber Abaci** Fibonacciego, dziełu, które powstało niemal trzysta lat wcześniej. **Summa** wykłada podstawowe zasady algebry i zawiera tabliczkę mnożenia obejmującą wszystkie działania aż do 60 x 60 – dodatek niezmiernie pożyteczny w czasach, gdy druk był środkiem upowszechniania nowego systemu liczbowego.
Do najbardziej trwałych dokonań intelektualnych **Summy** należy wyłożenie zasad podwójnej księgowości. Pacioli nie był wprawdzie wynalazcą podwójnej księgowości, ale przedstawił najobszerniejsze jak na owe czasy studium poświęcone tej tematyce. Pojęcie podwójnej księgowości pojawiło się już w **Liber Abaci** Fibonacciego, a także w pewnej księdze wydanej około 1305 roku przez londyńską filię jednej z włoskich firm. Niezależnie od tego, jakie było źródło owej rewolucyjnej innowacji w metodach rachunkowości, miała ona doniosłe konsekwencje ekonomiczne, porównywalne z wynalezieniem silnika parowego trzysta lat później.
W czasie pobytu w Mediolanie Pacioli zetknął się i nawiązał przyjaźń z Leonardem da Vinci. Zdolności Leonarda wywarły ogromne wrażenie na Paciolim, który z podziwem wypowiadał się o „jego nieocenionych badaniach nad ruchem przestrzennym, zderzeniami ciał, ciężarem i wszelkimi siłami przyrody"[2]. Ci dwaj ludzie musieli mieć ze sobą wiele wspólnego, ponieważ Pacioli interesował się

również związkami łączącymi matematykę i sztukę. W jednym ze swych dzieł poczynił uwagę, iż „jeśli twierdzi się, że muzyka spełnia wymogi właściwe dla słuchu, jednego z naszych przyrodzonych zmysłów [...] [perspektywa] pełni tę samą rolę w przypadku wzroku, co jest o tyle cenniejsze, że wzrok to frontowe drzwi do ludzkiego intelektu".
Przed spotkaniem z Paciolim Leonardo rozporządzał nikłą wiedzą matematyczną, jakkolwiek miał intuicyjne wyczucie proporcji i zasad geometrii. W jego notatnikach można odnaleźć wiele rysunków sporządzonych przy użyciu liniału i cyrkla. Pacioli miał jednak nakłonić Leonarda do zgłębienia tajników pojęć, którymi posługiwał się on intuicyjnie. Martin Kemp, jeden z biografów Leonarda, twierdzi, że Pacioli „dał impuls, który rozbudził matematyczne aspiracje Leonarda i doprowadził do reorientacji jego zainteresowań w stopniu, w jakim nie zdołał tego dokonać żaden inny współczesny myśliciel". Leonardo zrewanżował się przyjacielowi, wykonując skomplikowane rysunki do innego wielkiego dzieła Paciolego, **De Divinae Proportione,** które ukazało się w dwóch spisanych ręcznie tomach w 1498 roku. Dzieło to zostało wydane drukiem w roku 1509.
Leonardo posiadał własny egzemplarz **Summy** i musiał niewątpliwie studiować go bardzo pilnie. W swych notatnikach spisywał kolejne próby zrozumienia ilorazów i ułamków jako narzędzi pomocnych przy zastosowaniu proporcji. W pewnym miejscu czyni sobie wyrzuty, że musi się jeszcze „nauczyć mnożenia pierwiastków od mistrza Luki". Leonardo miałby dzisiaj kłopoty z opanowaniem programu arytmetyki na poziomie trzeciej klasy szkoły podstawowej.
Fakt, iż takiemu geniuszowi doby renesansu jak Leonardo da Vinci poważnych trudności nastręczała już elementarna arytmetyka, jest wymownym komentarzem do stanu wiedzy matematycznej u schyłku piętnastego wieku. Jak więc doszło do tego, że matematycy zdołali poczynić pierwsze kroki na drodze do sformułowania systemu pomiaru i kontroli ryzyka?

***

Luca Pacioli był jednym z tych, którzy uświadamiali sobie ogromne możliwości, jakie kryją w sobie niezwykłe własności liczb. W

rozważaniach, które zawarł w **Summie,** postawił między innymi następujący problem:
Gracze A i B rozgrywają partię **balia**, zgodnie z wszelkimi prawidłami tej gry. Uzgadniają, że partia zakończy się wówczas, gdy któryś z nich zwycięży w sześciu kolejkach. Gra zostaje jednak przerwana, gdy jeden z nich ma na koncie pięć, a drugi – trzy wygrane kolejki. Jak należy wówczas podzielić pulę między owych dwóch graczy?[3]
Łamigłówka ta powraca wielokrotnie w pismach szesnasto-i siedemnastowiecznych matematyków. Przyjmuje ona rozmaite postaci, ale sprowadza się zawsze do tego samego pytania: jak podzielić pulę w pewnej niedokończonej grze? Matematycy udzielali różnych odpowiedzi na owo pytanie, a odpowiedzi te dawały początek burzliwym sporom.
Owa zagadka, która stała się później znana jako zagadnienie punktów, jest daleko bardziej doniosła, niż się wydaje. Dociekania zmierzające do rozwiązania problemu, jak podzielić pulę w pewnej niedokończonej grze, oznaczały bowiem początek systematycznych analiz prawdopodobieństwa – miary naszej pewności, że jakieś zdarzenie nastąpi. **W ten oto sposób znaleźliśmy się u progu kwantyfikacji ryzyka.**
Nietrudno wprawdzie zrozumieć powody, dla których średniowieczne przesądy stanowiły przeszkodę dla badań nad teorią prawdopodobieństwa, warto jednak zastanowić się raz jeszcze nad tym, dlaczego Grecy, a nawet Rzymianie nie interesowali się w ogóle tego rodzaju zagadkami jak łamigłówka Paciolego.
Grecy zdawali sobie sprawę, że w przyszłości może wydarzyć się więcej rzeczy, niż **wydarzy się faktycznie.** Rozumieli, że nauki przyrodnicze są „naukami dotyczącymi tego, co prawdopodobne" – by posłużyć się terminologią Platona. W **O niebie** Arystoteles pisze: „Niełatwo jest uzyskać pomyślne wyniki w wielu różnych działaniach bądź uzyskać pomyślny wynik wiele razy; nie można na przykład wykonać identycznego rzutu kostką tysiąckrotnie, podczas gdy stosunkowo łatwo wykonać taki rzut raz czy dwa razy"[4].
Słuszność tych twierdzeń potwierdzają zwykłe obserwacje. Grecy i Rzymianie uprawiali jednak gry losowe według reguł, które w

naszych czasach wydają się niedorzeczne. Jest to tym bardziej zdumiewające, że owe gry cieszyły się w starożytności wielką popularnością (Grecy posługiwali się już sześciennymi kostkami) i stanowiły naturalne laboratorium badań nad stosunkiem szans i prawdopodobieństwem.

Rozważmy gry rozgrywane za pomocą astragalusa, kostki kłykciowej używanej jako kostka do gry. Astragalusy były podłużnymi przedmiotami o dwóch węższych i dwóch szerszych ściankach. W grach, które uprawiano w starożytności, rzucano na ogół jednocześnie czterema astragalusami. Prawdopodobieństwo, że kostka wyląduje na szerszej ściance, było oczywiście wyższe od prawdopodobieństwa wylądowania kostki na ściance węższej. Można by zatem oczekiwać, iż liczba punktów za rzut kostką, która wylądowała na węższej ściance, powinna być wyższa od liczby punktów za rzut, przy którym kostka ląduje na szerszej ściance. Jednakże suma punktów, którą można było uzyskać za wylądowanie kostki na którejś z trudniejszych, węższych ścianek – 1 po jednej, a 6 po drugiej stronie – nie różniła się wcale od sumy punktów za łatwiejsze, szersze ścianki – 3 i 4. Gracz uzyskiwał najwięcej punktów za rzut „Wenus", zagranie polegające na tym, iż wyrzucona zostaje każda z czterech ścianek – 1, 3, 4, 6 – pomimo że równie prawdopodobne rzuty – 6, 6, 6, 6 i 1, 1, 1, 1 – przynosiły mniej punktów[5].

Wiedziano wprawdzie dość powszechnie o tym, że długie serie pomyślnych wyników bądź porażek są mniej prawdopodobne od serii krótkich, o czym świadczą uwagi Arystotelesa, ale przewidywania te miały czysto jakościowy, a nie ilościowy charakter: „[...] stosunkowo łatwo wykonać taki rzut raz czy dwa razy"[6]. Ludzie antyku oddawali się z zapałem uprawianiu owych gier, wydaje się jednak, że nikt nie próbował ustalić stosunku szans uzyskania określonych wyników. Według wszelkiego prawdopodobieństwa przyczyną takiego stanu rzeczy było to, że Grecy nie interesowali się badaniami eksperymentalnymi; przywiązywali wagę tylko do teorii i dowodu. Wydaje się również, że Grecy nie rozpatrywali nigdy idei powtórnego wywoływania jakiegokolwiek zjawiska, co przy odpowiedniej liczbie

powtórzeń mogłoby dowodzić prawdziwości pewnej hipotezy – przypuszczalnie dlatego, że odrzucali możliwość występowania jakichkolwiek prawidłowości ziemskich zdarzeń. Precyzja i ścisłość miały być bowiem jedynie domeną bogów.

***

W dobie renesansu badania, eksperymenty i świadectwa empiryczne stają się jednak przedmiotem powszechnego zainteresowania: zajmują się nimi uczeni i odkrywcy nowych lądów, malarze i architekci. Natomiast ludzi, którzy oddawali się grze w kości, musiało niewątpliwie intrygować pytanie, jakie prawidłowości wychodzą na jaw w dłuższych seriach rzutów.

Człowiekiem takiego pokroju był szesnastowieczny medyk Girolamo Cardano. Już same wyczyny Cardana jako nałogowego hazardzisty zapewniły mu poczesne miejsce w historii ryzyka, ale wykazywał on również niepospolite zdolności w innych dziedzinach. Jest rzeczą zaskakującą, że Cardano – będący ucieleśnieniem człowieka renesansu[7] – jest postacią stosunkowo mało znaną.

Urodził się w Mediolanie około 1500 roku, zmarł w roku 1571 – żył zatem w tym samym okresie co rzeźbiarz Benvenuto Cellini. Podobnie jak Cellini był również jednym z pierwszych ludzi, którzy zostawili po sobie autobiografię. Cardano dał swej autobiografii tytuł **De Vita Propria Liber (Księga mego żywota)** – a był to doprawdy żywot niezwykły! W istocie, intelektualna dociekliwość Cardana była silniejsza nawet od jego miłości własnej. W swej autobiografii wymienia na przykład cztery największe osiągnięcia swoich czasów: zapoczątkowanie nowej ery odkryć, które objęły dwie trzecie powierzchni lądów nieznanych starożytnym, wynalezienie broni palnej i materiałów wybuchowych, wynalezienie kompasu oraz skonstruowanie maszyny drukarskiej z ruchomą czcionką.

Girolamo Cardano był chudzielcem o długiej szyi, obwisłej dolnej wardze, ze szpetną brodawką nad jedną z powiek i tak tubalnym głosem, że uskarżali się nań nawet jego najbliżsi przyjaciele. Według tego, co pisze, cierpiał na biegunkę, przepuklinę, dolegliwości nerkowe, palpitacje, a nawet na zakażenie brodawek sutkowych.

Chełpi się jednak, iż był zawsze „człowiekiem żywego usposobienia, oddanym całym sercem jednej sprawie, nawykłym do towarzystwa kobiet", a zarazem „osobą przebiegłą, sprytną, sarkastyczną, pracowitą, zuchwałą, melancholijną, perfidną, magikiem i czarodziejem, człowiekiem nieszczęśliwym i pełnym nienawiści, lubieżnym i sprośnym, kłamcą, służalcem, mogącym godzinami wysłuchiwać paplaniny starców".
Cardano był graczem nad gracze. Przyznawał się do „niepohamowanej namiętności do stołów gry i kości [...] Przez wiele lat [...] nie uprawiałem hazardu sporadycznie, lecz, wstyd to przyznać, codziennie". Grał we wszystko, począwszy od kości i gier karcianych, a na szachach skończywszy. Posunął się nawet do tego, iż zalecał hazard jako dobroczynny środek „w chwilach, gdy ogarnia nas lęk i smutek [...] Znajdowałem wówczas niemałą pociechę grając bez przerwy w kości". Gardził kibicami, którzy służą graczom dobrymi radami, i znał wszystkie szalbierskie sztuczki; ostrzegał zwłaszcza przed graczami, którzy „smarują karty mydłem, by stały się bardziej śliskie, dzięki czemu mogą je później niepostrzeżenie podmieniać w talii". W swych matematycznych analizach prawdopodobieństwa rzutów kośćmi skrupulatnie opatrywał wszelkie ustalenia zastrzeżeniem „pod warunkiem, że kostka jest rzetelna". Niemniej roztrwonił przy stołach gry dostatecznie dużo pieniędzy, by zakończyć swoje rozważania wnioskiem: „Z gier hazardowych największy pożytek wypływa wówczas, gdy w ogóle ich nie uprawiamy". Cardano był przypuszczalnie pierwszym człowiekiem w dziejach, który przedstawił gruntowną analizę gier losowych.
Girolamo Cardano był jednak nie tylko hazardzistą, który sporadycznie zajmował się dociekaniami matematycznymi. Był także najsłynniejszym lekarzem swoich czasów, u którego chętnie zasięgał porady medycznej papież, a także królewskie i cesarskie domy Europy. Cardano wolał jednak stronić od dworskich intryg i odrzucał ich zaproszenia.
Jako pierwszy przedstawił kliniczny opis objawów tyfusu; pisał także o kile i stworzył nową metodę operacji przepukliny. Był ponadto rzecznikiem poglądu, że „człowiek jest niczym innym, jak tylko swoim umysłem; gdy bowiem umysł jest w złym stanie, szwankuje

wszystko inne, a gdy jest w dobrym stanie, ustają wszelkie dolegliwości". Należał również do pierwszych zwolenników kąpieli i tuszu. Gdy w 1522 roku zaproszono go do Edynburga, by wyleczył chorego na astmę arcybiskupa Szkocji, na podstawie swej wiedzy o alergii zalecił, by pościel z puchu zastąpić pościelą z naturalnego jedwabiu, a skórzaną poszewkę poduszki – poszewką z lnu; zalecił również stosowanie grzebienia z kości słoniowej. Zanim wyruszył z Mediolanu do Edynburga, zawarł umowę, że dzienna opłata za jego usługi będzie wynosić dziesięć koron w złocie, lecz gdy po czterdziestu dniach opuszczał Szkocję, wdzięczny pacjent zapłacił mu tysiąc czterysta koron i obdarował wieloma cennymi prezentami.
Cardano musiał być człowiekiem bardzo pracowitym. Opublikował 131 książek, a w swej autobiografii twierdzi, że 170 innych spalił, by nie dopuścić do ich wydania. Umierając, pozostawił 111 dzieł w rękopisie. Jego pisma dotyczyły niezmiernie szerokiego spektrum zagadnień, między innymi matematyki, astronomii, fizyki, moczu, zębów, życia Dziewicy Marii, horoskopu Jezusa Chrystusa, moralności, nieśmiertelności, żywota Nerona, muzyki i snów. Dziełem, które przyniosło mu największy rozgłos, była książka **De Subtilitate Rerum (O subtelności rzeczy),** zbiór rozpraw, który doczekał się sześciu wydań, a dotyczył problematyki nauki i filozofii, a także przesądów i niezwykłych opowieści.
Girolamo Cardano miał dwóch synów, którzy przysporzyli mu wielu zmartwień. W **De Vita** opisuje starszego z nich, Giambattistę, który był jego ulubieńcem, jako „głuchego na prawe ucho młodzieńca z małymi, wyblakłymi, niespokojnymi oczami. U lewej stopy miał tylko dwa palce; trzeci i czwarty licząc od palucha – jeśli mnie tylko pamięć nie myli – które były zrośnięte błoną. Na plecach miał niewielki garb [...]". Giambattista poślubił dziewczynę o złej reputacji, która zdradzała go z innymi mężczyznami; jej mąż, jak sama twierdziła, nie spłodził ani jednego z jej trojga dzieci. Po trzech latach małżeńskiego piekła Giambattista polecił służącemu, by upiekł ciasto zaprawione arszenikiem, i poczęstował nim swoją żonę, która wkrótce potem zmarła. Cardano uczynił wszystko, co było w jego mocy, by uratować syna, ale Giambattista przyznał się do popełnienia morderstwa i nie mógł uniknąć ręki kata. Wiodąc go na

szafot, więzienni strażnicy odcięli mu lewą dłoń i poddali wymyślnym torturom. Młodszy syn Cardana, Aldo, kilkakrotnie okradał swojego ojca i co najmniej osiem razy został wtrącony do miejscowego więzienia.
Cardano miał również młodego protegowanego, Lodovica Ferrariego, znakomitego matematyka, który pełnił przez pewien okres funkcję sekretarza kardynała Mantui. Mając czternaście lat, Ferrari zamieszkał w domu Cardana i poświęcił się opiece nad starym człowiekiem. Lodo-vico mówił o sobie, że został „stworzony przez Cardana". Występował jako rzecznik idei Cardana w licznych sporach z innymi matematykami, a kilku poważnych badaczy sądzi, iż był autorem wielu koncepcji, które przypisuje się Cardanowi. Ferrari nie przyniósł jednak Cardanowi pociechy po tragedii jego własnych synów. Ten utracjusz i sybaryta straciłwszystkie palce prawej dłoni w karczemnej bójce i zmarł w wyniku otrucia – przez swoją siostrę lub jej kochanka – w wieku 43 lat.

***

Wielkie dzieło matematyczne Cardana **Ars Magna (Sztuka wielka)** ukazało się w 1545 roku, w tym samym czasie, gdy Kopernik ogłaszał swoje odkrycia dotyczące Układu Słonecznego, a Vesalius pisał słynny traktat o anatomii. Książka została opublikowana pięć lat po wydaniu dzieła **Grounde of Artes** Anglika Roberta Recorda, w którym po raz pierwszy zostały użyte symbole „+" i „-". Siedemnaście lat później w angielskiej książce pod tytułem **Whetstone of Witte** wprowadzony został symbol „=", co objaśniano w ten sposób, iż „żadne dwie rzeczy nie mogą być tak równe jak dwie linie równoległe"[8].
**Ars Magna** była pierwszym poważnym dziełem doby renesansu poświęconym algebrze. Cardano przystępuje tu systematycznie do rozwiązywania równań sześciennych oraz kwadratowych i zmaga się nawet z pierwiastkami kwadratowymi z liczb ujemnych, pojęciem, które było zupełnie nieznane przed wprowadzeniem nowego systemu liczbowego i pozostało nadal niezrozumiałe dla większości ludzi[9]. Wprawdzie ówczesna notacja algebraiczna była bardzo prymitywna, a każdy autor posługiwał się inną symboliką, ale

Cardano wprowadził symbole **a, b** i **c,** doskonale znane wszystkim, którzy uczyli się algebry. Trudno natomiast odgadnąć, dlaczego Cardano nie zdołał rozwiązać zagadki Paciolego dotyczącej niedokończonej partii **balia.** Niewątpliwie podejmował próby, ale podobnie jak innym wybitnym matematykom owych czasów nie udało mu się wykonać tego zadania.
Traktat Cardana dotyczący hazardu nosi tytuł **Liber de Ludo Aleae (Księga o grach losowych).** Słowo **alea** oznacza grę w kości. Natomiast słowo **aleatorius,** o tym samym rdzeniu, odnosi się do wszelkich gier losowych. To właśnie z owych łacińskich słów wywodzi się słowo „aleatoryczny" – termin opisujący zdarzenia, których wyniki są niepewne. W swym wytwornym języku Rzymianie dokonali więc bezwiednie fuzji znaczeń hazardu i niepewności.
**Liber de Ludo Aleae** wydaje się pierwszą poważniejszą próbą sformułowania statystycznych zasad rządzących prawdopodobieństwem. Ale słowo „prawdopodobieństwo" czy „probabilistyczny" w ogóle nie pojawia się w tej książce. Tytuł dzieła Cardana i większa część tekstu traktuje o „szansach". Łaciński rdzeń terminu „probabilistyczny" jest połączeniem czasownika **probare,** który oznacza tyle co sprawdzać, dowodzić lub uznawać, i słowa **ilis** oznaczającego możliwość istnienia; to właśnie w sensie dowodliwości lub wiarygodności słowo to mogło być znane Cardanowi. Związek między prawdopodobieństwem i przypadkowością – najistotniejszy aspekt gier losowych – wszedł jednak do powszechnej praktyki językowej dopiero sto lat po opublikowaniu **Liber de Ludo Aleae.** Według kanadyjskiego filozofa Iana Hackinga łaciński rdzeń słowa „probabilistyczny" oznacza mniej więcej tyle co „godny uznania"[10]. Ów termin zachował to znaczenie przez wiele stuleci. Hacking przytacza jako przykład fragment powieści **Roxana, The Fortunate Mistress,** napisanej w 1724 roku przez Daniela Defoe. Dama, która jest bohaterką tej powieści, przekonawszy pewnego zamożnego mężczyznę, by zajął się jej losem, mówi: „Po raz pierwszy otworzyły się przede mną widoki na naprawdę dostatnie życie, i była to perspektywa wielce **prawdopodobna".** Owa dama miała na myśli to, iż udało jej się osiągnąć poziom życia odpowiadający

przymiotom, jakie w swym mniemaniu posiadała; zdołała, jak ujmuje to Hacking, „wydźwignąć się ze swego podłego stanu”[11].
Hacking przytacza również inny przykład zmienności znaczenia prawdopodobieństwa[12]. Posługując się wyraźnie słowem **probabilila,** Galileusz mówi o Kopernikańskiej teorii, w myśl której Ziemia obraca się wokół Słońca, jako o teorii „nieprawdopodobnej”, ponieważ wchodzi ona w kolizję z tym, co ludzie mogą zobaczyć na własne oczy – krążeniem Słońca wokół Ziemi. Tego rodzaju teoria miała być teorią nieprawdopodobną, albowiem nie spotkała się z powszechnym uznaniem. Zaledwie sto lat później niemiecki uczony Leibniz, odwołując się do nowego (ale jeszcze nie całkiem współczesnego) znaczenia prawdopodobieństwa, charakteryzuje hipotezę Kopernika jako „nieporównanie najbardziej prawdopodobną” ze wszystkich hipotez. Hacking pisze, iż według Leibniza „o prawdopodobieństwie decydują świadectwa empiryczne i rozumowanie”[13]. W istocie, niemieckie słowo **wahrscheinlich** adekwatnie ujmuje sens tego pojęcia: na język polski przekłada się ono dosłownie jako „mający pozory prawdziwości”.
Prawdopodobieństwo zawsze miało owe dwa znaczenia: w pierwszym – kierowało się w stronę przyszłości, w drugim – związane było z interpretacją przeszłości; o ile znaczenie pierwsze odnosiło do naszych domysłów, o tyle to drugie – do wiedzy, którą faktycznie rozporządzamy. Rozróżnienie to pojawi się jeszcze niejednokrotnie na kartach tej książki.
W pierwszym sensie prawdopodobieństwo oznacza stopień przeświadczenia bądź gotowość do uznania pewnego poglądu – pojęcie to ujmuje źródłowe znaczenie prawdopodobieństwa. Uczeni oddają to znaczenie, posługując się słowem „epistemologiczny”, które odnosi się do niepoddających się ostatecznej analizie granic ludzkiego poznania.
Pierwsze pojęcie prawdopodobieństwa jest o wiele starsze od drugiego: idea pomiaru prawdopodobieństwa miała się bowiem pojawić znacznie później. Starsze rozumienie prawdopodobieństwa rozwinęło się z pojęcia uznawania: w jakim stopniu skłonni jesteśmy zaakceptować to, co wiemy? W przypadku Galileusza

prawdopodobieństwo sprowadzało się do tego, w jakim stopniu gotowi jesteśmy zgodzić się z tym, co mówią nam inni. W bardziej nowoczesnym, leibnizjańskim rozumieniu tego terminu prawdopodobieństwo sprowadzało się do wiarygodności, jaką możemy przypisywać świadectwom empirycznym.
Nowoczesne ujęcie prawdopodobieństwa mogło się jednak pojawić dopiero wówczas, gdy matematycy sformułowali teoretyczną interpretację częstości zachodzenia zdarzeń w przeszłości. Cardano mógłby przypuszczalnie wprowadzić do teorii prawdopodobieństwa pierwsze elementy statystyki, gdyby nie fakt, że ówczesne znaczenie tego słowa związane było wyłącznie z jego sensem źródłowym i nie miało najmniejszego związku z podejmowanymi przez Cardana próbami skonstruowania narzędzi pomiaru.
Cardano zdawał sobie sprawę, iż stoi u progu wielkiego odkrycia. W swej autobiografii pisze, że uważa **Liber de Ludo Aleae** za jedno ze swych największych osiągnięć, twierdząc, że „odkrył przyczynę tysięcy zdumiewających faktów". Zwróćmy uwagę na słowo „przyczyna". Fakty, o których mowa w tej książce, dotyczyły częstości występowania określonych wyników i były doskonale znane każdemu z hazardzistów. Żaden z nich nie znał jednak teorii wyjaśniającej występowanie owych częstości. Zwyczajem wszystkich teoretyków Cardano ubolewa, iż „[...] owe fakty bardzo pogłębiają naszą wiedzę, nie wnoszą natomiast niczego do praktycznych umiejętności hazardzisty".
Cardano mówi w swojej autobiografii, iż pisał **Liber de Ludo Aleae** w 1525 roku, będąc jeszcze bardzo młodym człowiekiem, i opracował ją ponownie czterdzieści lat później. Pomimo swej oryginalności **Liber de Ludo Aleae** jest pod wieloma względami książką nieudaną. Cardano skompilował ją ze szkicowych zapisków; po rozwiązaniach, o których mówi w jednym miejscu, w innych fragmentach książki pojawiają się rozwiązania odwołujące się do zupełnie odmiennych metod. Brak systematycznego zastosowania zapisu matematycznego komplikuje sprawę jeszcze bardziej. Dzieło nie zostało opublikowane za życia Cardana: odnaleziono je wśród jego manuskryptów dopiero po jego śmierci. Pierwsze wydanie zostało opublikowane w Bazylei w 1663 roku. Do tego czasu

imponujące wyniki w dziedzinie teorii prawdopodobieństwa zdołali już jednak uzyskać inni badacze, którzy nie znali pionierskich dociekań Cardana.
Gdyby nie fakt, że minęło całe stulecie, zanim dzieło Cardana stało się znane innym matematykom i mogło stać się podstawą dalszych badań, sformułowane przezeń uogólnienia dotyczące prawdopodobieństwa w grach hazardowych mogłyby wydatnie przyspieszyć rozwój matematyki i teorii prawdopodobieństwa.
Cardano posłużył się jako pierwszy standardową formą wyrażania prawdopodobieństwa w postaci ułamka: liczby wyników sprzyjających podzielonej przez „pole" – to znaczy liczbę wszystkich wyników możliwych. Mówimy na przykład, iż stosunek szans wyrzucenia orła wynosi 50/50. W przypadku rzutu monetą orzeł jest jednym z dwóch równie prawdopodobnych wyników. Z kolei prawdopodobieństwo wyciągnięcia damy z pełnej talii kart to 1/13, ponieważ w talii składającej się z 52 kart są cztery damy. Prawdopodobieństwo wyciągnięcia damy pik wynosi 1/52, gdyż talia zawiera tylko jedną damę pik.
Prześledźmy teraz linię rozumowania, do którego odwołuje się Cardano, wyznaczając prawdopodobieństwo każdego rzutu w grze w kości*. W przytoczonym poniżej fragmencie piętnastego rozdziału **Liber de Ludo Aleae,** zatytułowanego **O rzutach jedną kostką**, Cardano precyzyjnie objaśnia ogólne zasady, które nie zostały wcześniej przez nikogo sformułowane:
Połowa całkowitej liczby ścianek kostki zawsze przedstawia równość; istnieją tedy szanse pół na pół, iż dany wynik wypadnie w trzech rzutach, gdyż całkowite pole zawiera ogółem sześć wyników; szanse, iż jeden z trzech danych wyników wypadnie w jednym rzucie, są również pół na pół. Na przykład mogę równie łatwo wyrzucić jeden, trzy czy pięć, jak dwa, cztery lub sześć. Należy zawsze przyjmować zakłady zgodnie z tą równością, pod warunkiem, że kostka jest rzetelna[14].
Wychodząc z tych założeń, Cardano oblicza następnie prawdopodobieństwo wyrzucenia dowolnej liczby należącej do danej pary – na przykład 1 lub 2 – w jednym rzucie kostką. Odpowiedź jest

taka, iż istnieje jedna szansa na trzy, czyli 33 procent, albowiem problem dotyczy w tym przypadku dwóch liczb z całkowitego „pola” sześciu ścianek kostki. Oblicza również prawdopodobieństwo powtórzenia sprzyjającego wyniku w serii rzutów jedną kostką. Prawdopodobieństwo dwukrotnego wyrzucenia 1 lub 2 w serii rzutów jest równe 1/9, to znaczy kwadratowi jednej szansy na trzy albo iloczynowi 1/3 x 1/3. Prawdopodobieństwo trzykrotnego wyrzucenia jednego lub dwóch oczek będzie natomiast równe 1/27, czyli 1/3 x 1/3 x 1/3, a prawdopodobieństwo czterokrotnego uzyskania takiego wyniku będzie równe 1/3 do potęgi czwartej.
Cardano przystępuje z kolei do obliczania prawdopodobieństwa wyrzucenia 1 lub 2 w przypadku, gdy każdy rzut wykonujemy dwiema, a nie jedną kostką. Jeżeli prawdopodobieństwo wyrzucenia 1 lub 2 w przypadku rzutów jedną kostką wynosi 1/3, intuicja podpowiada nam, że prawdopodobieństwo wyrzucenia 1 lub 2 za pomocą dwóch kostek będzie dwukrotnie większe, to znaczy będzie wynosiło 67 procent. W rzeczywistości poprawna odpowiedź jest taka, że prawdopodobieństwo to jest równe 5/9, czyli 55,6 procent. Jeżeli rzucamy dwiema kostkami, istnieje bowiem jedna szansa na dziewięć, że 1 lub 2 wypadnie jednocześnie na obu kostkach, ale prawdopodobieństwo wyrzucenia 1 lub 2 na obu kostkach zostaje już uwzględnione przy obliczaniu prawdopodobieństwa takiego wyniku dla każdej z kostek z osobna; musimy zatem odjąć jedną dziewiątą od owych 67 procent, które podpowiada nam intuicja. A zatem $1/3+1/3–1/9=5/9$.
Cardano formułuje następnie wnioski dotyczące gier z większą ilością kostek i większej liczby pomyślnych wyników w serii rzutów. Ostatecznie jego dociekania prowadzą do sformułowania ogólnych twierdzeń dotyczących praw prawdopodobieństwa, które przekształcają badania eksperymentalne w teorię.
Krokiem o przełomowym znaczeniu jest założenie, które przyjmuje Cardano, przystępując do analizy tego, co dzieje się wówczas, gdy jedną kostkę zastąpujemy dwiema kostkami. Prześledźmy raz jeszcze argumentację Cardana, zwracając tym razem większą uwagę na kolejne jej stadia. Wprawdzie dwie kostki mają łącznie dwanaście ścianek, ale Cardano nie definiuje prawdopodobieństwa wyrzucenia

1 lub 2, ograniczając liczbę możliwych wyników do dwunastu. Zwraca uwagę, iż gracz może wyrzucić, na przykład, 3 na pierwszej kostce i 4 na drugiej, ale równie dobrze może wyrzucić 4 na pierwszej kostce, a 3 na drugiej.
Liczba możliwych kombinacji, które tworzą „pole" – ogół wszystkich możliwych wyników – jest znacznie większa od sumy dwunastu ścianek obu kostek. Zwrócenie uwagi na doniosłą rolę kombinacji liczb jest najistotniejszym rezultatem, jaki wniosły badania Cardana do sformułowania praw prawdopodobieństwa.
Amerykańska odmiana gry w kości, **craps,** może stanowić doskonałą ilustrację podstawowej roli, jaką odgrywają kombinacje przy wyznaczaniu prawdopodobieństwa. Jak wykazał Cardano, rzut dwiema sześciennymi kostkami dopuszcza nie jedenaście (od dwóch do dwunastu oczek), lecz trzydzieści sześć możliwych kombinacji, począwszy od „oczu węża" (dwie jedynki), a na „wagonach" (dwie szóstki) skończywszy.
Siedem, liczba o kluczowym znaczeniu w **craps,** to wynik, który można najłatwiej uzyskać. Jest on sześć razy bardziej prawdopodobny od wyrzucenia dwóch jedynek bądź dwóch szóstek i trzy razy bardziej prawdopodobny od jedenastki, liczby, która również pełni w **craps** ważną funkcję. Siódemkę można bowiem uzyskać na sześć różnych sposobów: 6+1, 5+2, 4+3, 3+4, 2+5 i 1+6; warto zauważyć, że układ ten składa się tylko z trzech różnych kombinacji: 5 i 2, 4 i 3 oraz 1 i 6. Jedenastkę można wyrzucić tylko na dwa sposoby, ponieważ wynik taki jest sumą tylko jednej kombinacji liczb: 5+6 lub 6+5. Istnieje tylko jeden sposób wyrzucenia dwóch jedynek bądź dwóch szóstek. Miłośnicy **craps** postąpią roztropnie, ucząc się na pamięć poniższej tabeli:

Prawdopodobieństwo uzyskania każdego z sumarycznych wyników przy rzutach dwiema kostkami

| Suma oczek | Prawdopodobieństwo |
|---|---|
| 2 | 1/36 |
| 3 | 2/36, czyli 1/18 |

| | |
|---|---|
| 4 | 3/36, czyli 1/12 |
| 5 | 4/36, czyli 1/9 |
| 6 | 5/36 |
| 7 | 6/36, czyli 1/6 |
| 8 | 5/36 |
| 9 | 4/36, czyli 1/9 |
| 10 | 3/36, czyli 1/12 |
| 11 | 2/36, czyli 1/18 |
| 12 | 1/36 |

W tryktraku, innej grze, w której gracze rzucają dwiema kostkami, liczby oczek na obu kostkach mogą być dodawane bądź rozpatrywane odrębnie. Oznacza to na przykład, że rzucając dwiema kostkami, można uzyskać wynik 5 na piętnaście różnych sposobów: 5+1, 5+2, 5+3, 5+4, 5+6, 1+5, 2+5, 3+5, 4+5, 6+5, 1+4, 4+1, 2+3, 3+2.
Prawdopodobieństwo wyrzucenia piątki w tryktraku wynosi zatem 15/36, czyli około 42 procent[15].
Istotną rolę odgrywa tu semantyka. Jak mówi Cardano, **prawdopodobieństwo** uzyskania jakiegoś wyniku jest równe stosunkowi wyników sprzyjających do zbioru wszystkich wyników możliwych. **Stosunek szans** na uzyskanie pewnego wyniku jest równy proporcji wyników pomyślnych do wyników niepomyślnych. Stosunek szans jest oczywiście zależny od prawdopodobieństwa, lecz właśnie on jest tym, co ma największe znaczenie dla gracza obstawiającego w zakładach.
Jeżeli prawdopodobieństwo wyrzucenia piątki w tryktraku jest równe stosunkowi piętnastu rzutów, w których wypada piątka, do wszystkich trzydziestu sześciu rzutów możliwych, to szanse na taki wynik są jak 15 do 21. Jeśli prawdopodobieństwo rzutu, w którym uzyskamy 7 w **craps,** odpowiada jednemu na sześć rzutów kostkami, to szansa wyrzucenia innej liczby oczek wynosi pięć do jednego. Oznacza to, że nie powinieneś stawiać więcej niż jednego

dolara na to, że w następnym rzucie wypadnie siódemka, jeżeli drugi gracz stawia 5 dolarów na to, że taki wynik nie padnie. Stosunek szans wyrzucenia orła w grze w orła i reszkę wynosi 50/50, to znaczy jeden do dwóch; ponieważ szanse wyrzucenia orła i reszki są równe, nigdy nie stawiaj w tej grze większych sum niż twój przeciwnik. Jeśli na wyścigach konnych przyjmuje się zakłady na zwycięstwo outsidera w stosunku 20 do 1, teoretyczne prawdopodobieństwo zwycięstwa tego konia wynosi 1/21, czyli 4,8 procent, a nie 5 procent.
W rzeczywistości szanse zwycięstwa outsidera są znacznie niższe niż 5 procent, ponieważ w odróżnieniu od **craps** wyścigi konne nie mogą się odbywać w czyimś mieszkaniu. Wymagają one torów wyścigowych, a właściciele torów i państwo, które wydaje licencje na prowadzenie torów wyścigowych, mają pewne uprzywilejowane roszczenia wobec puli stawek wpłacanych przez graczy. Jeśli wyrazimy stosunki, w jakich przyjmuje się zakłady na każdego konia, w kategoriach prawdopodobieństwa – przyjąwszy, że stosunkowi 20 do 1 odpowiada prawdopodobieństwo zwycięstwa 4,8 procent – i zsumujemy owe prawdopodobieństwa, okaże się, że suma prawdopodobieństw przekracza 100 procent. Różnica, którą otrzymujemy po odjęciu od tej sumy 100 procent, jest miarą dochodów, jakie czerpią z wyścigów konnych państwo i właściciele torów.

***

Nie dowiemy się nigdy, czy pisząc **Liber de Ludo Aleae** Cardano chciał tylko stworzyć podręcznik dla hazardzistów wprowadzający w arkana kontroli ryzyka czy raczej teoretyczną rozprawę o prawach prawdopodobieństwa. Biorąc pod uwagę rolę, jaką odgrywał w jego życiu hazard, należy przyjąć, że reguły gry musiały stanowić podstawowe źródło inspiracji jego badań. Nie można jednak poprzestać na tej konstatacji. Gry hazardowe są idealnym laboratorium do przeprowadzania eksperymentów nad kwantyfikacją ryzyka. Intelektualna dociekliwość Cardana i skomplikowane zagadnienia matematyczne, które waży się podjąć w **Ars Magna,** wskazują, iż celem, który przyświecał jego dociekaniom, nie mogło

być jedynie poszukiwanie strategii przynoszących zwycięstwa w grach hazardowych.
W początkowych fragmentach **Liber de Ludo Aleae** przeważają rozważania natury eksperymentalnej, ale ostatnie rozdziały książki traktują o teoretycznym pojęciu kombinacji. Oprócz oryginalnych intuicji Cardana dotyczących roli prawdopodobieństwa w grach losowych i potężnych środków matematycznych, którymi się posłużył rozwiązując intrygujące go zagadnienia, **Liber de Ludo Aleae** jest pierwszą znaną próbą zaprzęgnięcia pomiaru do badania ryzyka. To właśnie ów proces, do którego Cardano wniósł tak doniosły wkład, przyczynił się do powstania wiedzy o kontrolowaniu ryzyka.
Niezależnie od motywacji Cardana jego książka jest dziełem o przełomowym znaczeniu, świadczącym o oryginalności myśli i intelektualnej odwadze jej autora.
Prawdziwym bohaterem tej opowieści nie jest jednak Cardano, lecz czasy, w jakich przyszło mu żyć. Możliwość odkryć, których dokonał Cardano, dana była ludziom od wielu tysięcy lat. Indoarabski system liczbowy dotarł do Europy co najmniej trzy wieki przed powstaniem **Liber de Ludo Aleae.** Brakującymi czynnikami, które miały się pojawić dopiero w dobie renesansu, były wolność myśli, zamiłowanie do badań eksperymentalnych i pragnienie kontrolowania przyszłości.

***

Ostatnim włoskim uczonym, który odegrał doniosłą rolę w zmaganiach z problematyką prawdopodobieństwa, był Galileusz, urodzony w 1564 roku – tak samo jak William Szekspir. Girolamo Cardano był już wówczas u schyłku życia. Podobnie jak wielu ludzi owych czasów Galileusz miał zamiłowanie do badań eksperymentalnych i przyglądał się bacznie wszystkim zjawiskom zachodzącym w otoczeniu. Podobno wykorzystywał nawet rytm swego tętna do mierzenia upływu czasu.
Pewnego dnia w 1583 roku, w trakcie mszy w katedrze w Pizie, Galileusz zwrócił uwagę na lampę kołyszącą się u stropu katedry. Kolejne podmuchy wiatru wnikającego do przewiewnego budynku kościoła wprawiały w nieregularny ruch wahadłowy lampę, która zataczała na przemian dłuższe lub krótsze łuki. Galileusz zaobserwował, że każde wychylenie lampy, niezależnie od długości

łuku, trwa dokładnie tak samo długo. Efektem tych przypadkowych obserwacji było zastosowanie wahadła do produkcji zegarów. W ciągu trzydziestu lat przeciętny błąd pomiaru czasu na dobę obniżył się z kwadransa do dziesięciu sekund. W taki oto sposób czas zawarł przymierze z techniką. Właśnie takim zajęciom oddawał się Galileusz. Niemal czterdzieści lat później Galileusz został mianowany Pierwszym Nadzwyczajnym Profesorem Matematyki uniwersytetu w Pizie oraz nadwornym matematykiem Jego Najjaśniejszej Wysokości Kosmy II, wielkiego księcia Toskanii. Napisał wówczas krótką rozprawę o grach hazardowych „aby spełnić życzenie tego, który polecił mi, bym spisał myśli, jakie nasuwają mi się w związku z tym zagadnieniem”[17]. Rozprawa nosiła tytuł **Sopra le Scoperte dei Dadi (O grze w kości),** a fakt, iż została napisana w języku włoskim, a nie po łacinie, wskazuje, że Galileusz nie miał zamiłowania do problematyki, która w jego mniemaniu nie zasługiwała na poważne badania. Wydaje się, że podjął się tego niewdzięcznego zadania tylko po to, by jego pracodawca, wielki książę Toskanii, mógł z większym powodzeniem oddawać się grom hazardowym.

W rozprawie tej Galileusz odwołuje się do wielu wyników uzyskanych przez Cardana, mimo że traktat Cardana o hazardzie miał zostać opublikowany dopiero czterdzieści lat później. Dokonania Cardana mogły być jednak znane Galileuszowi. Florence Nightingale David, historyczka i teoretyk statystyki, zwraca uwagę, że Cardano prowadził badania nad owymi zagadnieniami przez tyle lat, że z pewnością musiał omawiać je ze swoimi przyjaciółmi. Był także bardzo popularnym wykładowcą. Ówcześni matematycy mogli więc być obeznani z treścią **Liber de Ludo Aleae,** mimo że nie mieli okazji czytać tego dzieła[18].

Podobnie jak Cardano Galileusz zajmuje się eksperymentami dotyczącymi rzutów jedną bądź wieloma kostkami i wyprowadza ogólne wnioski co do częstości różnych kombinacji i typów wyników. Na marginesie wypowiada uwagę, że zastosowana w jego rozważaniach metodologia jest czymś, co z równym powodzeniem mógłby sformułować każdy matematyk. Aleatoryczne pojęcie prawdopodobieństwa musiało być w 1623 roku tak mocno

ugruntowane, że Galileusz miał poczucie, iż niewiele pozostało już w tej materii do odkrycia.
W rzeczywistości pozostało jeszcze wiele. Nowe idee dotyczące prawdopodobieństwa i ryzyka pojawiały się w zdumiewająco szybkim tempie, w miarę jak zainteresowanie tą problematyką ogarniało coraz szersze kręgi uczonych we Francji, w Szwajcarii, Niemczech i Anglii.
W wieku szesnastym i siedemnastym, zwłaszcza we Francji, następuje istna eksplozja nowatorskich badań matematycznych, które daleko wykraczają swym zasięgiem poza eksperymentalne badania Cardana nad rzutami kośćmi. Rozwój metod rachunkowych i algebry prowadził do powstawania coraz bardziej abstrakcyjnych pojęć, które legły u podstaw praktycznych zastosowań prawdopodobieństwa w tak różnorodnych dziedzinach, jak ubezpieczenia i inwestycje, medycyna i genetyka, zachowanie molekuł, sztuka wojenna czy prognozowanie pogody.
Pierwszym ogniwem owego procesu było skonstruowanie narzędzi pomiaru pozwalających na ustalanie stopnia uporządkowania kryjącego się w niepewnej przyszłości. Pierwsze próby skonstruowania takich narzędzi podejmowano już w początkach siedemnastego wieku. Na przykład w 1619 roku purytański duchowny Thomas Gataker opublikował doniosłe dzieło **Of the Nature and Use of Lots,** w którym dowodził, że o wynikach gier losowych nie decydują prawa boskie, lecz prawa przyrody[19]. U schyłku siedemnastego wieku, sto lat po śmierci Cardana i niespełna pół wieku po śmierci Galileusza, podstawowe zagadnienia z zakresu analizy prawdopodobieństwa zostały rozwiązane. Następnym krokiem było podjęcie badań nad tym, w jakiej mierze istoty ludzkie uświadamiają sobie i jak reagują na prawdopodobieństwa, z którymi stykają się w życiu powszednim. W ostatecznym rachunku jest to bowiem podstawowa domena kontroli ryzyka i podejmowania decyzji, a zarazem obszar, na którym równowaga między pomiarem a ludzką odwagą staje się kluczowym wątkiem opowieści o dziejach ryzyka.

**Przypisy**

1 Podstawowe informacje o Paciolim zaczerpnąłem głównie z pracy David, 1962, s. 36–39, a także z książki Kempa, 1981, s. 146–148.
2 Informacje biograficzne dotyczące Paciolego i Leonarda pochodzą z pracy Kempa, 1981, s. 248–250.
3 David, 1962, s. 37.
4 Sambursky, 1956.
5 Tamże.
6 Tamże.
7 Najistotniejsze dane dotyczące Cardana i przytaczane przeze mnie cytaty pochodzą głównie z prac Ore'a, 1965, i Morleya, 1854, a niektóre cytaty z angielskiego przekładu *De Vita Propria Liber* Cardana wydanego w 1930 roku.
8 David, 1962, s. 61.
9 Zob. Sarton, 1957, s. 29–32; a także Muir, 1951, s. 35–38.
10 Hacking, 1975, s. 18. Cały wywód Hackinga, zawarty w trzecim rozdziale tej pracy, zatytułowanym *Zapatrywania*, zasługuje na wnikliwa lekturę.
11 Hacking, 1975, s. 22.
12 Tamże, s. 26.
13 Tamże, s. 44.
14 David, 1962, s. 58.
15 Kogelman i Heller, 1986, s. 164–165.
16 Podstawowe informacje o Galileuszu zostały zaczerpnięte z pracy David, 1962, rozdział 7, s. 61–69.
17 David, 1962, s. 65.
18 Tamże, s. 13.
19 Stigler, 1988.
* Czytelnicy, którzy nie są zainteresowani szczegółowymi aspektami technicznymi tych rozważań, mogą opuścić strony 37–39, nie tracąc żadnego wątku istotnego dla ciągłości mojego wywodu.

**Piero della Francesca, Matka Boska z Dzieciątkiem, świętymi, aniołami i portretem księcia Montefeltro.**
Pinacoteca di Brera, Mediolan

## Rozdział 2

# Francuski łącznik

Cardano i Galileusz nie zdawali sobie sprawy, że tylko niewielki krok dzieli ich od sformułowania praw prawdopodobieństwa – najpotężniejszego narzędzia kontroli ryzyka, jakie miało zostać kiedykolwiek wynalezione. Na podstawie wyników licznych eksperymentów Cardano wyprowadził kilka doniosłych uogólnień, ale przedmiotem jego zainteresowań była przede wszystkim teoria gier hazardowych, a nie teoria prawdopodobieństwa. Galileusz nie interesował się nawet teorią gier hazardowych.
Galileusz zmarł w 1642 roku. Już dwanaście lat później trzej Francuzi dokonali przełomowego odkrycia w badaniach nad prawdopodobieństwem. Właśnie to wydarzenie będzie tematem niniejszego rozdziału. Niespełna dziesięć lat później to, co jeszcze do niedawna było tylko zalążkiem pewnej idei, zyskało postać w pełni rozwiniętej teorii, która otworzyła drogę do doniosłych zastosowań praktycznych. W 1657 roku Holender Christiaan Huygens opublikował poczytny podręcznik teorii prawdopodobieństwa (Newton przeczytał go, sporządzając drobiazgowe notatki, w 1664 roku), mniej więcej w tym samym czasie Leibniz rozważał możliwość zastosowania prawdopodobieństwa do problemów prawnych; w roku 1662 uczeni z paryskiego klasztoru Port-Royal ogłosili pionierską pracę traktującą o zagadnieniach filozofii i prawdopodobieństwa, której dali tytuł **La logique ou l'art de penser (Logika, czyli sztuka myślenia).** W 1660 roku Anglik John Graunt opublikował wyniki badań, w których próbował formułować ogólne wnioski oparte na danych demograficznych opracowanych na podstawie statystycznej próbki rejestrów zgonów prowadzonych przez miejscowe parafie. U schyłku lat sześćdziesiątych siedemnastego wieku holenderskie miasta, których tradycyjnym źródłem finansowania była sprzedaż dożywotnich rent, mogły już oprzeć swą

politykę finansową na mocnych podstawach statystycznych. Jak już wspominaliśmy, około roku 1700 rząd angielski zaczął wykorzystywać dochody ze sprzedaży dożywotnich rent do finansowania deficytu budżetowego.

Opowieść o trzech Francuzach wypada zacząć od scharakteryzowania owych trzech niezwykłych ludzi, którzy potrafili dostrzec ogólniejsze znaczenie prawidłowości występujących w grach hazardowych i stworzyli systematyczne podstawy teoretyczne pomiaru prawdopodobieństwa. Pierwszy z nich, Błażej Pascal, był wielce uzdolnionym młodym hulaką, który stał się później religijnym bigotem i doszedł ostatecznie do wniosku, że należy całkowicie „wyprzeć się rozumu". Drugi, Pierre de Fermat, był wziętym prawnikiem, który ubocznie zajmował się dociekaniami matematycznymi. Trzecim członkiem tej grupy był francuski szlachcic, kawaler de Mere, u którego zamiłowania matematyczne łączyły się z niepohamowaną skłonnością do uprawiania gier losowych; zyskał sobie sławę tylko dzięki temu, iż postawił pytanie, które naprowadziło dwóch pozostałych na trop wiodący do odkrycia. Ani młody hulaka, ani wzięty prawnik nie dostrzegali potrzeby odwoływania się do eksperymentów dla potwierdzenia swych hipotez. W odróżnieniu od Cardana zajęli się formułowaniem ogólnych twierdzeń, stając się twórcami pierwszej teorii prawdopodobieństwa. Teoria ta pozwalała na przeprowadzanie pomiaru prawdopodobieństwa w kategoriach ścisłych wartości liczbowych, co oznaczało radykalne zerwanie z praktyką podejmowania decyzji na podstawie stopnia pewności naszych przekonań.

***

Pascal, który zyskał sobie sławę jako matematyk sporadycznie uprawiający refleksję filozoficzną, urodził się w 1623 roku, mniej więcej w tym samym czasie, gdy Galileusz wprowadzał ostatnie poprawki do **Sopra le Scoperte dei Dadi.** Urodzony w czasach, w których żywa była jeszcze pamięć o religijnych wojnach wieku szesnastego, Pascal był niemal przez całe życie rozdarty między swoimi aspiracjami matematycznymi i skłonnością do przekonań religijnych o zasadniczo antyintelektualnej orientacji. Ten wybitny

matematyk, dumny z wyników, które uzyskał jako „mistrz geometrii”, miał jednak u schyłku życia oddać się całkowicie swej religijnej pasji[1].

Za młodu Pascal był cudownym dzieckiem. Fascynowały go kształty oraz figury, zdołał samodzielnie odkryć pokaźną część geometrii euklidesowej, wykonując rysunki na podłodze swego dziecięcego pokoju. Mając szesnaście lat, napisał rozprawę dotyczącą matematycznych własności stożka; rozprawa stała na tak wysokim poziomie, że wywarła głębokie wrażenie nawet na wielkim Kartezjuszu.

Rozwój matematycznych zamiłowań młodego Pascala odpowiadał w pełni oczekiwaniom jego ojca, który również zajmował się matematyką i zarabiał na dostatnie życie jako poborca podatkowy, urzędnik, którego w owych czasach nazywano dzierżawcą podatków. Dzierżawca podatków wpłacał pewną kwotę do królewskiej kasy – równowartość ziarna pobranego z królewskich spichrzów – a następnie zbierał pieniądze od obywateli – w kwotach odpowiadających wielkości plonów zebranych w porze żniw, oczekując, podobnie jak wszyscy dzierżawcy, że ich ostateczna wartość przewyższy koszty zakupu ziarna.

Jeszcze jako nastolatek Błażej Pascal wynalazł i opatentował maszynę mającą ułatwić mozolne obliczanie codziennych rachunków pana Pascala. Urządzenie to, zbudowane z przekładni i kół, które przesuwały się naprzód i wstecz, wykonując operacje dodawania i odejmowania, przypominało mechaniczne maszyny obliczeniowe, które były poprzednikami współczesnych kalkulatorów elektronicznych. Młody Pascal potrafił również wykonywać na swojej maszynie działania mnożenia oraz dzielenia i zaczął nawet opracowywać metodę wyciągania pierwiastków kwadratowych. Na nieszczęście dla wszystkich sprzedawców i księgowych, którzy mieli uprawiać te profesje przez następne 250 lat, nie zdołał znaleźć nabywcy gotowego wprowadzić jego wynalazek na rynek z powodu zbyt wysokich kosztów produkcji.

Dostrzegłszy genialne uzdolnienia swego syna, ojciec Błażeja wprowadził go, jako czternastoletniego chłopca, do grupy

dyskusyjnej, która zbierała się co tydzień w domu jezuity Marina Mersenne'a, nieopodal Palais-Royal w Paryżu. W pierwszej połowie siedemnastego wieku dom abbé Mersenne'a stał się jednym z najważniejszych ośrodków nauk przyrodniczych i matematyki. Mersenne nie tylko organizował cotygodniowe spotkania najwybitniejszych badaczy, ale także donosił każdemu z nich, w obszernych listach, pisanych niezdarnym charakterem, o wszystkich nowych, doniosłych odkryciach[2].

W sytuacji braku towarzystw naukowych, profesjonalnych periodyków i innych środków wymiany myśli i informacji Mersenne wniósł cenny wkład w rozwój i upowszechnianie nowych teorii naukowych. Paryska Academie des Sciences i Royal Society z siedzibą w Londynie, które zostały utworzone dwadzieścia lat po śmierci Mersenne'a, są bezpośrednimi spadkobiercami jego pionierskiej działalności.

Wprawdzie wczesne prace Pascala z zakresu wyższej geometrii i algebry wywarły ogromne wrażenie na najwybitniejszych matematykach, z którymi zetknął się on u abbé Mersenne'a, ale jego uwagę miały niebawem pochłonąć innego rodzaju zainteresowania. W 1646 roku ojciec Pascala przewrócił się na oblodzonej drodze i złamał biodro; balwierze, których wezwano do domu Pascalów, okazali się członkami pewnej prozelickiej sekty kościoła katolickiego, zwanej jansenistami. Ludzie ci wierzyli, że jedyna droga do zbawienia wiedzie przez ascezę, poświęcenie i bezwzględne przestrzeganie wszystkich zasad moralnych. Nauczali, że człowiek, który nie dąży nieustannie do moralnego oczyszczenia, popadnie niechybnie w stan grzechu. Istotne jest tylko czucie i wiara: rozum miał bowiem stanowić przeszkodę na drodze do odkupienia. Zakończywszy kurację biodra pana Pascala, janseniści pozostali w jego domu jeszcze przez trzy miesiące, zajmując się duszą jego syna, który z entuzjazmem przyjmował ich doktrynę. Błażej zarzucił swoje zainteresowania matematyczne i naukowe; wyrzekł się również wszelkich pokus miejskiego życia, od których nie stronił jako młodzieniec. Jego uwagę zaprzątała teraz tylko religia. Jedyne wyjaśnienie owej nagłej przemiany, jakie potrafił podać, wyrażało się

w pytaniu: „Kto wyznaczył mi moje miejsce w tym świecie? Z czyjego rozkazu i czyjej poręki to miejsce i ten czas stały się mym przeznaczeniem? Wieczne milczenie owych nieskończonych przestrzeni napawa mnie przerażeniem”[3].
Ten przerażający lęk zawładnął umysłem Pascala tak dalece, iż w 1650 roku, mając 27 lat, uległ częściowemu paraliżowi, któremu towarzyszyły trudności z przełykaniem pokarmu i dotkliwy ból głowy. Jako panaceum na te dolegliwości lekarze zalecili mu, by przebudził się z apatii i zaczął używać wszelkich uciech doczesnego życia. Pascal nie omieszkał skorzystać z tej rady. Po śmierci ojca miał nawet powiedzieć do siostry: „Nie pogrążajmy się w smutku, niczym poganie, co żadnej nie mają nadziei”[4]. Wróciwszy do dawnego trybu życia, folgował wszystkim swym zachciankom i stał się częstym bywalcem paryskich salonów gry.
Pascal powrócił również do badań nad problemami matematycznymi i zagadnieniami pokrewnych dziedzin nauki. W jednym z eksperymentów dowiódł istnienia próżni, które było przedmiotem naukowych sporów od czasu, gdy Arystoteles wysunął tezę, iż natura nie znosi próżni. W toku owego eksperymentu Pascal zademonstrował, że obserwując zmiany wysokości słupka rtęci, można zmierzyć ciśnienie atmosferyczne w naczyniu całkowicie opróżnionym z cząsteczek powietrza.

***

Przypuszczalnie właśnie w tym czasie Pascal zawarł znajomość z kawalerem de Mere, który szczycił się swymi umiejętnościami matematycznymi oraz tym, że potrafi obliczać prawdopodobieństwa wygranych w grach hazardowych. W liście do Pascala, pochodzącym z drugiej połowy lat pięćdziesiątych siedemnastego wieku, chełpi się, iż udało mu się „dokonać niezwykłych odkryć matematycznych, o których większość uczonych starożytnych nie miała najmniejszego pojęcia i które wprawiłyby w zdumienie największych matematyków Europy”[5].
De Mere musiał wywrzeć duże wrażenie nawet na Leibnizu, który opisywał kawalera jako „człowieka o przenikliwym umyśle, który zajmował się hazardem i filozofią”. Leibniza nurtowały jednak pewne

wątpliwości, ponieważ dalej pisał: „Z trudem powstrzymywałem się od śmiechu, czytając chełpliwe słowa, których nie szczędzi sobie kawaler de Mere w liście do Pascala”[6].
Pascal podzielał opinię Leibniza. „Pan de Mere – pisał w liście do pewnego uczonego – jest człowiekiem bardzo inteligentnym, ale nie jest geometrą, a to, jak doskonale rozumiesz, jest niewątpliwie jego wielką słabością”[7]. Pascal wydaje się tu przemawiać jak akademicki uczony, któremu wyraźną przyjemność sprawia wypowiadanie lekceważącej oceny dorobku domorosłego badacza. Tak czy owak, Pascal nie doceniał przenikliwości kawalera de Mere.
Pisma Pascala są jednak jedynym źródłem informacji o intuicyjnych zdolnościach przewidywania prawdopodobieństwa, którymi miał się odznaczać de Mere. Jako hazardzista kawaler obstawiał często wyniki, które gwarantowały mu tylko nieznacznie większe szanse zwycięstwa, wyniki, które jego przeciwnicy uważali za zdarzenia czysto przypadkowe. Według Pascala de Mere wiedział, iż prawdopodobieństwo wyrzucenia szóstki w przypadku rzutów jedną kostką wzrasta powyżej 50 procent w serii czterech rzutów – dokładnie do 51,77469136 procent. Strategia kawalera polegała na wygrywaniu niewielkich stawek w długich seriach rzutów, w przeciwieństwie do stawiania majątku na serię zaledwie kilku rzutów. Owa strategia również wymagała zainwestowania sporego kapitału, ponieważ szóstki mogły nie pojawiać się bardzo długo w serii rzutów, a następnie wystąpić w większej liczbie, dzięki czemu średnia częstość występowania szóstki mogła osiągnąć wartość powyżej 50 procent[9].
De Mere próbował również stosować inny wariant swojego systemu, przyjmując zakłady, iż prawdopodobieństwo wyrzucenia **sonnez** – ów francuski termin oznacza parę szóstek – jest większe niż 50 procent w serii 24 rzutów dwiema kostkami. Stracił jednak na owych zakładach wystarczająco dużo pieniędzy, aby zrozumieć, że prawdopodobieństwo wyrzucenia pary szóstek w serii 24 rzutów wynosi w rzeczywistości 49,14 procent. Kawaler de Mere byłby niewątpliwie bogatszym człowiekiem, gdyby obstawiał parę szóstek w 25 rzutach, gdzie prawdopodobieństwo wyrzucenie **sonnez**

wzrasta do 50,55 procent. Historia zmagań z ryzykiem jest zapisana zarówno złotymi, jak i czarnymi zgłoskami.
W czasie gdy kawaler ów po raz pierwszy zetknął się z Pascalem, roztrząsał z kilkoma francuskimi matematykami stare zagadnienie punktów, sformułowane przez Lucę Paciolego – jak podzielić pulę między dwóch graczy rozgrywających partię **balia,** jeśli gra zostaje przerwana? Nikt nie zdołał jeszcze znaleźć odpowiedzi na to pytanie. Wprawdzie zagadnienie punktów wzbudziło zainteresowanie Pascala, ale nie miał on ochoty podjąć samodzielnych badań nad tą kwestią. W świecie współczesnym tego rodzaju zagadnienie mogłoby stać się tematem panelowej dyskusji na corocznym zjeździe któregoś z towarzystw naukowych. Pascal nie mógł jednak zaproponować przedyskutowania zagadnienia punktów na takim forum. Niewielka grupa badaczy mogłaby roztrząsać je w zaciszu domu abbé Mersenne'a, jednakże ogólnie przyjęta procedura polegała na podjęciu prywatnej korespondencji z innymi matematykami, którzy mogli wnieść jakiś wkład w prace badawcze w danej dziedzinie. W 1654 roku Pascal zwrócił się do Pierre'a de Carcavi, jednego z członków grupy skupionej wokół abbé Mersenne'a, który skontaktował go z prawnikiem z Tuluzy, Pierre'em de Fermatem. Pascal nie mógł pozyskać bardziej kompetentnego współpracownika w poszukiwaniach rozwiązania zagadnienia punktów. Fermat był człowiekiem o wielkiej erudycji[10]. Władał wszystkimi głównymi językami europejskimi i pisywał nawet utwory poetyckie w różnych językach; był również wytrawnym znawcą literatury antycznej Grecji i Rzymu. Miał także niezwykłe uzdolnienia matematyczne. Niezależnie od innych badaczy wynalazł geometrię analityczną, wniósł poważny wkład w rozwój metod rachunkowych, prowadził badania nad ciężarem kuli ziemskiej, załamywaniem się światła i zagadnieniami optyki. W obszernej, wieloletniej korespondencji, jaką miał prowadzić z Pascalem, wniósł natomiast istotny wkład w rozwój teorii prawdopodobieństwa.
Największym osiągnięciem Fermata były jednak wyniki, które uzyskał w teorii liczb – badaniach nad strukturą relacji, w jakich każda z liczb pozostaje do wszystkich innych. Owe relacje nasuwają wiele

zagadek, z których część nie została rozwikłana do dnia dzisiejszego. Grecy odkryli na przykład coś, co określali mianem liczb doskonałych, liczb, które są sumą wszystkich swych dzielników różnych od nich samych, na przykład 6=1+2+3. Następną liczbą doskonałą po 6 jest 28=1+2+4+7+14. Trzecią liczbą doskonałą jest 496, a następnie 8128. Piątą liczbą doskonałą jest liczba 33 350 336.
Pitagoras odkrył coś, co nazwał liczbami przyjaznymi; są to liczby, „które są drugim ja innej liczby", gdyż suma dzielników takiej liczby jest równa drugiej liczbie. Suma wszystkich dzielników liczby 284, to znaczy 1, 2, 4, 71 i 142, wynosi 220, a suma wszystkich dzielników 220, czyli 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 i 110, jest równa 284. Nikt nie podał dotychczas reguły pozwalającej odnaleźć wszystkie liczby doskonałe czy wszystkie liczby przyjazne, jakie istnieją: nikomu nie udało się również wyjaśnić rozmaitych sekwencji, w jakich owe liczby pojawiają się w ciągu liczb naturalnych. Podobne trudności występują również w przypadku liczb pierwszych, takich jak 1, 3 czy 29, to znaczy liczb, które można podzielić tylko przez nie same i przez liczbę 1. Przez jakiś czas Fermat sądził, że udało mu się odkryć wzór, który zawsze generuje liczby pierwsze, ostrzegał jednak, iż nie rozporządza **teoretycznym** dowodem, że ów wzór prowadzi zawsze do takich wyników. Wzór Fermata generował liczby 5, 17, 257, a następnie 65 537, które były liczbami pierwszymi; kolejną liczbą, jaką można otrzymać przy wykorzystaniu tego wzoru, jest 4 294 967 297.
Fermat zyskał jednak największy rozgłos, formułując twierdzenie, które stało się później znane pod nazwą wielkiego twierdzenia Fermata, w krótkiej notatce zapisanej pospiesznie na marginesie **Arytmetyki** Diofantosa. Idea leżąca u podłoża owego twierdzenia jest dość prosta, pomimo złożoności zagadnień wiążących się z jego dowodem.
Grecki matematyk Pitagoras wykazał jako pierwszy, iż kwadrat najdłuższego boku trójkąta prostokątnego, przeciwprostokątnej, jest równy sumie kwadratów dwóch pozostałych boków. Diofantos, jeden z pierwszych badaczy niezwykłych własności równań kwadratowych, zapisał podobne wyrażenie: $\mathbf{x^4+y^4+z^4=u^2.}$ „Z jakich powodów –

pyta Fermat – Diofantos nie szuka dwóch [a szuka trzech] czwartych potęg, takich, że ich suma jest kwadratem? Rzecz w tym, iż jest to w istocie niemożliwe, i za pomocą mej metody mogę tego dowieść w sposób ścisły”[11]. Fermat zwraca uwagę, że Pitagoras miał słuszność, twierdząc, iż $\mathbf{a^2+b^2=c^2}$, ale $\mathbf{a}^3+\mathbf{b}^3$ nie będzie nigdy równe $c^3$, i wymogu tego nie spełnia również żadna liczba całkowita większa od 2; twierdzenie Pitagorasa obowiązuje tylko dla liczb podniesionych do kwadratu.

Fermat napisał wówczas pamiętne słowa: „Rozporządzam doprawdy niezwykłym dowodem owego sądu, którego nie mógłbym jednak zmieścić na tym wąskim marginesie”[12]. Tą niewinną uwagą Fermat wprawił w osłupienie wszystkich matematyków, którzy przez ponad 350 lat mieli mozolnie poszukiwać teoretycznego uzasadnienia dla twierdzenia, którego prawdziwości dowodziły wyniki wielu eksperymentów empirycznych. W 1993 roku angielski matematyk Andrew Wiles ogłosił, że udało mu się rozwiązać ową zagadkę po siedmiu latach badań prowadzonych na poddaszu pewnego domu w Princeton. Wyniki Wilesa zostały opublikowane w piśmie **Annals of Mathematics** w maju 1995 roku, ale matematycy nadal spierają się o to, co właściwie udało mu się udowodnić.

Wielkie twierdzenie Fermata jest raczej ciekawostką niż rozpoznaniem prawideł rządzących zjawiskami tego świata. Natomiast rozwiązanie zagadnienia punktów, które podali Fermat i Pascal, miało przynieść wielkie korzyści społeczne, stając się podstawowym filarem nowoczesnych ubezpieczeń i innych form kontroli ryzyka.

***

Rozwiązanie problemu punktów wychodzi od założenia, że gracz, który zdobył większą liczbę punktów do momentu, gdy gra została przerwana, odniósłby zwycięstwo z większym prawdopodobieństwem, jeśli gra byłaby kontynuowana. O ile większe są jednak szanse zwycięstwa wygrywającego gracza? Jak niskie jest prawdopodobieństwo zwycięstwa gracza przegrywającego? I jak owe zagadki mają się ostatecznie do naukowych metod prognozowania przyszłości?

Rozpoczęta w 1654 roku korespondencja między Pascalem a Fermatem zapowiadała epokowe wydarzenie w dziejach matematyki i teorii prawdopodobieństwa*. Zaciekawienie, jakie wzbudziło u kawalera de Mere dawne zagadnienie punktów, było impulsem, który skłonił tych dwóch badaczy do skonstruowania systematycznej metody analizowania przyszłych zdarzeń. W przypadkach, w których może zdarzyć się więcej rzeczy, niż zdarzy się faktycznie, Pascal i Fermat podsuwają nam procedurę, która pozwala wyznaczać prawdopodobieństwa możliwych wyników – przy założeniu, że owe wyniki są mierzalne matematycznie.
Pascal i Fermat obrali odmienne sposoby podejścia do tego zagadnienia. Fermat zwrócił się w stronę czystej algebry. Pascal wykazał się większą pomysłowością: wykorzystał pewną technikę geometryczną do wyjaśnienia głębszej struktury algebraicznej. Metodologia badawcza Pascala jest bardzo prosta i może znaleźć zastosowanie w wielu różnych zagadnieniach probabilistycznych. Najbardziej podstawowe pojęcie matematyczne leżące u podłoża owej geometrycznej algebry było znane matematykom znacznie wcześniej, zanim zainteresowali się nim Fermat i Pascal. Pojawia się ono już 450 lat wcześniej w pismach Omara Chajjama. W 1303 roku chiński matematyk Czu Szi Szeh, nie roszcząc sobie najmniejszych pretensji do oryginalności, próbował rozwiązać pewne zagadnienie za pomocą narzędzia, które nazywał subtelnym zwierciadłem czterech elementów. O narzędziu tym wspominał również Cardano[13]. Subtelne zwierciadło Czu stało się później znane pod nazwą trójkąta Pascala. „Niech nikt nie ośmieli się twierdzić, że nie wymyśliłem niczego nowego – chełpi się Pascal w swej autobiografii. – Nowe jest bowiem moje ujęcie tego zagadnienia. Gdy dwóch ludzi gra w tenisa, obaj uderzają tę samą piłkę, ale jeden plasuje ją lepiej”[14].

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1

Na pierwszy rzut oka trudno rozszyfrować, jaka jest zasada uporządkowania liczb w trójkącie Pascala, ale leżąca u jego podstaw struktura jest bardzo prosta: każda liczba jest sumą dwóch liczb z wyższego rzędu, usytuowanych po jej lewej i prawej stronie. Punktem wyjścia analizy prawdopodobieństwa jest wyliczenie wszystkich możliwości zachodzenia pewnego konkretnego zdarzenia – to znaczy „pola" w terminologii Cardana. Przeprowadzeniu owego wyliczenia mają służyć coraz dłuższe ciągi liczb w kolejnych rządkach. Najwyższy rządek wskazuje prawdopodobieństwo zdarzenia, które nie może nie nastąpić. W tym wypadku istnieje tylko jeden możliwy wynik, a niepewność jest zredukowana do zera; z punktu widzenia analizy prawdopodobieństwa jest to sytuacja nieistotna. Pierwszym istotnym rządkiem jest rządek następny. Pokazuje on sytuację, w której szanse dwóch zdarzeń są równe: prawdopodobieństwo takich wyników, jak urodzenie chłopca lub dziewczynki w rodzinie, która zamierza mieć tylko jedno dziecko, czy wyrzucenie orła w jednym rzucie pojedynczą monetą. Sumujmy po przekątnej. W przypadku, gdy istnieją tylko dwie możliwości, może nastąpić tylko jedno z dwojga: chłopiec lub dziewczynka, orzeł lub reszka; prawdopodobieństwo urodzenia chłopca bądź dziewczynki albo wyrzucenia orła, a nie reszki, wynosi 50 procent.
Tę samą procedurę stosujemy również, przechodząc do niższych rządków trójkąta. Rządek trzeci wskazuje możliwe kombinacje chłopców i dziewczynek w rodzinie, w której przychodzi na świat dwoje dzieci. Po zsumowaniu liczb okazuje się, że istnieją cztery możliwe wyniki: jedna szansa na cztery, że urodzi się dwóch chłopców, jedna szansa narodzin dwóch dziewczynek oraz dwie szanse na cztery, że urodzi się chłopiec i dziewczynka – w kolejności chłopiec – dziewczynka lub dziewczynka – chłopiec. Otóż w trzech na cztery możliwe wyniki pojawi się co najmniej jeden chłopiec (lub jedna dziewczynka), a zatem prawdopodobieństwo urodzenia co najmniej jednego chłopca (bądź jednej dziewczynki) w rodzinie z dwojgiem dzieci wynosi 75 procent, a prawdopodobieństwo, że

urodzi się jeden chłopiec i jedna dziewczynka, jest równe 50 procent. Procedura ta opiera się oczywiście na metodzie tworzenia kombinacji liczb, którą odkrył Cardano, ale jego dzieło nie zostało jeszcze opublikowane w czasie, gdy Pascal zaczął zajmować się tym zagadnieniem.

Ta sama linia rozumowania prowadzi do rozwiązania zagadnienia punktów. Na użytek dalszych wywodów zmienimy jednak rekwizyty i zamiast o partii **balia** Paciolego będziemy mówić o meczach baseballowych. Jakie jest prawdopodobieństwo, że drużyna, której kibicujesz, zwycięży w finale rozgrywek o Puchar Świata po poniesieniu porażki w pierwszym meczu? Jeżeli założymy, podobnie jak w grach losowych, że szanse zwycięstwa obu zespołów są zawsze równe, problem finału rozgrywek baseballowych nie różni się niczym od zagadnienia punktów roztrząsanego przez Fermata i Pascala[15].

Ponieważ druga drużyna ma już na swoim koncie jedno zwycięstwo, o pomyślnym wyniku finałowych rozgrywek o Puchar Świata mogą rozstrzygnąć cztery zwycięstwa twojej drużyny w sześciu (a nie siedmiu) pozostałych kolejkach. Ile jest możliwych sekwencji różnych wyników poszczególnych kolejek i jak wiele z owych kombinacji zwycięstw i porażek przyniesie twojej drużynie zwycięstwa w czterech meczach, które zapewnią jej zdobycie mistrzowskiego trofeum? Twój zespół może zwyciężyć w drugiej kolejce, ponieść porażkę w trzeciej, a następnie rozstrzygnąć na swoją korzyść trzy ostatnie mecze. Może także przegrać dwa kolejne mecze i odnieść zwycięstwa w czterech ostatnich spotkaniach. Może również zapewnić sobie niezbędną liczbę punktów, wygrywając w czterech pierwszych kolejkach, dzięki czemu rywale będą mogli zapisać na swoim koncie tylko jedno zwycięstwo.

Ile jest takich możliwych kombinacji zwycięstw i porażek w sześciu kolejkach? Trójkąt podpowie nam poprawną odpowiedź. Nasze zadanie sprowadza się jedynie do odszukania właściwego rządka. Zwróćmy uwagę, że drugi rządek trójkąta, odpowiadający sytuacji, w której szanse wynoszą 50/50, stosuje się do rodziny, w której rodzi się tylko jedno dziecko, lub do pojedynczego rzutu monetą –

przypadków, w których suma możliwych wyników wynosi 2. Następny rządek wskazuje rozkład możliwych wyników w przypadku rodziny z dwojgiem dzieci lub rzutów dwiema monetami, a suma możliwych wyników jest równa 4, czyli 22. Suma możliwych wyników w następnym rzędzie wynosi 8, to znaczy 23; rządek ów pokazuje, co może nastąpić wówczas, gdy rodzi się troje dzieci. W przypadku, gdy o wynikach finału rozgrywek o Puchar Świata ma zadecydować sześć ostatnich kolejek, musimy rozpatrzyć rządek o sumie możliwych wyników równej 26 – to znaczy iloczynowi sześciu dwójek, gdzie występują 64 możliwe sekwencje zwycięstw i porażek**. Oto ciąg liczb, które pojawiają się w tym rządku:
1 6 15 20 15 6 1
Pamiętajmy, że dla zdobycia mistrzowskiego trofeum twoja drużyna musi odnieść cztery zwycięstwa, podczas gdy jej rywale potrzebują tylko trzech zwycięstw. Istnieje tylko jedna możliwość, że twoja drużyna zwycięży w każdej kolejce – gdy odniesie zwycięstwo w każdej kolejce, a jej rywale poniosą w każdej kolejce porażkę; liczba 1 występująca na początku rządka odnosi się właśnie do tej możliwości. Odczytajmy następną liczbę w rządku: jest to 6. Istnieje sześć różnych sekwencji, w których twoja drużyna (T) zdobędzie tytuł mistrzowski, a jej przeciwnicy (P) odniosą zwycięstwo tylko w jednym meczu:
PTTTTT TPTTTT TTPTTT TTTPTT TTTTPT TTTTTP
Istnieje ponadto 15 różnych sekwencji, w których twój zespół wygra cztery mecze, a jego przeciwnicy tylko dwa.
Wszystkie inne kombinacje dają co najmniej trzy zwycięstwa rywalom i mniej niż cztery zwycięstwa twojej drużynie. Oznacza to, że istnieją 1+6+15=22 kombinacje wyników meczów, które przyniosą ostateczne zwycięstwo twojemu zespołowi, i 42 kombinacje, przy których mistrzostwo przypadnie drużynie przeciwnej. W rezultacie istnieje prawdopodobieństwo 22/64 – nieco wyższe niż 1/3 – że twój zespół zdoła odrobić straty i wygra cztery mecze, zanim drugi zespół zdąży odnieść trzy zwycięstwa.
W przykładach tych rzuca się w oczy pewien osobliwy szczegół. Dlaczego twoja drużyna miałaby rozgrywać wszystkie pozostałe mecze w każdej sekwencji, skoro może sięgnąć po mistrzostwo

jeszcze przed zakończeniem szóstej kolejki? I dlaczego obie drużyny miałyby zawsze rozgrywać ostatnie cztery mecze, skoro do ostatecznego zwycięstwa mogłaby wystarczyć mniejsza liczba kolejek?
Wprawdzie w realnych rozgrywkach baseballowych każdy zespół rozgrywa tylko minimalną liczbę meczów niezbędną do rozstrzygnięcia rywalizacji o tytuł mistrzowski, nie można jednak podać logicznie adekwatnego rozwiązania owego zagadnienia, nie uwzględniając wszystkich możliwości matematycznych. W jednym z listów do Fermata Pascal poczynił uwagę, że prawa matematyczne muszą mieć pierwszeństwo przed życzeniami graczy, którzy są tylko abstrakcyjnymi figurami wywiedzionymi z pewnej ogólnej zasady. Wyraził również pogląd, iż „dla obu graczy jest rzeczą najzupełniej obojętną i nieistotną, czy [partia] potoczy się swym naturalnym trybem".

***

Korespondencja między Pascalem i Fermatem musiała być dla obu uczonych ekscytującym przeżyciem intelektualnej penetracji nowych obszarów badawczych. Fermat pisał do Pierre'a de Carcavi, iż jest przekonany, że Pascal „potrafiłby rozwiązać każdy problem, nad którym podejmie badania". W jednym z listów do Fermata Pascal przyznaje, iż „Pańskie układy liczbowe [...] przekraczają moją zdolność pojmowania". W innym miejscu charakteryzuje Fermata jako „człowieka o tak wybitnym intelekcie [...] wyposażonym we wszelkie najcenniejsze przymioty [...][że jego dzieła] zapewnią mu pierwszeństwo wśród największych europejskich mistrzów geometrii".
Okoliczności natury matematycznej nie były jedynym istotnym aspektem zagadnienia punktów dla Pascala, głęboko przejętego sprawami religii i moralności, ani dla Fermata, z jego bogatym doświadczeniem prawniczym. Na gruncie poczynionych przez nich ustaleń z problemem podziału stawek w niedokończonej partii **balia** Paciolego wiąże się bowiem kwestia **uprawnień moralnych.** Gracze mogliby z takim samym powodzeniem podzielić stawkę na dwie równe części. Według Pascala i Fermata byłoby to rozwiązanie niedopuszczalne, ponieważ krzywdziłoby gracza, który szczęśliwym

zbiegiem okoliczności ma na swoim koncie więcej punktów w momencie, gdy partia zostaje przerwana[16].
Pascal mówi wyraźnie o moralnych wątkach uwikłanych w zagadnienie punktów i dobiera słowa bardzo starannie. Komentując wyniki tych prac badawczych, zwraca uwagę, iż „podstawową rzeczą, którą należy uwzględnić, jest to, iż pieniądze, które gracze wnoszą do puli, przestają być ich własnością [...] w zamian nabywają oni jednak prawo do oczekiwania tego, co przyniesie im szczęśliwy los, stosownie do reguł, które uzgodnili zasiadając do gry". W przypadku gdy postanawiają przerwać grę przed zakończeniem partii, nabywają ponownie prawa własności do pieniędzy, które wnieśli do puli. W tym stadium „reguła rozstrzygania, jaka kwota pieniędzy winna im przysługiwać, będzie proporcjonalna do tego, czego mają oni prawo oczekiwać od losu [...] Ów rzetelny rozkład winien być uważany za regułę podziału". Zasady teorii prawdopodobieństwa rozstrzygają o wyborze konkretnej reguły podziału, ponieważ pozwalają wyznaczyć rzetelny rozkład szans.
Z punktu widzenia kategorii, które odgrywają kluczową rolę w naszych rozważaniach, rozwiązanie Pascala-Fermata nosi wyraźne piętno idei kontrolowania ryzyka, jakkolwiek owi siedemnastowieczni uczeni nie ujmowali wyników swoich dociekań w takich kategoriach. Tylko człowiek nieroztropny podejmuje ryzyko w sytuacji, gdy reguły są niejasne, niezależnie od tego, czy chodzi o partię **balia,** zakup akcji IBM, budowę fabryki czy poddanie się operacji wyrostka robaczkowego.
Oprócz doniosłych zagadnień moralnych rozwiązanie zaproponowane przez Pascala i Fermata prowadzi jednak do ścisłych generalizacji i reguł obliczania prawdopodobieństwa, obejmujących swym zasięgiem nie tylko sytuacje, w których uwikłanych jest dwóch graczy, dwie drużyny, dwie płci, dwie kostki czy dwustronne monety. Uzyskane wyniki pozwoliły im poszerzyć obszar analiz teoretycznych daleko poza granice zakreślone przez dowody Cardana, iż dwie sześcienne kostki (bądź dwa rzuty jedną kostką) generują $6^2$ kombinacji, a trzy kostki generują $6^3$ kombinacji.

Ostatni list z rozległej korespondencji Pascala i Fermata pochodzi z 27 października 1654 roku. W niespełna miesiąc później Pascal przeżył pewnego rodzaju doświadczenie mistyczne. Kartkę z opisem owego wydarzenia zaszył w połę płaszcza, aby nosić ją zawsze na sercu. Swój ówczesny stan ducha wyraził słowami: „Wyrzeczenie; całkowite, rozkoszne wyrzeczenie". Zarzucił wówczas badania matematyczne i fizyczne, wyrzekł się salonowego życia, zerwał kontakty z dawnymi przyjaciółmi i sprzedawszy cały swój majątek z wyjątkiem ksiąg religijnych, zamieszkał w paryskim klasztorze Port-Royal.

Dawne zainteresowania Pascala pozostawiły jednak po sobie pewne ślady. W kilka lat później zorganizował pierwszą linię autobusów konnych w Paryżu, z której dochody zasilały kasę klasztoru Port-Royal,

W lipcu 1660 roku Pascal wybrał się w podróż do Clermont-Ferrand, położonego nieopodal Tuluzy, gdzie mieszkał Pierre de Fermat. Fermat zaproponował mu listownie spotkanie, „abym mógł uściskać Cię i porozmawiać z Tobą przez parę dni", sugerując, by do spotkania doszło w połowie drogi między dwoma miastami, i usprawiedliwiając się, że nie może odwiedzić go w Clermont-Ferrand z powodu złego stanu zdrowia. Pascal odpisał mu w sierpniu:

Zdążyłem już zgoła zapomnieć, że istnieje coś takiego jak geometria [to znaczy matematyka]. Uważam geometrię za naukę tak dalece bezużyteczną, iż nie dostrzegam większej różnicy między człowiekiem uprawiającym geometrię a zręcznym rzemieślnikiem. Wprawdzie skłonny jestem nazwać geometrię najcenniejszym rzemiosłem, jakie istnieje na tym świecie, ale jest ona ostatecznie tylko rzemiosłem [...] Bardzo możliwe, że już nigdy nie będę zajmował się tymi zagadnieniami[17].

***

W czasie pobytu w klasztorze Port-Royal Pascal spisał swoje refleksje o życiu i religii i opublikował je w książce pod tytułem **Pensees** (**Myśli).** Jak podaje Hacking, w trakcie prac nad tą książką Pascal miał zapełnić dwie kartki „bezładnie zapisanymi notatkami [...] pełnymi skreśleń, poprawek i późniejszych skojarzeń". Fragment ów

przeszedł do historii jako „zakład Pascala” **(le pari de Pascal),** który wyraża się w pytaniu: „Bóg jest albo Go nie ma. Ale na którą stronę się przechylimy? Rozum nie może tu nic określić [...]”. Opierając się na rezultatach swoich badań nad możliwymi wynikami partii **balia.** Pascal formułuje to pytanie w kategoriach pewnej gry losowej. Proponuje, abyśmy rozważyli pewną grę, która zostaje rozstrzygnięta po nieskończenie długim czasie. Rozegra się wówczas partia, w której wypadnie orzeł lub reszka. Jaki wynik powinniśmy obstawiać – orła (Bóg istnieje) czy reszkę (Boga nie ma)?
Hacking twierdzi, że rozumowanie, którym posłużył się Pascal, próbując udzielić odpowiedzi na to pytanie, dało początek teorii decyzji. „Teoria decyzji jest bowiem – jak ujmuje to Hacking – teorią, która rozstrzyga, jak powinniśmy postąpić wówczas, gdy nie mamy pewności co do przyszłego rozwoju wypadków”[19]. Podejmowanie decyzji w tego rodzaju sytuacjach jest niewątpliwie pierwszym nieodzownym krokiem w kierunku kontrolowania ryzyka.
W wielu sytuacjach podejmujemy decyzje na podstawie naszych dotychczasowych doświadczeń bądź na podstawie wyników eksperymentów przeprowadzonych przez nas samych lub przez innych ludzi w trakcie naszego życia. Nie możemy jednak przeprowadzić eksperymentu, który mógłby dowieść istnienia bądź nieistnienia Boga. Jedyną alternatywą, jaką rozporządzamy, jest rozważenie przyszłych **konsekwencji** przyjęcia lub odrzucenia wiary w Boga. Nie możemy również uchylić owego pytania, ponieważ sam fakt, iż żyjemy, zmusza nas do wzięcia udziału w tej grze.
Pascal wyjaśniał, że wiara w Boga nie jest kwestią decyzji. Nie można obudzić się pewnego ranka i oświadczyć „Sądzę, iż podejmę dziś decyzję, by uwierzyć w Boga”. Wierzymy w Boga albo nie wierzymy. Decyzja, którą mamy podjąć, dotyczy zatem tego, czy obierzemy taką drogę życiową, która prowadzi do wiary w Boga, na przykład starając się przebywać w towarzystwie ludzi pobożnych i nie zbaczając z drogi „wody święconej i sakramentów”. Człowiek, który przestrzega owych przykazań, przyjmuje zakład, że Bóg istnieje. Ktoś, kto nie zaprząta sobie głowy takimi rzeczami, zakłada, iż Boga nie ma.

Jedyny sposób dokonania wyboru między opcją, iż Bóg istnieje, a opcją, że nie ma Boga, u kresu owego „nieskończonego oddalenia", gdzie rozegra się Pascalowska partia gry w orła i reszkę, polega na ustaleniu, czy wynik, przy którym Bóg istnieje, jest korzystniejszy – a raczej czy przysługuje mu w pewnym sensie większa wartość – od wyniku, przy którym Bóg nie istnieje, jakkolwiek prawdopodobieństwa obu wyników nie mogą odbiegać od stosunku 50/50. Ta intuicja stała się dla Pascala dyrektywą wskazującą właściwą drogę do podjęcia decyzji – wyboru, w którym wartość wyników i prawdopodobieństwo ich wystąpienia są różne, ponieważ owe dwa wyniki prowadzą do różnych **konsekwencji***.
Jeśli Boga nie ma, to czy żyjesz pobożnie czy grzesznie, nie ma żadnego znaczenia. Przypuśćmy jednak, że Bóg istnieje. W tym wypadku, jeśli obstawiasz przeciw istnieniu Boga, odrzucając drogę pobożności i sakramentów, ryzykujesz, że spotka cię wieczne potępienie, podczas gdy ten, kto słusznie stawia na istnienie Boga, może zostać zbawiony. Ponieważ zbawienie jest niewątpliwie korzystniejszym stanem od wiecznego potępienia, właściwą decyzją jest wybór drogi życiowej, która zakłada istnienie Boga. „Na którą stronę się przechylimy?". Pascal nie miał wątpliwości, jak odpowiedzieć na to pytanie.

***

Starania Pascala, by dochody z utworzonej przezeń linii autobusów konnych stały się źródłem finansowania klasztoru Port-Royal, przyniosły pewien interesujący produkt uboczny[20]. W 1662 roku grupa uczonych z Port-Royal opublikowała niezmiernie doniosłe dzieło **La logique ou l'art de penser** (**Logika, czyli sztuka myślenia),** książkę, która w latach 1662–1668 ukazała się aż w pięciu wydaniach****. Wprawdzie nie udało się ustalić autorstwa owego dzieła, uważa się jednak, iż głównym – jakkolwiek niejedynym – jej autorem był Antoine Arnauld, człowiek, którego Hacking charakteryzuje jako „przypuszczalnie najwybitniejszego teologa owych czasów"[21]. Książka doczekała się wkrótce przekładów na inne języki europejskie i służyła za podręcznik logiki jeszcze w wieku dziewiętnastym.

Ostatnia część owego dzieła zawiera cztery rozdziały dotyczące zagadnień probabilistycznych, które traktują o procedurze formułowania hipotez na podstawie ograniczonego zbioru faktów; w terminologii współczesnej procedurę tę określa się mianem wnioskowania statystycznego. Obok innych zagadnień w rozdziałach tych wskazuje się „regułę właściwego posługiwania się władzą rozumu przy wyrokowaniu, czy uznawać autorytety ludzkie", reguły interpretowania cudów, zasady interpretacji wydarzeń historycznych, a także prawidła dotyczące zastosowania miar liczbowych do prawdopodobieństwa[22].

Rozdział ostatni zawiera opis pewnej gry, w której każdy z graczy ryzykuje utratę jednej monety, licząc na to, że zyska dziewięć monet należących do jego rywali. Autor wypowiada następnie uwagę, że istnieje „dziewięć stopni prawdopodobieństwa utraty jednej monety, i tylko jeden stopień prawdopodobieństwa, że gracz zyska dziewięć monet"[23]. Nie jest to zbyt odkrywcze spostrzeżenie, ale przytoczone zdanie ma wiekopomną wartość. Według Hackinga jest to pierwszy znany przypadek pisanego tekstu, „w którym przeprowadza się niejako pomiar prawdopodobieństwa"[24].

Fragment ten zasłużył sobie na wiekopomną sławę z kilku innych powodów. Autor przyznaje, że opisywana gra ma trywialny charakter, przeprowadza jednak pewną analogię ze zdarzeniami zachodzącymi w przyrodzie. Na przykład prawdopodobieństwo porażenia piorunem jest znikome, ale „wielu ludzi żywi nadmierny lęk słysząc grzmoty piorunów"[25]. Kontynuując swój wywód, autor wypowiada następnie uwagę o kluczowym znaczeniu: „Lęk przed niebezpieczeństwem powinien być proporcjonalny nie tylko do wagi niebezpieczeństwa, ale także do prawdopodobieństwa, z jakim to zdarzenie może nastąpić"[26]. Oto kolejna nowatorska idea: zarówno waga, jak i prawdopodobieństwo wyniku powinny wywierać wpływ na nasze decyzje. Można by odwrócić to twierdzenie i powiedzieć, że podejmowanie decyzji wymaga zarówno uwzględnienia siły, z jaką pragniemy pewnego konkretnego rezultatu, jak i stopnia pewności naszych przekonań dotyczących prawdopodobieństwa owego wyniku.

Siła naszych pragnień, którą zaczęto później określać mianem użyteczności, miała wkrótce przestać odgrywać jedynie poślednią rolę w rozważaniach o prawdopodobieństwie. Użyteczność stała się kluczowym pojęciem wszystkich teorii podejmowania decyzji i podejmowania ryzyka. Pojęcie to będzie się wielokrotnie przewijać w dalszych rozdziałach tej książki.

***

Historycy z upodobaniem rozprawiają o niezrealizowanych szansach – sytuacjach, w których jakieś zdarzenie wielkiej wagi miało już nastąpić, ale z takich czy innych powodów nie nastąpiło. Dzieje trójkąta Pascala stanowią zdumiewający przykład niezrealizowanych szans. Przekonaliśmy się już, w jaki sposób można przewidzieć prawdopodobną liczbę chłopców i dziewczynek w rodzinie wielodzietnej. Posunęliśmy się nawet o krok dalej i próbowaliśmy przewidzieć prawdopodobny wynik rozgrywek o Puchar Świata (przy założeniu, że obie drużyny mają równe szanse zwycięstwa w każdym spotkaniu) po rozegraniu pierwszej rundy etapu finałowego.
Krótko mówiąc, formułowaliśmy prognozy przyszłych wydarzeń!
Pascal i Fermat mieli już w ręku klucz do systematycznej metody obliczania prawdopodobieństwa przyszłych zdarzeń. Nie udało im się przekroczyć owego progu, ale zdołali umieścić klucz w zamku. Doniosłe konsekwencje ich pionierskich badań dla zarządzania przedsiębiorstwem, kontroli ryzyka, a zwłaszcza dla działalności towarzystw ubezpieczeniowych miały zostać spożytkowane przez innych – którzy traktowali **Logikę** z Port-Royal jako ważną podstawę dalszych badań. Idea prognozowania trendów ekonomicznych czy zastosowania prawdopodobieństwa do szacowania strat w przedsięwzięciach gospodarczych była zbyt odległa od zainteresowań Pascala i Fermata, by mogli zdawać sobie sprawę z szansy, którą zaprzepaścili. Dopiero z perspektywy wieków widzimy, że udało im się dotrzeć tak blisko celu.
Nieuchronna niepewność przyszłego biegu zdarzeń nie pozwoli nam nigdy uwolnić naszych nadziei i obaw od wiary w wyroki losu, ale od roku 1654 wróżenie z fusów przestało być prognostyczną metodą podejmowania decyzji.

**Przypisy**

[1] Podstawowe informacje o Pascalu zaczerpnąłem z prac Muira, 1961, s. 77–100, David, 1962, s. 34–79, i Hackinga, 1975, s. 55–70.
[2] Zob. David, 1962, s. 74.
[3] Muir, 1961, s. 90.
[4] Tamże, s. 93.
[5] Tamże, s. 94.
[6] Tamże, s. 95.
[7] David, 1961, s. 69; zob. także Dodatek 4.
[8] Zob. Huff, 1959, s. 63–69.
[9] Zob. Hogben, 1968, s. 551, a także Hacking, 1975, s. 58–59.
[10] Zob. David, 1962, s. 71–75.
[11] Turnbull, 1951, s. 130.
[12] Tamże, s. 131.
[13] Zob. Hogben, 1968, s. 277–279, a także David, 1962, s. 34.
[14] Turnbull, 1951, s. 131; Eves, 1984, s. 6.
[15] Jestem wdzięczny Stanleyowi Kogelmanowi za uwagi, które pomogły mi opracować te przykłady.
[16] To spostrzeżenie, a także cytat z Pascala, który przytaczam poniżej, zaczerpnąłem z pracy Guilbauda, 1968; przekład pochodzi od autora.
[17] David, 1962, s. 252.
[18] Wszystkie informacje pochodzą z książki Hackinga, 1975, rozdział 8, *The Great Decision*, s. 63–70.
[19] Hacking, s. 62.
[20] Informacje dotyczące klasztoru Port-Royal pochodzą z pracy Hackinga, 1975, s. 73–77.
[21] Tamże, s. 25.
[22] Tamże, s. 74.
[23] Tamże, s. 77.
[24] Tamże, s. 77.
[25] Tamże, s. 77.
[26] Tamże, s. 77.
* Pełny tekst korespondencji między Pascalem i Fermatem, w przekładzie angielskim, został opublikowany w pracy David, 1962,

Dodatek 4.

** Każdy matematyk zauważy, że Pascal przedstawia tu w istocie rozwinięcie dowolnych potęg wyrażenia o dwóch składnikach albo kolejne mnożniki występujące w operacji wielokrotnego mnożenia wyrażenia (a+b) przez nie same. Pierwszy rządek odpowiada, na przykład, działaniu $(a+b)^0=1$, natomiast w czwartym rządku mamy $(a+b)^3=1a^3+3a^2b+3b^2a+1b^3$.

*** Pascal antycypuje tutaj przełomowe odkrycia Daniela Bernoullego w dziedzinie analizy decyzji, które omówimy szczegółowo w rozdziale 1 części trzeciej.

**** Dzieło to zostało wydane w języku łacińskim pod tytułem *Ars Cogitandi*. Zob. Hacking, 1975, s. 12 i 24.

## Rozdział 3

# Niewiarygodne idee niezwykłego sprzedawcy drobiazgów

Każdy z nas musi podejmować decyzje na podstawie ograniczonych danych. Tylko jeden łyk, a nawet powierzchowne sprawdzenie zapachu wina decyduje o tym, czy cała butelka nadaje się do picia. Okres zabiegów o względy przyszłej małżonki jest znacznie krótszy od życia, które macie ze sobą spędzić. Kilka kropel krwi może stanowić dowód występowania określonej struktury DNA, który przesądzi o skazaniu lub uniewinnieniu człowieka oskarżonego o morderstwo. Ankieterzy przeprowadzający badania opinii publicznej przepytują tylko 2000 osób, by ustalić stan ducha całego społeczeństwa. Indeks Dow Jones jest obliczany na podstawie kursu akcji tylko trzydziestu spółek, ale jest narzędziem, za pomocą którego mierzymy zmiany zasobów finansowych milionów rodzin i tysięcy wielkich instytucji finansowych sięgające bilionów dolarów. Już po skosztowaniu kilku kęsów brokułów George H.W. Bush przekonał się, iż nie gustuje w tej potrawie.

Podejmując większość kluczowych decyzji, nie możemy się obejść bez pobierania próbek. Kiedy opróżnimy całą butelkę wina, będzie już za późno na orzekanie, czy nadawało się ono do picia. Lekarz nie może pobrać całej krwi z krwiobiegu pacjenta, by podjąć decyzję, jakie lekarstwo należy mu zaordynować, bądź ustalić strukturę DNA. Prezydent nie może rozpisywać co miesiąc powszechnego referendum, by dowiedzieć się, jakie są preferencje ogółu wyborców – podobnie jak nie może zjeść wszystkich porcji brokułów serwowanych na całym świecie, by stwierdzić, że owa potrawa nie przypadła mu do gustu.

Pobieranie próbek jest nieodzownym składnikiem podejmowania ryzyka. Próbując przewidzieć przyszły bieg zdarzeń, odwołujemy się zwykle do próbek z zasobu naszych aktualnych i minionych

doświadczeń. W codziennym dyskursie posługujemy się często wyrażeniem „przeciętnie”. Na ile wiarygodne są jednak przeciętne wyniki, na które się powołujemy? Na ile reprezentatywne są próbki, na których opieramy nasze oceny? I co właściwie jest „normalne”? Statystycy opowiadają często dowcip o człowieku, który włożył nogi do piekarnika, a głowę do lodówki: biorąc pod uwagę przeciętną temperaturę, jego samopoczucie powinno być zupełnie dobre. Bajka o ślepcach i słoniu zyskała sobie tak wielką sławę właśnie dlatego, że każdy człowiek poznaje tylko niewielką próbkę całego stworzenia.

***

Pobieranie próbek statystycznych ma długą historię, a stosowane współcześnie techniki statystyczne są o wiele bardziej wyrafinowane od metod, którymi posługiwano się w dawnych czasach. Jedną z najbardziej interesujących prób pobierania próbek statystycznych przeprowadził król Anglii, a raczej mianowani przezeń urzędnicy, w trakcie ceremonii zwanej próbą puszki (**Trial of Pyx**). Ów zwyczaj musiał zadomowić się już na dobre w angielskiej tradycji w 1279 roku, kiedy król Edward I wydał edykt nakazujący stosowanie owej procedury[1].

Próba puszki miała służyć ustaleniu, czy zawartość złota i srebra w monetach bitych w królewskiej mennicy odpowiada wymogom określonym w zbiorze przepisów o normach menniczych. Egzotyczne słowo **pyx** pochodzi od greckiego słowa **pyksis** oznaczającego naczynie i odnosi się do szkatuły zawierającej monety, z której pobierano próbki. Owe monety były przypuszczalnie wybierane losowo z ogółu monet wyprodukowanych w mennicy; w trakcie próby porównywano je z płytką królewskiego złota, którą przechowywano w opactwie westminsterskim w zamkniętym na trzy spusty skarbcu, zwanym kaplicą puszki. Owa procedura dopuszczała określone odstępstwa od normy; nie oczekiwano bowiem, iż wszystkie monety będą dokładnie odpowiadały stosunkowi kruszców w płytce, z którą były porównywane.

Wzmianki o śmielszej i poważniejszej próbie zastosowania statystycznej procedury pobierania próbek pochodzą z roku 1662; są więc późniejsze o osiem lat od korespondencji między Pascalem i

Fermatem (a pokrywają się chronologicznie z Pascalowskimi próbami ostatecznego rozstrzygnięcia kwestii istnienia Boga). Badania, o których mowa, zostały opublikowane w niewielkiej książce wydanej w Londynie pod tytułem **Natural and Political Observations made upon the Bills of Mortality.** Dzieło zawierało zestawienie danych dotyczących urodzin i zgonów mieszkańców Londynu w latach 1604–1661 oraz obszerne komentarze przedstawiające interpretację owych danych. Ta niewielka książka zapisała się w annałach badań statystycznych i socjologicznych jako dzieło o przełomowym znaczeniu, śmiała próba zastosowania metod pobierania próbek i obliczania prawdopodobieństwa – podstawowego surowca wszelkich narzędzi kontroli ryzyka, stosowanych w tak różnych dziedzinach, jak ubezpieczenia, pomiar czynników zagrażających środowisku czy konstruowanie najbardziej złożonych instrumentów pochodnych.

Autor owej publikacji, John Graunt, nie był jednak statystykiem ani demografem – w owych czasach takie dyscypliny badawcze jeszcze nie istniały[2]. Nie był również matematykiem, rachmistrzem, przyrodnikiem, wykładowcą uniwersyteckim czy politykiem. Graunt, który skończył wówczas 42 lata, przez całe dorosłe życie zajmował się handlem drobnymi artykułami, takimi jak guziki i igły.

Graunt musiał być bardzo przedsiębiorczym biznesmenem. Dorobił się dostatecznie dużego majątku, by móc poświęcać czas sprawom mniej przyziemnym niż zaopatrywanie klientów w drobiazgi codziennego użytku. Według Johna Aubreya, ówczesnego biografa, Graunt był „człowiekiem niezwykle bystrym i pracowitym [...] który zasiadał do prac badawczych z samego ranka, jeszcze przed otworzeniem sklepu [...] bardzo dowcipnym i elokwentnym rozmówcą"[3]. Przyjaźnił się z najwybitniejszymi intelektualistami owych czasów, między innymi z Williamem Pettym, który pomógł mu rozwikłać kilka złożonych problemów, jakie wyłoniły się w jego badaniach z zakresu statystyki populacyjnej.

William Petty był bez wątpienia człowiekiem nietuzinkowym. Z wykształcenia był lekarzem, ale pełnił również funkcję głównego mierniczego Irlandii i prowadził wykłady jako profesor anatomii oraz

muzyki. Zgromadził pokaźną fortunę czerpiąc dochody ze spekulacji w okresie wojny w Irlandii; był także autorem książki **Political Arithmetick,** dzięki której zasłużył sobie na miano twórcy nowoczesnej ekonomii[4].

Książka Graunta doczekała się aż pięciu wydań i zyskała sobie liczne grono zwolenników w samej Anglii oraz w innych krajach europejskich. Recenzja Petty'ego zamieszczona w paryskim piśmie **Journal des Sçavans** w 1666 roku zainspirowała francuskich uczonych do przeprowadzenia podobnych badań w 1667 roku. Dokonania Graunta zyskały tak wielki rozgłos, że Karol II zaproponował mu członkostwo w świeżo utworzonym Królewskim Towarzystwie Naukowym. Członkowie Towarzystwa niezbyt entuzjastycznie przyjęli perspektywę dokooptowania do swojego grona zwykłego kupca, Król stwierdził jednak, że „jeśli uda im się znaleźć więcej takich kupców, powinni niezwłocznie przyjąć ich wszystkich w poczet członków Towarzystwa". Graunt dostąpił owego zaszczytu.

Do powstania Królewskiego Towarzystwa Naukowego walnie przyczynił się John Wilkins (1617–1672) tworząc elitarny klub, do którego zaprosił swych najwybitniejszych uniwersyteckich kolegów. Spotkania owego grona odbywały się w mieszkaniu Wilkinsa w Wadham College[5]. Klub Wilkinsa przypominał pod wieloma względami paryską grupę abbé Mersenne'a. Wilkins przekształcił następnie owe nieformalne spotkania w pierwszą, a zarazem najznamienitszą ze wszystkich akademii nauk, jakie miały zostać utworzone w siedemnastym wieku; Francuska Académie des Sciences została założona w kilka lat później, a jej twórcy czerpali wzory z Królewskiego Towarzystwa Naukowego.

Wilkins został później mianowany biskupem Chichester; bardziej interesujące jest jednak to, że był jednym z pierwszych autorów powieści fantastyczno-naukowych, które wzbogacił licznymi odniesieniami do zagadnień prawdopodobieństwa. Jedna z jego książek, opublikowana w 1640 roku, nosiła frapujący tytuł **The Discovery of The World in the Moone or a discourse tending to prove that 'tis probable there may be another habitable**

**world in that planet.** Antycypując idee Juliusza Verne'a, Wilkins pracował również nad projektem łodzi podwodnej, która miała wyruszyć z ekspedycją, aby zbadać obszary Oceanu Arktycznego.

***

Nie wiemy, jakie motywy skłoniły Graunta do gromadzenia danych dotyczących urodzin i zgonów mieszkańców Londynu; on sam przyznaje jednak, iż znajdował „niemałą przyjemność wyprowadzając wiele zawiłych i nieoczekiwanych wniosków z owych lekceważonych rejestrów zgonów [...]. Przyjemność sprawiała mi również świadomość robienia czegoś nowego, choćby tylko w niewielkim zakresie"[6]. Ale przyświecały mu również poważne cele: „Ustalić, jak wielu jest ludzi każdej płci, stanu, wieku, wyznania, zawodu, warstwy i pozycji społecznej, albowiem wiedza taka gwarantuje większą pewność i regularność obrotu handlowego i sprawowania władzy. Jeśli bowiem rozporządzamy scharakteryzowaną wyżej wiedzą o ludziach, możemy również przewidzieć, jakie towary będą oni nabywać; nie będziemy zatem liczyć na powodzenie przedsięwzięć handlowych tam, gdzie jest to niemożliwe"[7]. Graunt był przypuszczalnie twórcą idei badań rynkowych i z pewnością dostarczył władzom pierwszych szacunkowych danych o liczbie mieszkańców, których można powołać do służby wojskowej.

Informacje o narodzinach i zgonach były już od dawna dostępne w parafialnych kościołach, a władze miejskie Londynu wprowadziły cotygodniowe ewidencjonowanie narodzin i zgonów w 1603 roku. Dodatkowe dane można było zaczerpnąć z Holandii, gdyż tamtejsze miasta finansowały swój budżet, sprzedając dożywotnie renty – polisy nabywane za pewną zryczałtowaną kwotę pieniędzy, która przynosiła stały dochód właścicielowi polisy, a w niektórych wypadkach również jego spadkobiercom. Rejestry urodzin i zgonów prowadziły również parafialne kościoły we Francji.

Według Hackinga Graunt i Petty nie znali prac badawczych Pascala i Fermata, ale „Niezależnie od tego, czy źródłem motywacji uczonego był Bóg, hazard, handel czy prawo, podobne idee rodziły się równocześnie w wielu umysłach"[8]. Nie ulega wątpliwości, że Graunt

wybrał odpowiedni moment na opublikowanie i przeanalizowanie doniosłych danych dotyczących populacji Anglii.
Graunt nie zdawał sobie zapewne sprawy z tego, iż wynalazł teorię pobierania próbek. W swoich badaniach opierał się w istocie raczej na pełnych wykazach rejestrów zgonów niż na pojedynczych próbkach.
Wyprowadzał jednak systematyczne wnioski z surowych danych, posługując się metodami, które nie były wcześniej przez nikogo stosowane. Jego metody analizowania danych położyły podwaliny pod naukową statystykę[9]. Słowo „statystyka" wywodzi się od terminów oznaczających analizę ilościowych faktów dotyczących państwa. Graunt i Petty mogą uchodzić za współtwórców tej doniosłej dyscypliny badawczej.
Graunt prowadził swoje badania w okresie, gdy rolnicze społeczeństwo Anglii podlegało głębokim przeobrażeniom, przekształcając się w wysoko rozwinięte społeczeństwo, którego posiadłości i interesy sięgały odległych terytoriów zamorskich. Hacking zwraca uwagę, że dopóty, dopóki źródłem podatków było posiadanie i uprawa ziemi, nikt nie przywiązywał wagi do liczebności mieszkańców danego obszaru. Na przykład spis gruntów sporządzony w 1085 roku na polecenie Wilhelma Zdobywcy, który przeszedł do historii pod nazwą **Księga dnia Sądu Ostatecznego**, zawierał katastry – rejestry obejmujące dane dotyczące własności i wartości nieruchomości – nie uwzględniał natomiast liczby ludzi zamieszkujących dane tereny.
Coraz większy napływ ludności do miast i miasteczek sprawił jednak, iż zaczęto uświadamiać sobie znaczenie wiedzy o liczebności ich mieszkańców. Petty wzmiankuje o doniosłości statystyki populacyjnej dla szacowania liczby mężczyzn w wieku poborowym i potencjalnych dochodów podatkowych. Wydaje się jednak, iż dla Graunta, który był przede wszystkim człowiekiem interesu, względy natury politycznej nie miały w okresie zwyżkującej koniunktury gospodarczej większego znaczenia.
Istotną rolę odegrał również inny czynnik. Dwa lata przed opublikowaniem **Observations** Graunta Karol II został wezwany do

powrotu z wygnania z Holandii. Pod rządami Restauracji Anglicy uwolnili się ostatecznie od wszystkich intelektualnych represji narzuconych przez purytanów. Zmierzch absolutyzmu i idei republikańskich wyzwolił w całym społeczeństwie nową świadomość wolności i postępu. Bogactwa napływały szerokim strumieniem zarówno z kolonii amerykańskich, jak też z Afryki i Azji. Izaak Newton, który miał wówczas zaledwie 28 lat, uczył ludzi nowego sposobu myślenia o planecie, którą zamieszkiwali. A król Karol II był lekkoduchem, Wesołym Monarchą, który nie próbował nawet usprawiedliwiać się swoim poddanym z tego, że korzysta z wszelkich uroków życia.

Był to właściwy moment, by wstać i rozejrzeć się wokół. John Graunt uczynił to – i zaczął liczyć.

***

Książka Graunta zawiera wiele informacji, które mogą zainteresować studentów socjologii, medycyny, nauk politycznych i historii, ale jej nowatorstwo polega przede wszystkim na zastosowaniu pobierania próbek. Graunt zdawał sobie sprawę z tego, że dane, którymi rozporządza, reprezentują tylko cząstkę ogółu urodzin i zgonów, jakie miały miejsce w Londynie; nie powstrzymało go to jednak od wyprowadzania ogólnych wniosków na podstawie dostępnych danych. Metoda rozumowania, którą się posługiwał, znana jest dziś pod nazwą wnioskowania statystycznego – wyprowadzania szacunkowych uogólnień na podstawie próbki danych; późniejsi statystycy mieli obmyślić metodę obliczania prawdopodobnych rozbieżności między ocenami szacunkowymi a wartościami rzeczywistymi. Podejmując swoje pionierskie badania, Graunt przekształcił prostą procedurę gromadzenia informacji w potężne, złożone narzędzie interpretacji świata – i kosmosu – roztaczającego się wokół nas.

Surowe dane gromadzone przez Graunta pochodziły z rejestrów zgonów, które władze miejskie Londynu zaczęły sporządzać w 1603 roku. Zbieżność z datą śmierci królowej Elżbiety jest przypadkowa; w tym samym roku nawiedziła Londyn również dotkliwa plaga zarazy.

Precyzyjna wiedza o wszelkich zjawiskach wiążących się ze stanem zdrowotnym społeczeństwa zyskała gwałtownie na znaczeniu[10]. Rejestry zgonów zawierały informacje o przyczynach śmierci i liczbie zmarłych; podawały również dane o liczbie dzieci ochrzczonych każdego tygodnia w londyńskich kościołach. Ilustracja zamieszczona na sąsiedniej stronie przedstawia dokumenty z 1665 roku*, obejmujące okres dwóch tygodni. W ciągu zaledwie jednego tygodnia (12–19 września) 7165 osób zmarło z powodu zarazy; epidemia nie dotknęła tylko czterech spośród stu trzydziestu parafii. Graunt interesował się zwłaszcza przyczynami zgonów, a w szczególności „ową niezwykłą, potworną Tragedią" zarazy i rozmaitymi przejawami życia w ciągłym zagrożeniu śmiertelną epidemią. Na przykład, analizując dane z roku 1632, sporządził listę niemal sześćdziesięciu przyczyn zgonów, uzupełnioną 628 przypadkami śmierci zapisanymi w rubryce „ze starości". Inne kategorie obejmują bardzo różne przyczyny, począwszy od „napadu lęku" i „pogryzienia przez wściekłego psa" (po jednym przypadku zgonu), aż po „zarobaczenie", „ropne zapalenie migdałków" czy „zagłodzenie w następstwie braku matczynego pokarmu". W 1632 roku odnotowano tylko siedem morderstw i zaledwie piętnaście samobójstw.

Zwracając uwagę, iż „niewielu ludzi zostało zamordowanych [...] podczas gdy w Paryżu niemal każdej nocy dochodzi do takiej tragedii", Graunt przypisuje to działaniom władz i londyńskiej straży obywatelskiej. Powołuje się również na „naturalną, zwyczajową odrazę, jaką żywi większość Anglików do owej nieludzkiej zbrodni i wszelkiego rozlewu krwi", przypominając, że nawet uzurpatorzy z czasów angielskich rewolucji posłali na szafot niewielu swoich rodaków.

Graunt podaje dane o liczbie zgonów z powodu zarazy za kolejne lata; do najgorszych należy rok 1603, w którym pogrzeby ofiar zarazy stanowiły 82 procent ogólnej liczby pochówków. Z obliczeń Graunta wynika, że w latach 1604–1624 229 250 osób zmarło z powodu wszelkich chorób i nieszczęść, a przyczyną co trzeciego zgonu były choroby dziecięce. Ustaliwszy, że dzieci stanowią ponadto

połowę zmarłych wskutek innych chorób, Graunt wyprowadza wniosek, iż „blisko trzydzieści sześć procent dzieci, które rodzą się żywe, umiera nie ukończywszy szóstego roku życia". Niemal 4000 osób zmarło na „dolegliwości cielesne, takie jak nowotwory, przetoki, skaleczenia, wrzody, złamania i stłuczenia kończyn, ropnie, skrofuły, trąd, grzybicę woszczynową głowy, syfilis, kaszaki itd".
Graunt sugeruje, że rozpowszechnienie ostrych chorób zakaźnych może stanowić „miarę warunków życia, własności klimatu i powietrza [...] a także pożywienia". Wypowiada następnie uwagę, iż niewielu ludziom doskwiera głód, a żebracy „wałęsający się po mieście [...] wyglądają przeważnie na zdrowych i krzepkich". Zaleca, by państwo „zajęło się" nimi i by nauczono ich utrzymywać się z pracy własnych rąk „stosownie do ich sił i zdolności".
Po uwagach o nieszczęśliwych wypadkach – które według Graunta wiążą się zwykle z wykonywaniem różnych zawodów – autor wspomina o „pewnym nieszczęściu, o którym mówi się wprawdzie codziennie, [ale] z niewielkim skutkiem". Owym nieszczęściem jest choroba francuska (pewna odmiana kiły), „którą ludzie zarażają się najczęściej nie tyle z powodu nieumiarkowanego folgowania żądzom (co prowadzi raczej do impotencji), ile raczej z powodu tak wielkiej liczby ulicznych dziewek"**. Graunt próbuje dociec, dlaczego rejestry odnotowują tak niewiele zgonów wywołanych tą chorobą, podczas gdy „spora część mężczyzn wcześniej czy później zapada na którąś z postaci owej choroby". Dochodzi do wniosku, iż przyczyną większości zgonów wywołanych wrzodami są w rzeczywistości choroby weneryczne, a urzędnicy wpisujący diagnozy do rejestrów woleli posłużyć się określeniami mniej drastycznymi. Według Graunta tylko wówczas, gdy zmarły znajdował się w bardzo zaawansowanym stadium choroby, władze skłonne były uznać prawdziwą przyczynę śmierci: „jedynie osoby powszechnie znienawidzone, i takie, którym odpadały nosy, rejestrowano [...] jako zmarłe z powodu owej rozpowszechnionej choroby".
Wprawdzie rejestry zgonów zawierały bogaty rejestr faktów, jednak Graunt zdawał sobie doskonale sprawę ze słabych stron danych, którymi posługiwał się w swoich badaniach. Diagnozy medyczne były obciążone dużym stopniem niepewności: „Nawet najmądrzejszy

człowiek w parafii – ostrzegał Graunt – mógłby bowiem stwierdzić tylko niektóre choroby badając pobieżnie ciało denata". Ponadto zestawienia obejmowały jedynie chrzty w parafiach kościoła anglikańskiego, co oznaczało, że w ogóle nie uwzględniano danych o dysydentach i katolikach.

***

Graunt uzyskał w swych badaniach imponujące wyniki. Według jego słów, odkrywszy „pewne prawdy, a nie potoczne mniemania, wyłaniające się z mych dociekań nad owymi lekceważonymi dokumentami, uczyniłem kolejny krok i próbowałem zastanowić się, jakie korzyści przyniesie światu rzeczona wiedza". W swych analizach odnotowywał zmiany zachorowalności na różne choroby w poszczególnych latach, migracje ludności Londynu „w czasach zarazy" i proporcje kobiet i mężczyzn.

Jednym z najbardziej ambitnych zamierzeń, jakich podjął się Graunt, była pierwsza oparta na racjonalnych przesłankach próba oszacowania liczby mieszkańców Londynu. Graunt zwrócił również uwagę na doniosłą rolę danych demograficznych przy ustalaniu, czy liczba mieszkańców miasta rośnie czy maleje i czy „stała się ona dostatecznie duża, czy też zbyt wielka". Zauważył również, że szacunkowe dane o całkowitej liczbie mieszkańców mogą posłużyć do ustalania prawdopodobieństwa tego, że ktokolwiek padnie ofiarą zarazy. Graunt próbował stosować rozmaite metody szacowania, aby sprawdzić wiarygodność otrzymanych wyników.

Jedna z owych metod opierała się na założeniu, że liczba płodnych kobiet jest dwukrotnie wyższa od liczby urodzeń, gdyż „owe kobiety [...] wydają na świat nieco więcej niż jedno dziecko w okresie dwóch lat"[12]. Przeciętna roczna liczba pogrzebów dochodziła do 13 000 i odpowiadała w przybliżeniu corocznej liczbie zgonów niewywołanych zarazą. Graunt zaobserwował, iż liczba urodzeń jest na ogół niższa od liczby pogrzebów, i arbitralnie określił liczbę narodzeń na poziomie 12 000, co wskazywało z kolei, że 24 000 kobiet mogło „wydawać na świat potomstwo". Oszacował liczbę członków rodziny, wliczając w to również służących i lokatorów, na osiem osób na każde gospodarstwo domowe, natomiast liczba gospodarstw

domowych miała być, według szacunków Graunta, dwukrotnie wyższa od liczby gospodarstw, w których mieszkały kobiety w wieku rozrodczym. Tak więc 48 000 rodzin liczących po ośmiu członków dawało w sumie 384 000 jako szacunkową liczbę mieszkańców Londynu. Dane te były zapewne nieco zaniżone, ale przypuszczalnie były bliższe prawdy niż potoczne opinie, iż w ówczesnym Londynie mieszkały dwa miliony ludzi.

Punktem wyjścia innej metody Graunta były oględziny mapy Londynu z 1658 roku, na podstawie których wysunął przypuszczenie, iż 54 rodziny mieszkają na obszarze o powierzchni 100 jardów kwadratowych – około 200 osób na jeden akr. Wychodząc z takiego założenia, Graunt oszacował, że w obrębie londyńskich murów mieszka 11 800 rodzin. Rejestry śmiertelności wskazywały, że 3200 spośród 13 000 zgonów miało miejsce w części miasta opasanej murami, ów stosunek wynosił więc 1:4. Pomnożenie 11 800 przez 4 daje szacunkową liczbę 47 520 rodzin. Czy Graunt przewidywał, że otrzyma taki wynik, na podstawie szacunków uzyskanych za pomocą pierwszej metody? Nie dowiemy się tego nigdy.

***

W swojej książce Graunt nie posługuje się ani razu słowem „prawdopodobieństwo", ale pojęcie to najwyraźniej nie było mu obce. To tylko zbieg okoliczności, że jego wywody wykazują podobieństwo do uwag dotyczących nadmiernego lęku przed piorunami z **Logiki** z Port-Royal:

Ponieważ niemała część ludzi żyje w wielkim strachu i bojaźni przed niektórymi powszechnie znanymi, strasznymi chorobami, podam, jak wielu umiera na każdą z nich: porównanie odpowiednich liczb z sumą 229 520 [wszystkich zgonów na przestrzeni dwudziestu lat], pozwoli owym ludziom lepiej zrozumieć ryzyko, na jakie są narażeni.

W innym miejscu natomiast wskazuje: „Mając na uwadze fakt, iż szacuje się, że istnieją szanse pół na pół na to, iż dowolny człowiek przeżyje jeszcze dziesięć lat, przyjąłem, iż jest to równoważne temu, że na każdych dziesięciu ludzi jeden może umrzeć w ciągu jednego roku"[13]. Nikt nie postawił wcześniej owego zagadnienia w taki sposób – jako kwestii prawdopodobieństwa. Przyrzekłszy na wstępie

czytelnikom, że jego książka składa się ze „zwięzłych paragrafów i nie zawiera żadnych długich łańcuchów uczonych dowodów", Graunt nie rozwijał szczegółowo swojego rozumowania. Postawił tu sobie jednak niezwykle oryginalne zadanie: próbował oszacować przeciętną oczekiwaną długość życia – takich danych nie można było odnaleźć w rejestrach zgonów.
Odwołując się do swoich oszacowań, według których „blisko trzydzieści sześć procent dzieci, które rodzą się żywe, umiera nie ukończywszy szóstego roku życia", i opierając się na hipotezie, iż większość ludzi umiera przed ukończeniem 75. roku, Graunt opracował tabelę przedstawiającą dane o tym, ilu ludzi ze stuosobowej grupy dożyje wieku od 6 do 76 lat; dla celów porównawczych w prawej kolumnie zamieszczonej poniżej tabeli przedstawiamy dane z 1993 roku dotyczące ludności Stanów Zjednoczonych dla tych samych przedziałów wiekowych.

| **Wiek** | **Dane Graunta** | **1993** |
|---|---|---|
| 0 | 100 | 100 |
| 6 | 64 | 99 |
| 16 | 40 | 99 |
| 26 | 25 | 99 |
| 36 | 16 | 97 |
| 46 | 10 | 95 |
| 56 | 6 | 92 |
| 66 | 3 | 84 |
| 76 | 1 | 70 |

Źródła: Dane Graunta, Hacking, 1975, s. 108; dane z 1993 roku: „This Is Your Life Table". American Demographics, February 1995, s. 1.

Nie możemy mieć pewności, w jaki sposób Graunt sporządził tę tabelę, ale jego szacunkowe oceny stały się znane szerokim kręgom

ludzi i okazały się ostatecznie trafne. Skłoniły one Petty'ego do podjęcia starań o utworzenie centralnego urzędu statystycznego. Sam Petty podjął próbę oszacowania przeciętnej długości życia po urodzeniu; skarżył się przy tym: „zamiast wielu pomocy, jakich wymagają takie prace badawcze, rozporządzałem tylko zwykłym kawałkiem kredy i szmatką”[14]. Petty posługiwał się słowem „prawdopodobieństwo” (**likelihood**), nie dostrzegając potrzeby objaśnienia znaczenia owego terminu, i opierał swoje oszacowania na informacjach pochodzących tylko z jednej irlandzkiej parafii. W raporcie przedstawionym Królewskiemu Towarzystwu Naukowemu w 1674 roku szacował średnią długość życia na 18 lat; według szacunków Graunta miała ona wynosić tylko 16 lat.

Dane zgromadzone przez Graunta zmieniły w oczach wielu ludzi obraz rzeczywistej sytuacji ich macierzystego kraju. Graunt sformułował w tym czasie program badań nad problemami społecznymi Anglii i sposobami ich rozwiązywania.

Pionierskie badania Graunta wskazywały podstawowe pojęcia teoretyczne, których wymaga podejmowanie decyzji w warunkach niepewności. Pobieranie próbek, wartości przeciętne i pojęcia wiążące się z tym, co jest normalne, tworzyły strukturę, która miała stać się później fundamentem naukowej analizy statystycznej, zaprzęgając informację w służbę podejmowania decyzji i kształtowania stopnia pewności naszych przekonań dotyczących prawdopodobieństwa przyszłych wydarzeń.

***

Niespełna trzydzieści lat po opublikowaniu **Natural and Political Observations** Graunta wydane zostało inne dzieło o podobnym charakterze, które miało odegrać jeszcze bardziej doniosłą rolę w dziejach ujarzmiania ryzyka. Autor owego dzieła, Edmund Halley, był powszechnie szanowanym uczonym, który znał pracę Graunta i potrafił wyprowadzić dalsze wnioski z jego analiz. Gdyby nie nowatorskie próby Graunta, idea takich badań mogłaby jednak nigdy nie przyjść Halleyowi do głowy.

Halley był Anglikiem, ale posługiwał się danymi pochodzącymi ze śląskiego miasta Breslau – które w owych czasach nosiło nazwę

Breslaw – położonego we wschodnich Niemczech; po drugiej wojnie światowej miasto to znalazło się na terytorium Polski i nosi obecnie nazwę Wrocław. Ojcowie owego miasta mieli długą praktykę w sporządzaniu skrupulatnych corocznych rejestrów urodzeń i zgonów. W 1690 roku miejscowy uczony i duchowny Kaspar Neumann przejrzał wrocławskie rejestry, aby „obalić pewne rozpowszechnione przesądy dotyczące wpływu faz księżycowych i tak zwanego wieku klimakterycznego na ludzkie zdrowie". Neumann przesłał wyniki swoich badań Leibnizowi, który przekazał je z kolei Królewskiemu Towarzystwu Naukowemu w Londynie[16].
Wkrótce potem dane Neumanna przyciągnęły uwagę Halleya. Halley miał wówczas zaledwie 35 lat, ale już wtedy uchodził za jednego z najwybitniejszych astronomów angielskich. To właśnie on miał skłonić Izaaka Newtona, by opublikował **Principia,** dzieło, w którym Newton przedstawił po raz pierwszy prawa grawitacji. Halley pokrył wszystkie koszty związane z wydaniem tej książki ze swoich skromnych zasobów, wprowadził poprawki do odbitek próbnych i zawiesił własne badania do czasu, gdy dzieło ukazało się w druku. Historyk James Newman stawia hipotezę, iż bez pomocy Halleya **Principia** mogłyby nie zostać nigdy opublikowane.
Halley, który jako dziecko uchodził w swoim otoczeniu za geniusza astronomii, wybierając się na studia do Queen's College w Oksfordzie, zabrał ze sobą swój teleskop. Opuścił jednak Oksford, nie ukończywszy studiów i podjął badania południowej hemisfery niebios; wyniki owych badań przyniosły mu sławę, choć nie ukończył jeszcze wówczas dwudziestu lat. Mając 22 lata, był już członkiem Królewskiego Towarzystwa Naukowego. W 1691 roku uniwersytet oksfordzki nie przyznał Halleyowi tytułu profesora z powodu jego „materialistycznych poglądów", które nie przystawały do ortodoksyjnych kanonów religijnych tej uczelni. Zwierzchnicy uniwersytetu ustąpili jednak w 1703 roku i Halley otrzymał posadę uniwersytecką. W 1721 roku został mianowany królewskim astronomem w Greenwich. W międzyczasie na rozkaz króla przyznano mu tytuł naukowy.

Halley żył aż 86 lat. Wydaje się, iż był człowiekiem wesołego usposobienia, o „niepospolitej lotności umysłu i witalności”; miał wielu serdecznych przyjaciół, do których zaliczał się car Rosji Piotr I Wielki. W swojej pionierskiej rozprawie wydanej w 1705 roku Halley zidentyfikował każdą z 24 komet, które pojawiły się w latach 1337–1698. Trzy z nich wykazywały tak duże podobieństwo, że wysunął on wniosek, iż była to ta sama kometa, która ukazywała się na niebie w latach 1531, 1607 i 1682. Najstarsze przekazy o obserwacjach tej komety pochodzą już z 240 roku przed Chrystusem. Prognozy Halleya, iż owa kometa pojawi się ponownie w 1758 roku, zelektryzowały cały świat, gdy ukazała się na niebie zgodnie z jego przewidywaniami. Obchody ku czci Halleya są organizowane co 76 lat, gdy jego kometa przemierza firmament niebieski.
Rejestry wrocławskie nie leżały wprawdzie w głównym nurcie zainteresowań badawczych Halleya, ale zobowiązał się on wobec Królewskiego Towarzystwa Naukowego, że napisze cykl artykułów do nowo utworzonego periodyku naukowego **Transactions** i gorączkowo poszukiwał jakichś interesujących tematów. Halley zdawał sobie sprawę z pewnych usterek w pracach badawczych Graunta, do których przyznawał się zresztą sam ich autor, i korzystając ze sposobności, postanowił przygotować dla **Transactions** artykuł na temat danych wrocławskich i dla odmiany spróbować swych sił w badaniach z zakresu statystyki społecznej, a nie statystyki ciał niebieskich.
Graunt, który nie rozporządzał wiarygodnymi danymi dotyczącymi liczby mieszkańców Londynu, musiał oszacować ją na podstawie cząstkowych informacji. Dysponował danymi o liczbie i przyczynach zgonów, nie miał jednak dostępu do wyczerpujących rejestrów zawierających informacje o wieku zmarłych. Z uwagi na ciągłe migracje ludności Londynu zaczęto podawać w wątpliwość wiarygodność jego szacunków.
Materiały przekazane Królewskiemu Towarzystwu Naukowemu przez Leibniza zawierały miesięczne dane z lat 1687–1691, które według Halleya „zostały, jak się wydaje, zebrane z całą możliwą dokładnością i rzetelnością”; owe dane obejmowały wiek i płeć wszystkich zmarłych, a także roczną liczbę urodzin. Halley zwracał

uwagę, że Wrocław jest położony z dala od morza, a zatem „napływ obcych jest bardzo niewielki”. Liczba urodzeń tylko nieznacznie przewyższała liczbę pochówków, a wielkość populacji Wrocławia nie podlegała takim zmianom, jakie można było zaobserwować w Londynie. Jedynym brakującym rodzajem danych była całkowita liczba mieszkańców miasta. Halley był przekonany że dane liczbowe dotyczące urodzin i zgonów są wystarczająco dokładne, aby na ich podstawie mógł oszacować wielkość całej populacji.
Halley ustalił, iż w okresie owych pięciu lat każdego roku miało przeciętnie miejsce 1238 urodzin i 1174 zgony; różnica wynosiła więc 64 osoby. Ta liczba, według przypuszczeń Halleya, „może być równoważona liczbą rekrutów zaciągniętych do cesarskiego wojska w czasie wojny”. Koncentrując uwagę na danych dotyczących rocznej liczby urodzeń i rozkładzie wiekowym zmarłych, Halley obliczył, że „tylko 692 urodzonych ludzi przeżywa pełnych sześć lat”, co daje znacznie niższą proporcję w porównaniu z szacunkami Graunta, według których 64 procent urodzonych dożyło szóstego roku życia. Z drugiej strony, około tuzina zgonów we Wrocławiu nastąpiło między 81. a 100. rokiem życia. Uwzględniając różne oszacowania procentowego udziału poszczególnych grup wiekowych w rocznych liczbach zgonów, Halley wyprowadził na podstawie rozkładu wiekowego grupy ludzi umierających każdego roku ogólną szacunkową liczbę 34 000 mieszkańców miasta.
Następnym krokiem Halleya było sporządzenie tabeli dzielącej populację według rozkładu wiekowego, „od narodzin do zaawansowanej starości”. Tabela ta stwarza, według niego, możliwość wielu rozmaitych zastosowań i daje „bardziej rzetelny obraz państwa i kondycji rodzaju ludzkiego, niż jakiekolwiek ocalałe dokumenty, które są mi znane”. Tabela podaje na przykład użyteczne informacje dotyczącego tego, ilu jest mężczyzn zdolnych do pełnienia służby wojskowej – 9000; Halley sugeruje przy tym, iż ta szacunkowa wielkość odpowiadająca 9/34 populacji może „uchodzić za regułę, która obowiązuje również w innych krajach”.
Analizy Halleya są praktycznym urzeczywistnieniem idei prawdopodobieństwa i zmierzają ostatecznie w kierunku kontrolowania ryzyka. Halley dowodzi, iż jego tabela „wskazuje, jakie

są szanse", że „jegomość" w jakimkolwiek danym wieku „nie umrze w ciągu najbliższego roku". Jako ilustrację przytacza przykład grupy wiekowej 25-latków, liczącej 567 osób, podczas gdy liczebność grupy 26-latków wynosi 560. Fakt, iż różnica między owymi grupami wiekowymi wynosiła tylko 7, oznaczał, że stosunek szans na to, iż 25-latek umrze w ciągu roku, był równy 7 do 567, a stosunek szans, że zdoła dożyć 26. roku życia, miał się jak 80 do 1. Posługując się tą samą procedurą odejmowania liczebności starszej grupy wiekowej od liczebności danej grupy i obierając za podstawę dany wiek, można było za pomocą owej tabeli obliczyć szanse, że człowiek czterdziestoletni dożyje 47. roku życia; w tym przypadku z obliczeń wynikało, że stosunek szans wynosi 51 do 1.

Halley wyprowadził ze swych analiz dalsze wnioski: „Jeśli chcemy ustalić, po ilu latach istnieją równe szanse na to, że człowiek znajdujący się obecnie w danym wieku umrze, tabela pozwoli nam z łatwością wykonać to zadanie". Na przykład grupa wiekowa trzydziestolatków liczyła 531 osób, a jej połowa – 265. Możemy wówczas poszukać w tabeli grupy wiekowej liczącej 265 osób, którą okazuje się grupa w przedziale wiekowym od 57 do 58 lat. Jest więc „szansa pół na pół, że [...] człowiek trzydziestoletni przeżyje jeszcze 27 do 28 lat".

Największe znaczenie miał jednak następny poziom analiz Halleya. Przy wykorzystaniu jego tabeli można było ustalać ceny ubezpieczeń na życie dla ludzi w różnym wieku, „albowiem szanse, iż człowiek dwudziestoletni nie umrze w ciągu roku, mają się jak 100 do 1, ale w przypadku człowieka pięćdziesięcioletniego wynoszą tylko 38 do 1". Na podstawie danych o prawdopodobieństwie śmierci w kolejnych latach tabela dostarczała również informacji niezbędnych do obliczania wysokości rent. Halley przystępuje tutaj do szczegółowych matematycznych analiz związanych z ustalaniem wysokości rent, uwzględniając nie tylko renty jednoosobowe, ale także dwu-i trzyosobowe. Dla ułatwienia podaje jednocześnie tablicę logarytmów, aby ograniczyć do minimum „trywialną arytmetykę", jaką narzuca konieczność przeprowadzenia wielu niezbędnych obliczeń.

Dzieło Halleya odrabiało wiekowe zaległości. Pierwsze pisemne przekazy, w których pojawia się pojęcie rent, pochodzą z roku 225, kiedy czołowy rzymski prawnik Ulpian opracował miarodajne tabele przeciętnej długości życia. Tabele Ulpiana pozostały ostatnim słowem w tej dziedzinie przez następne czternaście stuleci!
Badania Halleya stały się później źródłem inspiracji dla doniosłych prób obliczania średniej długości życia na kontynencie, natomiast władze w jego macierzystym kraju nie przywiązywały wówczas wagi do jego tabel. Czerpiąc wzory z holenderskiej praktyki wykorzystywania rent jako środka finansowania budżetu, rząd angielski próbował uzyskać miliony funtów ze sprzedaży rent, które miały zwracać kupującemu pierwotnie wpłaconą kwotę po 14 latach – ale warunki umowy były zawsze takie same, niezależnie od wieku kupującego! Doprowadziło to do niezmiernie kosztownych obciążeń kasy państwowej. Polityka sprzedaży rent po tej samej cenie była jednak kontynuowana w Anglii aż do roku 1789. Założenie, iż przeciętna długość życia po urodzeniu wynosi około 14 lat, opierało się w każdym razie na mocniejszych podstawach od założeń wcześniejszych: w 1540 roku angielski rząd sprzedawał renty, które zwracały wpłaconą kwotę już po siedmiu latach, niezależnie od wieku kupującego[17].
Od momentu opublikowania tabel Halleya w **Transactions** musiało upłynąć jeszcze stulecie, zanim rządy i towarzystwa ubezpieczeniowe zaczęły uwzględniać probabilistyczne wyliczenia dotyczące przeciętnej długości życia. Podobnie jak kometa Halleya jego tabele okazały się jednak czymś więcej niż przelotnym błyskiem na niebie, który możemy ujrzeć tylko raz w życiu: operacje, jakie przeprowadzał na prostych danych liczbowych, legły u podstaw baz danych, na których opierają swą działalność współczesne przedsiębiorstwa ubezpieczeniowe.

***

Pewnego popołudnia w 1637 roku, kiedy Graunt miał zaledwie siedemnaście lat, a Halley nie przyszedł jeszcze na świat, pewien badacz kultury kreteńskiej zwany Canopiusem rozsiadł się wygodnie w fotelu w swojej izbie w oksfordzkim Balliol College i zaczął

przyrządzać filiżankę mocnej kawy. Napar Canopiusa jest pierwszym odnotowanym przypadkiem pojawienia się kawy w Anglii. Gdy napój stał się dostępny szerokim kręgom mieszkańców, zyskał sobie tak wielkie powodzenie, iż w całym Londynie zaczęły niebawem powstawać setki kawiarni.
Czy kawa Canopiusa ma jednak cokolwiek wspólnego z Grauntem, Halleyem albo pojęciem ryzyka? Otóż pewna kawiarnia stała się miejscem narodzin londyńskiego Lloyda, który przez ponad dwa wieki miał być najsłynniejszym towarzystwem ubezpieczeniowym[18]. Ubezpieczenia to gałąź biznesu, w której wszystko zależy od procedury pobierania próbek, od średnich i niezależności obserwacji, a także od idei stanu normalnego, która była źródłem inspiracji badań Graunta i Halleya nad populacją Londynu i Wrocławia. Gwałtowny rozwój rynku ubezpieczeniowego w czasach, gdy Graunt i Halley publikowali wyniki swoich badań, nie jest przypadkiem. Był to znak czasów, w których rodziły się nowatorskie idee w biznesie i finansach.
Najstarszy angielski termin oznaczający maklera giełdowego – **stock jobber** – pojawił się po raz pierwszy około roku 1688; dopiero sto lat później ludzie zaczęli handlować akcjami w pobliżu Wall Street w Nowym Jorku. Na scenie pojawiły się natychmiast najrozmaitsze spółki akcyjne, a część z nich nosiła osobliwe nazwy, takie jak Kompania Strun do Lutni, Kompania Tkanin Dekoracyjnych czy Kompania Nurków. Istniała nawet Kompania Akademii Królewskich, która obiecywała, że zatrudni najwybitniejszych ówczesnych uczonych, aby prowadzili wykłady z dowolnie wybranej dziedziny dla dwóch tysięcy zwycięzców gigantycznej loterii.
Druga połowa siedemnastego wieku była również okresem rozkwitu wymiany handlowej. Największą potęgą handlową owych czasów była Holandia, a jej głównym rywalem – Anglia. Do portów zawijały codziennie liczne statki z kolonii i od dostawców ze wszystkich obszarów ziemskiego globu, wyładowywano z nich ogromne ilości dotychczas trudno dostępnych produktów lub nieznanych dotąd towarów luksusowych – cukru i wonnych korzeni, kawy i herbaty, bawełny i delikatnej porcelany. Majątek przestał być czymś, co

można tylko odziedziczyć po swoich przodkach: ludzie mogli się go teraz dorobić, odkryć, gromadzić i inwestować – a także zabezpieczyć się przed jego utratą.
Ponadto u schyłku owego stulecia Anglicy musieli finansować kilka kosztownych wojen, które zapoczątkowała nieudana próba inwazji na Anglię podjęta przez francuskiego króla Ludwika XIV w maju 1692 roku, a położyło im kres dopiero zwycięstwo Anglików w bitwie pod Blenheim i podpisanie traktatu utrechckiego w 1713 roku. 15 grudnia 1693 roku Izba Gmin zaciągnęła dług publiczny przez emisję wspomnianych wyżej rent. W 1848 roku Thomas Babington Macaulay, wielki angielski historyk, scharakteryzował to doniosłe wydarzenie takimi oto patetycznymi słowami: „Taki był początek owego długu, który miał stać się największym marnotrawstwem i wprawiać nieustannie w zakłopotanie mądrość i zawstydzać dumę mężów stanu i filozofów”[19].
W owym czasie mieszkańcy Londynu zaczęli uświadamiać sobie znaczenie i rolę, jaką odgrywa ich miasto w ówczesnym świecie. Były to również czasy wprowadzania wyrafinowanych instrumentów finansowych, nieodzownych w warunkach wojennych, dynamicznego rozwoju zamożnych warstw społeczeństwa i początków zamorskiego handlu. Informacje z odległych obszarów świata miały teraz zasadnicze znaczenie dla krajowej gospodarki. Ponieważ wielkość obrotów towarami przewożonymi drogą morską stale rosła, pojawiło się pilne zapotrzebowanie na aktualne informacje, które pozwalałyby oszacować czas żeglugi do miejsca przeznaczenia, warunki atmosferyczne i niebezpieczeństwa czyhające na nieznanych morzach.
Wobec braku środków masowego przekazu kawiarnie stały się podstawowym źródłem informacji i pogłosek. W 1675 roku Karol II, który podobnie jak wielu innych władców był nastawiony podejrzliwie do miejsc, gdzie gawiedź kupczy informacją, polecił zamknąć wszystkie kawiarnie, lecz wywołało to tak wielki tumult, iż musiał się wycofać z tej decyzji już po szesnastu dniach. Samuel Pepys regularnie odwiedzał jedną z kawiarni, by zasięgnąć języka o zawijających do portu statkach, którymi się interesował: uważał, iż

informacje, które tam uzyskał, były bardziej wiarygodne od tego, czego mógł się dowiedzieć jako urzędnik Admiralicji.
Kawiarnia, którą Edward Lloyd otworzył na nadbrzeżu Tamizy, była ulubionym miejscem spotkań ludzi ze statków cumujących w londyńskich dokach. Według ówczesnych przekazów był to budynek „przestronny [...] i okazały, nawiedzany przez zręcznych kupców". Kawiarnia zyskała sobie tak wielką popularność, że w 1691 roku Lloyd przeniósł ją do większej i bardziej luksusowej siedziby na Lombard Street. Nat Ward, właściciel gospody, którego Alexander Pope oskarżył o to, iż sprzedaje nędzne wióry jako tytoń, podaje, że stoły w nowej siedzibie kawiarni były „bardzo gustowne i wypucowane do połysku". Pięcioosobowy personel podawał gościom herbatę, sorbet oraz kawę.
Lloyd dorastał w czasach rządów Olivera Cromwella; przeżył również zarazę, pożar Londynu, lądowanie Holendrów u ujścia Tamizy w 1667 roku i Wspaniałą Rewolucję 1688 roku. Był kimś więcej niż zapobiegliwym właścicielem kawiarni. Dostrzegłszy walory swojej stałej klienteli i próbując sprostać pilnemu zapotrzebowaniu na informacje, stworzył pismo *Lloyd's List*, w którym podawał wiadomości o zawijających i wychodzących z portu statkach oraz informacje o sytuacji panującej w innych krajach i na morzu. Owe informacje były przekazywane przez siatkę korespondentów rozmieszczonych w najważniejszych portach kontynentu i Wysp Brytyjskich. Regularnie odbywały się przetargi na towary przewożone przez statki, a Lloyd miał obowiązek dostarczyć papier i inkaust do zarejestrowania zawartej transakcji. Jeden z rogów kawiarni był zarezerwowany dla kapitanów statków, którzy mogli tam porównać swoje zapiski dotyczące niebezpieczeństw grożących okrętom na nowych szlakach, które sami przecierali – szlakach, które zawiodły ich dalej na wschód, na południe i na zachód, niż dotarli żeglarze wieków minionych. Firma Lloyda była otwarta niemal przez całą dobę i zawsze tłoczyła się tam ciżba klientów.
Podobnie jak dziś człowiek, który chciał się ubezpieczyć, udawał się w owych czasach do agenta ubezpieczeniowego; agent rozprowadzał ubezpieczenia od ryzyka wśród ludzi prowadzących ryzykowne interesy, którzy gromadzili się w kawiarniach albo w kuluarach

Królewskiej Giełdy. Kiedy umowa została zawarta, wystawca polisy ubezpieczenia od ryzyka potwierdzał zgodę na pokrycie straty w zamian za wniesienie określonej składki, podpisując się własnym nazwiskiem pod warunkami umowy; wkrótce ludzi zajmujących się owymi indywidualnymi ubezpieczeniami zaczęto nazywać underwriters (podpisywaczami)**.**

Ryzykancki duch czasów gospodarczej prosperity sprzyjał szybkiemu rozwojowi londyńskiego rynku ubezpieczeń. Podpisywacze gotowi byli sporządzać polisy ubezpieczeniowe niemal od każdego rodzaju ryzyka. Według pewnego historyka ubezpieczano się na przykład od zawalenia się domu, kradzieży na gościńcu, śmierci w następstwie wypicia ginu, śmierci wierzchowca i „utraty niewieściego dziewictwa" – od każdego z tych wypadków, z wyjątkiem ostatniego, można się ubezpieczyć jeszcze w dniu dzisiejszym[20]. Mówiąc poważniej, wielkie pożary Londynu w 1666 roku spowodowały gwałtowny wzrost zapotrzebowania na ubezpieczenia od skutków pożaru.

Kawiarnia Lloyda stała się od początku główną kwaterą agentów ubezpieczeń morskich, przede wszystkim ze względu na szerokie powiązania, jakie łączyły ją ze środowiskiem kupców i żeglarzy. *Lloyd's List* został w końcu poszerzony o codzienne informacje o cenach akcji, rynkach zagranicznych i terminach przyboru wód przy moście Londyńskim; podawał też zwykłe wiadomości o statkach wpływających i wypływających z portu oraz doniesienia o wypadkach i zatonięciach***. Pismo Lloyda stało się tak powszechnie znane, że przesyłając meldunki pocztą, jego korespondenci adresowali je po prostu „Lloyd's". Na łamach *Lloyd's List* rząd publikował nawet najnowsze informacje o bitwach morskich.

W roku 1720, przyjąwszy podobno łapówkę w wysokości 300 000 funtów, król Jerzy I wyraził zgodę na utworzenie Królewskiego Towarzystwa Ubezpieczeń Giełdowych i Londyńskiego Towarzystwa Ubezpieczeniowego, pierwszych angielskich towarzystw ubezpieczeniowych, udzielając im praw „wykluczających działalność jakichkolwiek innych korporacji i towarzystw". Przyznanie owego przywileju istotnie zapobiegło powstawaniu innych przedsiębiorstw ubezpieczeniowych, ale „pojedyncze, prywatne osoby" mogły nadal

zajmować się działalnością na rynku ubezpieczeniowym. Towarzystwa ubezpieczeniowe miały w istocie z tego powodu ustawiczne kłopoty, ponieważ nie mogły przekonać rutynowanych podpisywaczy, aby dołączyli do grona ich pracowników.
W 1771 roku, niespełna sto lat po powstaniu kawiarni Edwarda Lloyda przy Tower Street, siedemdziesięciu dziewięciu podpisywaczy, którzy prowadzili interesy u Lloyda, złożyło się po sto funtów i połączyło siły, tworząc Towarzystwo Lloydowskie, nieformalną grupę indywidualnych przedsiębiorców działających według własnego kodeksu postępowania. Owi podpisywacze byli pierwszymi członkami Towarzystwa Lloydowskiego; takich członków zaczęto później nazywać znakomitymi osobistościami. Znakomite osobistości zobowiązywały się poświęcić wszystkie posiadłości ziemskie i kapitały finansowe jako gwarancję wywiązania się z obietnicy pokrycia strat poniesionych przez ich klientów. Zobowiązanie to stało się w najbliższych latach jednym z głównych powodów dynamicznego rozwoju przedsiębiorstwa utworzonego w kawiarni Lloyda. W taki oto sposób filiżanka kawy Canopiusa doprowadziła do powstania najsłynniejszego towarzystwa ubezpieczeniowego w dziejach ludzkości.
W latach siedemdziesiątych osiemnastego wieku rynek ubezpieczeniowy zaczął powstawać również w koloniach amerykańskich, ale większość poważniejszych umów ubezpieczeniowych nadal spisywano w Anglii. W 1752 roku Benjamin Franklin założył towarzystwo ubezpieczeń pożarowych, zwane Pierwszym Amerykańskim, natomiast pierwsze ubezpieczenia na życie zostały wystawione przez Fundusz Duchownych Prezbiteriańskich utworzony w 1759 roku. Po wybuchu rewolucji pozbawieni dostępu do usług Lloyda Amerykanie nie mieli innego wyjścia jak utworzyć więcej rodzimych towarzystw ubezpieczeniowych. Pierwszym towarzystwem będącym własnością akcjonariuszy było Północnoamerykańskie Towarzystwo Ubezpieczeniowe z siedzibą w Filadelfii, które wydawało ubezpieczenia od skutków pożaru i ubezpieczenia morskie; wystawiło również pierwsze polisy ubezpieczeniowe na życie w Ameryce –

obwarowane sześcioma warunkami polisy dla kapitanów statków[21]****.

***

Szczytowy okres rozwoju ubezpieczeń rozumianych jako instrument handlowy przypada dopiero na wiek osiemnasty, ale pierwsze przekazy o przedsięwzięciach z zakresu asekuracji pochodzą już z osiemnastego stulecia p.n.e. Kodeks Hammurabiego, opublikowany około 1800 roku p.n.e., poświęca 282 paragrafy tematyce „bodmerii". Bodmeria była kredytem lub pożyczką pod zastaw hipoteki zaciąganą przez właściciela statku dla sfinansowania rejsu. Według tego, co wiemy, nie wiązało się to z wpłatą składek ubezpieczeniowych. Jeśli statek zatonął, właściciel nie miał obowiązku spłaty kredytu*****.
Ta wczesna wersja ubezpieczeń morskich występowała aż do czasów imperium rzymskiego i to właśnie wówczas miały pojawić się pierwsze spisywane umowy ubezpieczeniowe. Pragnąc przyczynić się do rozwoju handlu zbożem, cesarz Klaudiusz (10 p.n.e.–54 n.e.) stworzył jednoosobowe towarzystwo ubezpieczeniowe, nie pobierające składek, przyjmując osobiście odpowiedzialność za wszelkie straty poniesione przez rzymskich kupców w wyniku sztormów – podobnie jak współczesne rządy udzielają pomocy obszarom dotkniętym klęskami żywiołowymi: trzęsieniami ziemi, huraganami czy powodziami.
Cechy rzemieślnicze w starożytnej Grecji i Rzymie zakładały spółdzielnie, których członkowie wpłacali pieniądze do wspólnej kasy, aby uchronić przed ubóstwem swoich bliskich w przypadku przedwczesnej śmierci głowy rodziny. Owa praktyka przetrwała aż do czasów Edwarda Lloyda, kiedy „towarzystwa wzajemnej pomocy" nadal świadczyły tę prostą formę ubezpieczeń na życie******.
Wzrost obrotów handlowych w dobie średniowiecza przyspieszył rozwój finansów i ubezpieczeń. Największe ośrodki powstały w Amsterdamie, Augsburgu, Antwerpii, we Frankfurcie, w Lyonie i Wenecji; Izba Ubezpieczeń w Brugii została utworzona w roku 1310. Nie każde z tych miast było portem morskim; większość towarów przewożono bowiem nadal drogą lądową. Do powszechnego użytku weszły nowe instrumenty finansowe, takie jak weksle, które miały

ułatwiać przepływ gotówki między klientem i spedytorem, dłużnikiem i wierzycielem, a także transfer olbrzymich sum przekazywanych z rozległych posiadłości kościelnych do Rzymu.
Niezależnie od finansowych form kontroli ryzyka ówcześni kupcy nauczyli się szybko stosować strategię dywersyfikacji środków dla rozpraszania ryzyka. Praktykował ją też Antonio, Szekspirowski kupiec z Wenecji:

**Los zrządził, że moje towary**
**Ani nie płyną na jednym okręcie,**
**Ani nie leżą tylko w jednym porcie.**
**Więc mienie moje nie jest zbyt zależne**
**Od pomyślności obecnego roku.**
**Sprawy handlowe nie smucą mnie wcale*******.**

Zastosowania ubezpieczeń nie ograniczały się tylko do morskich przewozów towarów. Uprawa roli jest na przykład tak dalece zależna od sił przyrody, że pomyślne wyniki pracy rolnika są szczególnie podatne na wpływ nieprzewidywalnych, lecz wywołujących katastrofalne skutki klęsk żywiołowych, takich jak susze, powodzie czy epidemie. Ponieważ owe zdarzenia są wzajemnie niezależne i pozostają poza ludzką kontrolą, stanowią niezwykle atrakcyjny obszar działalności ubezpieczeniowej. Rolnicy włoscy tworzyli na przykład spółdzielnie rolnicze, aby ubezpieczać się wzajemnie od złej pogody. Rolnicy z regionów, w których w porze zbiorów panowały dobre warunki, zgadzali się zrekompensować straty tym, których dotknęły skutki niepomyślnych warunków pogodowych. Bank Monte dei Paschi, który miał stać się później jednym z największych we Włoszech, został utworzony w 1473 roku, aby pośredniczyć w zawieraniu takich umów[22]. Instytucje o podobnym charakterze istnieją obecnie w krajach mniej rozwiniętych, których gospodarka opiera się głównie na produkcji rolniczej[23].
W każdym z tych przypadków pewna zbiorowość zgadza się zrekompensować straty innej zbiorowości, ale procedura asekuracyjna pełni zasadniczo taką samą funkcję jak w przypadku ubezpieczeń indywidualnych. Towarzystwa ubezpieczeniowe korzystają ze składek wpłacanych przez ludzi, którzy nie ponieśli

strat, aby zrekompensować straty poniesione przez innych. Stosuje się to również do kasyn gry wypłacających wygrane z puli, która jest stale uzupełniana przez przegrywających graczy. Ze względu na anonimowość, jaką zapewnia towarzystwo ubezpieczeniowe czy kasyno gry, rzeczywisty przepływ środków staje się mniej widoczny. Najbardziej wyrafinowane formy ubezpieczeń i gier hazardowych są jednak tylko wariacjami na temat Monte dei Paschi.
*Underwriters* działający we Włoszech w czternastym wieku nie zawsze wywiązywali się rzetelnie z zobowiązań wobec swych klientów, a skargi były rzeczą powszechną. Florencki kupiec Francesco di Marco, który prowadził swoje rozległe interesy nawet w Barcelonie i Southampton, skarżył się w liście do żony na podpisywaczy: „Zawierając z kimś umowę ubezpieczeniową – pisał – skwapliwie przyjmują pieniądze, ale gdy przydarzy się nieszczęście, zachowują się zgoła inaczej, i każdy z nich odwraca się do ciebie plecami starając się nie płacić”[24]. Francesco musiał znać się na rzeczy, ponieważ w skład spuścizny, którą pozostawił po sobie, wchodziło czterysta polis ubezpieczenia morskiego.
Działalność towarzystw ubezpieczeniowych przybrała na sile około roku 1600. Termin „polisa”, który wszedł już wówczas do powszechnego użytku, pochodzi od włoskiego słowa **polizza** oznaczającego obietnicę albo zobowiązanie. W 1601 roku Francis Bacon wniósł pod obrady brytyjskiego parlamentu ustawę regulującą zasady wydawania polis ubezpieczeniowych, które były „od niepamiętnych czasów używane przez kupców, zarówno tego królestwa, jak i obcych nacji”.

***

Zyski z inwestowania środków w towary, które muszą być przewożone drogą morską, by dotrzeć do odległych rynków przeznaczenia, zależą nie tylko od pogody. Zależą one także od kompetentnej oceny potrzeb konsumentów, poziomu cen i mody panującej w momencie dostawy ładunku, nie wspominając już o ocenie kosztów, jakie trzeba ponieść, zanim towary zostaną dostarczone, sprzedane i opłacone. Prognozowanie przyszłości – które przez wieki nie cieszyło się dobrą sławą, uchodząc w

najlepszym razie za stratę czasu, a w najgorszym za grzeszne wykroczenie – stało się w siedemnastym wieku bezwzględną koniecznością dla śmiałych przedsiębiorców, którzy podejmowali ryzyko kształtowania przyszłości według własnych zamysłów. Jakkolwiek wydaje się to dziś banałem, rozwój prognozowania gospodarczego u schyłku siedemnastego wieku był jedną z najbardziej doniosłych innowacji ekonomicznych. Dopóki matematycy nie uwzględniali w swych nowatorskich badaniach teoretycznych zastosowań ekonomicznych, dopóty postępy w rozwoju nauki o kontrolowaniu ryzyka mogły dokonać się dopiero wówczas, gdy postawiono nowe pytania, pytania, które – tak jak w przypadku Graunta – wymagały oderwania się od wąskiej problematyki **balia** czy gry w kości. Nawet śmiałe dociekania Halleya, wnoszące istotny wkład w obliczanie przeciętnej długości życia, uchodziły w jego oczach tylko za studium socjologiczne czy też arytmetyczną zabawę ku uciesze jego uczonych kolegów; świadczy o tym dobitnie brak jakichkolwiek odniesień do wcześniejszych o trzydzieści lat teoretycznych badań Pascala nad prawdopodobieństwem.

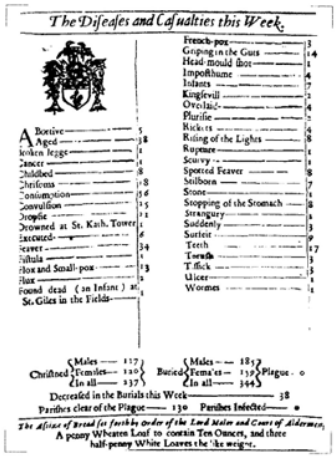
Przejście od ustalania nieuchronnie zdeterminowanych prawdopodobieństw matematycznych do szacowania prawdopodobieństwa niepewnych zdarzeń i od gromadzenia surowych danych do podejmowania decyzji, jak wykorzystać dane, którymi rozporządzamy, wymagało przezwyciężenia ogromnych przeszkód natury pojęciowej. Intelektualne dokonania, o których będzie mowa w dalszych rozdziałach, są pod wieloma względami jeszcze bardziej zdumiewające od tych, z którymi mogliśmy się zetknąć dotychczas.

Niektórzy z owych odkrywców szukali natchnienia patrząc w gwiazdy; dla innych źródłem inspiracji były operacje na pojęciu prawdopodobieństwa, o których nie śniło się Pascalowi i Fermatowi. Następna postać, którą spotkamy na kartach tej książki, dokonała wszakże rzeczy najbardziej niezwykłej: skierowała uwagę na zagadnienie zamożności. Wyniki dociekań owego badacza są podstawą niejednej praktyki naszego codziennego życia.

## Przypisy

[1] Opis owej procedury zaczerpnąłem z książki Stiglera (1977). Pragnę również wyrazić wdzięczność Stephenowi Stiglerowi, że zwrócił mi uwagę na próbę puszki.
[2] Podstawowe informacje o Grauncie pochodzą z prac Muira, 1961; David, 1962, i Newmana, 1988 (cytaty z *Natural and Political Observations* przytaczam za Newmanem).
[3] Newman, 1988g, s. 1394.
[4] Najistotniejsze dane dotyczące Petty'ego zaczerpnąłem z książki Hackinga, 1975, s. 102–105.
[5] Informacje o Wilkinsie i Królewskim Towarzystwie Naukowym pochodzą z książki Hackinga, 1975, s. 169–171.
[6] Graunt, s. 1401.
[7] Tamże, s. 1401.
[8] Hacking, 1975, s. 103.
[9] Jestem wdzięczny Stephenowi Stiglerowi, iż uświadomił mi historyczne znaczenie badań Graunta. Zob. Hacking, 1975, s. 103–105.
[10] Ilustracja pochodzi z książki Stiglera, 1996.
[11] David, 1962, s. 107. Obszerne objaśnienia obliczeń Graunta i metody szacowania można znaleźć na s. 107–109.
[12] Hacking, 1975, s. 107.
[13] Tamże, s. 110.
[14] Zob. rozważania dotyczące tej kwestii w pracy Hackinga, 1975, s. 105–110.
[15] Podstawowe informacje o Neumannie i Halleyu oraz cytaty z rozprawy Halleya zaczerpnąłem głównie z książki Newmana, 1988g, s. 1393–1396 oraz 1414–1432.
[16] Zob. uwagi Hackinga, 1975, s. 111–121.
[17] Przytoczone informacje o historii ubezpieczeń w ogólności, a zwłaszcza o Towarzystwie Lloydowskim, pochodzą z pracy Flowera i Jonesa, 1974, a także z książki Hodgsona, 1984.
[18] Macaulay, 1848, s. 494. Fascynująca opowieść Macaulaya o dziejach angielskiego długu publicznego jest przedstawiona na s. 487–498.

[19] Flower i Jones, 1974.
[20] American Academy of Actuaries, 1994; Moorhead, 1989.
[21] Interesujące informacje o roli, jaką odegrał bank Monte dei Paschi, można znaleźć w pracy Chichilnisky i Heala, 1993.
[22] Zob. zwłaszcza Townsend, 1995, oraz Besley, 1995.
[23] Flower i Jones, 1974, s. 13.
* Dane dotyczące liczby bochenków chleba, jaką można było nabyć za jednego pensa, były podstawą szacowania kosztów utrzymania. Miernikiem stosowanym współcześnie jest pewien pakiet dóbr i usług.
** Angielskie słowo *venery* (folgowanie żądzom) pochodzi od słowa *vener* (oznaczającego polowanie) z dawnego języka francuskiego i od Wenus (od której wywodzi się również termin „weneryczny"). Oto słowo zaiste godne weneracji!
*** Krótko mówiąc, Lloyd był prekursorem utworzonej współcześnie gigantycznej sieci informacyjnej Bloomberga.
**** Około 1810 roku Nathaniel Bowditch założył w Bostonie towarzystwo powiernicze dla obsługi tego samego rynku.
***** Zasada ta miała zastosowanie również do ubezpieczeń na życie. Długi żołnierza, który poległ w bitwie, były umarzane, i nie musieli ich spłacać jego spadkobiercy.
****** W Stanach Zjednoczonych owa forma ubezpieczeń przetrwała aż do dwudziestego wieku. Była znana pod nazwą ubezpieczenia przemysłowego i pokrywała na ogół tylko wydatki związane z pochówkiem. Mój teść miał mały zeszyt, w którym odnotowywał cotygodniowe składki wpłacane na ową polisę.
******* William Shakespeare, **Kupiec wenecki**, Państwowy Instytut Wydawniczy, Warszawa 1953, przekł. Roman Brandstaetter (akt I, scena I); (przyp. tłum.).



The Diseases and Casualties this Week.

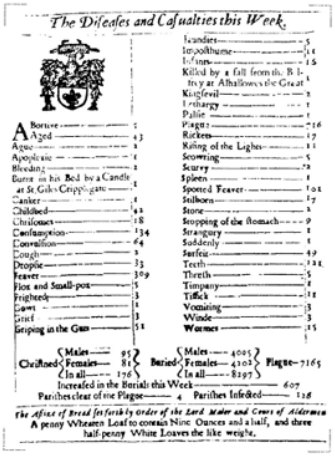
| | | | |
|---|---|---|---|
| Abortive | 5 | French-pox | 3 |
| Aged | 38 | Griping in the Guts | 14 |
| Broken legge | 1 | Head-mould shot | 1 |
| Cancer | 1 | Impostume | 4 |
| Childbed | 8 | Infants | 7 |
| Chrisoms | 18 | Kingsevil | 7 |
| Consumption | 56 | Overlaid | 4 |
| Convulsion | 15 | Plurisie | 2 |
| Dropsie | 12 | Rickets | 4 |
| Drowned at St. Kath. Tower | 1 | Riding of the Lights | 8 |
| Executed | 6 | Rupture | 1 |
| Fever | 34 | Scurvy | 1 |
| Fistula | 1 | Spotted Feaver | 8 |
| Flox and Small-pox | 13 | Stillborn | 7 |
| Flux | 2 | Stone | 1 |
| Found dead (an Infant) at St. Giles in the Fields | 1 | Stopping of the Stomach | 2 |
| | | Strangury | 1 |
| | | Suddenly | 3 |
| | | Surfeit | 9 |
| | | Teeth | 27 |
| | | Teeth | 3 |
| | | Tiffick | 3 |
| | | Ulcer | 1 |
| | | Wormes | 1 |

Christned: Males 117, Females 120, In all 237. Buried: Males 185, Females 159, In all 344. Plague 0.

Decreased in the Burials this Week 38

Parishes clear of the Plague 130. Parishes Infected 0

The Assize of Bread set forth by Order of the Lord Maior and Court of Aldermen,
A penny Wheaten Loaf to contain Ten Ounces, and three
half-penny White Loaves the like weight.



The Diseases and Casualties this Week.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Abortive | 5 | Jaundice | 5 |
| Aged | 43 | Impostume | 16 |
| Ague | 2 | Infants | 156 |
| Apoplexie | 1 | Killed by a fall from th. B-l-fry at Allhallows the Great | 1 |
| Bleeding | 1 | Kingsevil | 2 |
| Burnt in his Bed by a Candle at St. Giles Cripplegate | 1 | Lethargy | 1 |
| Canker | 1 | Palsie | 1 |
| Childbed | 42 | Plague | 716 |
| Chrisomes | 28 | Rickets | 17 |
| Consumption | 334 | Riding of the Lights | 11 |
| Convulsion | 64 | Scowring | 5 |
| Cough | 2 | Scurvy | 22 |
| Dropsie | 33 | Spleen | 1 |
| Feaver | 309 | Spotted Feaver | 101 |
| Flox and Small-pox | 5 | Stillborn | 17 |
| Frighted | 3 | Stone | 2 |
| Gowt | 1 | Stopping of the Stomach | 9 |
| Grief | 3 | Strangury | 1 |
| Griping in the Guts | 51 | Suddenly | 1 |
| | | Surfeit | 49 |
| | | Teeth | 131 |
| | | Thrush | 5 |
| | | Timpany | 1 |
| | | Tiffick | 11 |
| | | Vomiting | 3 |
| | | Winde | 3 |
| | | Wormes | 15 |

Christned: Males 95, Females 81, In all 176. Buried: Males 4005, Females 4302, In all 8307. Plague 7165.

Increased in the Burials this Week 607

Parishes clear of the Plague 4. Parishes Infected 128

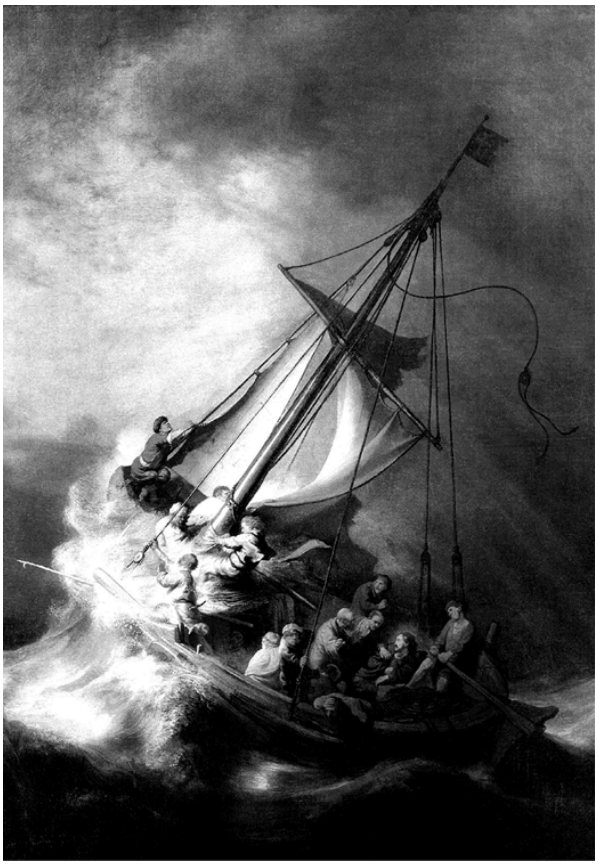
The Assize of Bread set forth by Order of the Lord Maior and Court of Aldermen
A penny Wheaten Loaf to contain Nine Ounces and a half, and three
half-penny White Loaves the like weight.

**11–18 kwietnia 1665**

Reprodukcja dzięki uprzejmości
Stephena Speiglera.

**12–13 września 1665**

Reprodukcja dzięki uprzejmości
Stephena Speiglera.



**Rembrandt van Rijn. Burza na Morzu Galilejskim**
(Isabella Stewart Gardner Museum, Boston)
Reprodukcja za zgodą Isabella Stewart Gardner Museum, Boston.

**Część trzecia**

# Pomiary bez granic: 1700–1900

## Rozdział 1

# Uwzględnienie ludzkiej natury

W ciągu zaledwie kilku lat imponujące wyniki matematycznych dociekań Cardana i Pascala znalazły zastosowanie w dziedzinach, o których nie śniło się żadnemu z tych badaczy. Graunt, Petty i Halley zastosowali najpierw pojęcie prawdopodobieństwa do analizy surowych danych. Mniej więcej w tym samym czasie autorzy **Logiki** z Port-Royal powiązali pomiar z subiektywnymi przekonaniami, formułując twierdzenie, iż „lęk przed niebezpieczeństwem powinien być proporcjonalny nie tylko do wagi niebezpieczeństwa, ale także do prawdopodobieństwa owego zdarzenia".

W 1738 roku w **Rozprawach Cesarskiej Akademii Nauk w Sankt Petersburgu** opublikowano esej, którego podstawowa teza wyrażała się w zdaniu: „*wartość* przedmiotu niekoniecznie opiera się na jego *cenie*, lecz raczej na *użyteczności*, jaką ów przedmiot posiada"[1]. Rozprawa ta została pierwotnie przedstawiona Akademii w 1731 roku pod łacińskim tytułem *Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis* (Wykład nowej teorii pomiaru ryzyka), a jej autor bardzo lubił posługiwać się kursywą – w każdym z trzech wyrazów pisanych kursywą w powyższym cytacie została ona wprowadzona przez autora*. Dotyczy to również wszystkich cytatów przytoczonych w tym rozdziale.

Nie mam żadnych dowodów na poparcie hipotezy, że autor owego artykułu z 1738 roku czytał **Logikę** z Port-Royal, ale intelektualne związki między tymi dwiema pracami są wyraźnie widoczne. W wieku osiemnastym zainteresowanie **Logiką** ogarnęło szerokie kręgi europejskich uczonych.

Autorzy obu prac budują swą argumentację na założeniu, że w każdą decyzję, która wiąże się z ryzykiem, uwikłane są dwa różne, lecz nierozerwalnie ze sobą związane czynniki: obiektywne fakty i subiektywna ocena atrakcyjności tego, co można zyskać lub stracić, podejmując określoną decyzję. Istotną rolę odgrywa zarówno

obiektywny pomiar, jak i subiektywny stopień pewności naszych przekonań; ale żaden z tych czynników nie jest sam przez się wystarczający.
Każdy autor preferuje określone podejście badawcze. Autor **Logiki** z Port-Royal dowodzi, że tylko człowiek wykazujący patologiczną awersję wobec ryzyka podejmuje decyzje, biorąc pod uwagę konsekwencje, a nie ich prawdopodobieństwo. Autor nowej teorii argumentuje natomiast, że tylko człowiek lekkomyślny podejmuje decyzje na podstawie prawdopodobieństwa pewnego wyniku, nie biorąc pod uwagę jego konsekwencji.

***

Autorem petersburskiej rozprawy był szwajcarski matematyk Daniel Bernoulli, który ukończył wówczas 38 lat[2]. Wprawdzie nazwisko Bernoullego znane jest głównie uczonym, ale jego rozprawa jest jednym z najbardziej doniosłych dzieł, jakie kiedykolwiek powstały, nie tylko w dziedzinie dociekań nad ryzykiem, lecz także w zakresie badań nad ludzkim zachowaniem. Rozważania Bernoullego, uwypuklające złożone relacje między pomiarem a śmiałością ludzkich decyzji, dotykają niemal każdego aspektu naszego życia.
Daniel Bernoulli pochodził z niezwykłej rodziny. Od końca siedemnastego wieku do schyłku wieku osiemnastego aż ośmiu Bernoullich zyskało sobie sławę wybitnych matematyków. Historyk Eric Temple Bell pisze, iż owa rodzina „dochowała się licznego potomstwa [...] a większość z jej latorośli wyróżniła się jakimiś osiągnięciami – w niektórych przypadkach osiągnięciami wybitnymi – na polu prawa, nauki, literatury, wolnych zawodów, administracji i sztuki. Żaden z nich nie był miernotą”[3].
Założycielem owego rodu był Nicolaus Bernoulli z Bazylei, zamożny kupiec, którego protestanccy przodkowie wyemigrowali ze zdominowanej przez katolicką większość Antwerpii. Nicolaus żył bardzo długo (1623–1708) i miał trzech synów: Jakoba, Nicolausa (znanego jako Nicolaus I) i Johanna. Z Jakobem Bernoullim spotkamy się już wkrótce, ponieważ był on autorem prawa wielkich liczb, które wyłożył w swojej książce **Ars Conjectandi** (**Sztuka przypuszczeń**). Jakob był nie tylko wybitnym nauczycielem,

którego wykłady przyciągały słuchaczy z całej Europy; uchodził również za genialnego matematyka, inżyniera i astronoma. Francis Galton, statystyk z epoki wiktoriańskiej, scharakteryzował go jako człowieka o „popędliwym a zarazem melancholijnym usposobieniu [...] działającego stanowczo, lecz powoli”[4]. Jego stosunki z ojcem były tak napięte, iż Jakob obrał sobie za życiową dewizę zdanie: *Invito patre sidera verso* – „Wbrew memu ojcu dotarłem do gwiazd”[5].

Galton nie ograniczał swych zjadliwych uwag tylko do Jakoba Bernoullego. Chociaż rodzina Bernoullich dostarczała świadectw potwierdzających eugeniczną teorię Galtona, w swojej książce **Hereditary Genius** pisał, iż jej członkowie byli „przeważnie kłótliwi i zazdrośni”[5].

Wydaje się, iż takimi cechami odznaczało się wielu przedstawicieli tej rodziny. Młodszy brat Jakoba, Johann, który był ojcem Daniela i sam zajmował się dociekaniami matematycznymi, był według historyka nauki Jamesa Newmana „człowiekiem brutalnym, wulgarnym [...] a w razie konieczności nieuczciwym”[**][7]. Kiedy Francuska Akademia Nauk przyznała nagrodę Danielowi za rozprawę o orbitach planetarnych, jego ojciec z zawiści wyrzucił go z domu. Newman podaje, że Johann żył 80 lat, „przejawiając aż do późnej starości swoje uzdolnienia i nikczemne cechy charakteru”.

Kolejnym członkiem rodziny Bernoullich był syn średniego brata, Nicolausa I, zwany Nicolausem II. Kiedy wuj Nicolausa II, Jakob, zmarł w 1705 roku po długiej chorobie, nie zdążywszy ukończyć swego dzieła **Ars Conjectandi**, Nicolausa II poproszono o przygotowanie owej książki do druku, mimo że był wówczas zaledwie osiemnastoletnim młodzieńcem. Wykonanie tego zadania zajęło mu osiem lat! W przedmowie do książki Nicolaus przeprasza za to opóźnienie i częste konflikty z wydawcami, usprawiedliwia się jednak tym, iż „wiele podróżował” i był „zbyt młody i niedoświadczony, by wiedzieć, jak nadać owemu dziełu ostateczny kształt”[8].

Powinniśmy zapewne przyjąć te wyjaśnienia za dobrą monetę: Nicolaus II spędził owe osiem lat, zasięgając rady u najwybitniejszych ówczesnych matematyków, między innymi u

Izaaka Newtona. Poza rozległą korespondencją, w której wymieniał poglądy z innymi matematykami, wybrał się również w podróż do Londynu i Paryża, aby skonsultować się osobiście z największymi sławami nauki. Sam Nicolaus II miał również pokaźny dorobek matematyczny; zajmował się, między innymi, analizą zastosowań hipotez i teorii prawdopodobieństwa w dziedzinie prawa.
Jakby mało było tych komplikacji, Daniel Bernoulli miał starszego o pięć lat brata, który również miał na imię Nicolaus; owego Nicolausa nazywano umownie Nicolausem III – jego dziadkowi nie przyporządkowano żadnego numeru, jego wujem był Nicolaus I, a jego bliskim kuzynem Nicolaus II. To właśnie Nicolaus III, który również był wybitnym uczonym, udzielał Danielowi pierwszych lekcji matematyki. Jako najstarszy syn Nicolaus III był zachęcany przez ojca do podjęcia studiów matematycznych. Mając zaledwie osiem lat, władał już czterema językami; w wieku dziewiętnastu lat uzyskał tytuł doktora filozofii na uniwersytecie w Bazylei, a w 1725 roku, nie ukończywszy trzydziestu lat, został mianowany profesorem matematyki w Sankt Petersburgu. Zmarł na febrę rok później.
Daniel Bernoulli został powołany na katedrę w Sankt Petersburgu w tym samym roku co Nicolaus III i pozostał tam aż do roku 1733, po czym powrócił do rodzinnej Bazylei jako profesor fizyki i filozofii. Był jednym z pierwszych wybitnych uczonych, których Piotr I Wielki zaprosił do Rosji, pragnąc, by nowa stolica jego państwa stała się poważnym ośrodkiem intelektualnym. Według Galtona Daniel był „lekarzem, botanikiem, anatomem i badaczem zagadnień hydrodynamiki; młodzieńcem przedwcześnie dojrzałym intelektualnie”[9]. Był również bardzo zdolnym matematykiem i statystykiem, którego interesowały zwłaszcza zagadnienia probabilistyczne.
Bernoulli był pod wieloma względami typowym człowiekiem swoich czasów. W reakcji na fanatyzm niezliczonych wojen religijnych poprzedniego stulecia wiek osiemnasty opowiedział się zdecydowanie po stronie racjonalności. Gdy krwawe konflikty zostały w końcu wygaszone, porządek i uznanie wartości klasycznych form zajęły miejsce zamętu doby kontrreformacji i emocjonalnego stylu

sztuki barokowej. Poczucie harmonii i szacunek dla rozumu były najbardziej znamiennymi cechami epoki oświecenia. To właśnie w takim kontekście historycznym Bernoulli przekształcił mistyczne wywody **Logiki** z Port-Royal w logiczną argumentację zaadresowaną do racjonalnych podmiotów podejmujących decyzje.

***

W pierwszym paragrafie swej petersburskiej rozprawy Daniel Bernoulli przedstawia tezę, którą zamierza podważyć:

Od czasu, gdy matematycy podjęli badania nad pomiarem ryzyka, zgadzano się powszechnie co do słuszności takiego oto twierdzenia: Wartości oczekiwane oblicza się, mnożąc każdy możliwy zysk przez liczbę sposobów, na jakie ów zysk mógłby się pojawić, a następnie dzieląc sumę owych iloczynów przez całkowitą liczbę sytuacji***[10]. Bernoulli zauważył, że owa hipoteza jest wadliwym opisem sposobu, w jaki ludzie podejmują decyzje w realnym życiu, ponieważ koncentruje się wyłącznie na faktach, nie uwzględniając w ogóle konsekwencji pewnego prawdopodobnego wyniku dla osoby, która musi podejmować decyzje, nie mając pewności, jaki będzie przyszły bieg zdarzeń. Wprawdzie fakty są takie same dla każdego, ale „użyteczność [...] zależy od konkretnych uwarunkowań osoby szacującej [...] Nie ma powodów, by zakładać, że [...] ryzyku przewidywanemu przez każdego [człowieka] powinniśmy przypisywać taką samą wartość". Każdemu według jego miary. Pojęcie użyteczności można uchwycić intuicyjnie. Mieści ono w sobie sens pożytku, atrakcyjności i zadowolenia. Pojęcie, które wywołało irytację Bernoullego wobec matematyków – „wartość oczekiwana" – jest w większym stopniu terminem technicznym. Zgodnie z uwagami Bernoullego wartość oczekiwana jest równa sumie wartości różnych wyników pomnożonych przez prawdopodobieństwo każdego wyniku w stosunku do wszystkich innych możliwości. Nawiasem mówiąc, matematycy posługują się nadal terminem „nadzieja matematyczna", który oznacza wartość oczekiwaną.
Moneta ma dwie strony, orła i reszkę, a prawdopodobieństwo, że moneta wyląduje na jednej bądź drugiej stronie, wynosi 50 procent

– moneta nie może bowiem pokazywać zarazem orła i reszki. Jaka jest wartość oczekiwana rzutu monetą? Mnożymy 50 procent przez 1 dla orła i wykonujemy takie samo działanie dla reszki, a sumę otrzymaną po dodaniu tych iloczynów – 100 procent – dzielimy przez 2. Wartość oczekiwana dla zakładów dotyczących rzutu monetą wynosi 50 procent. Możemy oczekiwać, że wypadnie orzeł albo reszka, z równym prawdopodobieństwem.
Jaka jest wartość oczekiwana rzutu dwiema kostkami? Jeśli dodamy do siebie 11 liczb, które mogą wypaść w takim rzucie – 2+3+4+5+6+7+8+9+10+11 – otrzymujemy w sumie 77. Wartość oczekiwana rzutu dwiema kostkami wynosi 77/11, to znaczy dokładnie 7.
Prawdopodobieństwo wystąpienia każdej z tych jedenastu liczb nie jest jednak równe. Jak wykazał Cardano, niektóre wyniki są bardziej prawdopodobne od innych, w przypadku gdy istnieje 36 różnych kombinacji, które dają wyniki od 2 do 12. Dwójkę można uzyskać jedynie, wyrzucając dwie jedynki, ale czwórkę możemy otrzymać na trzy sposoby: 3+1, 1+3 i 2+2. Pożyteczna tabela Cardana (s. 89) podaje liczbę kombinacji, w jakich może pojawić się każdy z 11 wyników:

| **Wynik** | **Prawdopodobieństwo** | **Prawdopodobieństwo ważone** |
|---|---|---|
| 2 | 1/36 | 2 x 1/36 = 0,06 |
| 3 | 2/36 | 3 x 2/36 = 0,17 |
| 4 | 3/36 | 4 x 3/36 = 0,33 |
| 5 | 4/36 | 5 x 4/36 = 0,56 |
| 6 | 5/36 | 6 x 5/36 = 0,83 |
| 7 | 6/36 | 7 x 6/36 = 1,17 |
| 8 | 5/36 | 8 x 5/36 = 1,11 |
| 9 | 4/36 | 9 x 4/36 = 1,00 |
| 10 | 3/36 | 10 x 3/36 = 0,83 |
| 11 | 2/36 | 11 x 2/36 = 0,61 |

| | | |
|---|---|---|
| 12 | 1/36 | 12 x 1/36 = 0,33 |
| | | **Razem 7,00** |

Wartość oczekiwana, czyli nadzieja matematyczna, dla rzutu dwiema kostkami wynosi dokładnie 7, co potwierdza poprawność naszych obliczeń – 77/11. Możemy się teraz przekonać, dlaczego siódemka odgrywa tak istotną rolę w *craps*.

Bernoulli przyznaje, że takie obliczenia sprawdzają się dokładnie w grach losowych, podkreśla jednak, że w życiu codziennym występują zjawiska zupełnie innej natury. Nawet wówczas, gdy prawdopodobieństwo jest znane (jest to nadmiernie uproszczone założenie, które miało zostać odrzucone przez późniejszych matematyków), racjonalny podmiot decyzji będzie starał się maksymalizować raczej oczekiwaną użyteczność – pożytek lub zadowolenie – niż oczekiwaną wartość. Oczekiwaną użyteczność oblicza się tą samą metodą co wartość oczekiwaną, z tą tylko różnicą, że rolę współczynnika wagi pełni w tym przypadku użyteczność[11].

Antoine Arnauld, słynny autor **Logiki** z Port-Royal, zarzucał ludziom, którzy lękają się burzy, że przeceniają nikłe przecież prawdopodobieństwo porażenia piorunem. Arnauld nie miał jednak racji. Przeoczył pewien istotny czynnik. Fakty są takie same dla każdego i nawet ludzie, którzy wpadają w popłoch, słysząc pierwszy grzmot pioruna, zdają sobie doskonale sprawę z tego, iż zachodzi bardzo niewielkie prawdopodobieństwo, że grom uderzy właśnie w to miejsce, w którym się znajdują. Bernoulli rozpatrzył tę sytuację bardziej przenikliwie: ludzie cierpiący na chorobliwy lęk przed porażeniem piorunem przypisują konsekwencjom owego zdarzenia tak dużą wagę, iż trzęsą się ze strachu nawet wówczas, gdy wiedzą, że prawdopodobieństwo porażenia jest nikłe.

Decydujący wpływ na mierzenie ryzyka wywiera ludzka odwaga. Spróbujmy spytać pasażerów samolotu lecącego w czasie burzy, czy każdy z nich odczuwa lęk w jednakowym stopniu. Większość ludzi doskonale wie o tym, że podróżowanie samolotem jest o wiele bardziej bezpieczne od jazdy samochodem, ale zawsze znajdą się

pasażerowie, którzy nie pozwolą obsłudze samolotu na chwilę odpoczynku, podczas gdy inni będą smacznie chrapać w swoich fotelach niezależnie do pogody.
I tak być powinno. Gdyby każdy człowiek przypisywał taką samą wartość każdemu ryzykownemu działaniu, wiele ryzykownych okazji musiałoby zostać zaprzepaszczonych. Ludzie przedsiębiorczy przypisują znaczną użyteczność niewielkiemu prawdopodobieństwu ogromnych zysków, a małą – większemu prawdopodobieństwu straty. Inni przypisują prawdopodobieństwu zysku niewielką użyteczność, ponieważ ich nadrzędnym celem jest zachowanie kapitałów, które już posiadają. Tam, gdzie jeden widzi promyk słońca, inny może dostrzec ciemne chmury. Gdyby nie było ryzykantów, dzieje świata toczyłyby się znacznie wolniej. Pomyślmy, jak wyglądałby świat, gdyby każdy człowiek panicznie bał się piorunów, powietrznych lotów i inwestowania w niedawno utworzone spółki. Na całe szczęście istoty ludzkie nie wykazują jednakowej skłonności do ryzyka.

***

Sformułowawszy swoją podstawową tezę, iż ludzie przypisują ryzyku różne wartości, Bernoulli wyprowadził z niej następnie pewną doniosłą koncepcję: „użyteczność będąca wynikiem jakiegokolwiek niewielkiego wzrostu zamożności będzie odwrotnie proporcjonalna do ilości dóbr uprzednio posiadanych". Opatrzył ją taką uwagą: „Biorąc pod uwagę ludzką naturę, wydaje mi się, że powyższa hipoteza może okazać się słuszna w odniesieniu do wielu ludzi, do których można zastosować takie porównanie".
Hipoteza głosząca, iż użyteczność jest odwrotnie proporcjonalna do ilości dóbr uprzednio posiadanych, jest jednym z najbardziej przełomowych dokonań intelektualnych w dziejach ludzkiej myśli. W tekście, zajmującym niecałą stronę, Bernoulli przekształca metodę obliczania prawdopodobieństwa w metodę uwzględniania okoliczności natury subiektywnej w decyzjach, których wyniki są niepewne. Intelektualna doniosłość formuły Bernoullego polega na konstatacji, że o ile rolą faktów jest wskazywanie tylko jednej odpowiedzi w zakresie wartości oczekiwanej (fakty są takie same dla każdego), o tyle procesy subiektywne będą przynosiły tyle

odpowiedzi, ile istot ludzkich jest uwikłanych w daną sytuację. Bernoulli idzie jednak jeszcze dalej: wskazuje systematyczną metodę ustalania, w jakiej mierze każdy człowiek pragnie posiadać raczej więcej niż mniej dóbr: pragnienie to jest odwrotnie proporcjonalne do ilości dóbr uprzednio posiadanych.
Po raz pierwszy w historii Bernoulli zastosował pomiar do czegoś, czego nie da się zmierzyć. Odegrał rolę swata w zaślubinach intuicji i pomiaru. Cardano, Pascal i Fermat podali metodę obliczania ryzyka w grze w kości, natomiast Bernoulli przedstawia nam postać podejmującego ryzyko – gracza, który podejmuje decyzję, jak dużą sumę powinien postawić i czy powinien stawiać w ogóle. O ile teoria prawdopodobieństwa konstruuje możliwości wyboru, o tyle Bernoulli definiuje motywacje człowieka, który wybiera. Jest to zupełnie nowy obszar badawczy, a zarazem nowa forma refleksji teoretycznej. Bernoulli stworzył w ten sposób intelektualne podstawy wielu późniejszych koncepcji, nie tylko w dziedzinie ekonomii, ale także teoretycznych dociekań nad decyzjami i wyborami, jakie podejmują ludzie w każdej sferze swojego życia.

***

We wspomnianej rozprawie Bernoulli zilustrował swoją teorię przykładami kilku interesujących zastosowań. Najbardziej prowokujące i najsłynniejsze z nich stało się później znane jako paradoks petersburski, który miał zasugerować Danielowi jego „najczcigodniejszy kuzyn, słynny Nicolaus Bernoulli” – opieszały wydawca **Ars Conjectandi**.
Nicolaus proponuje, abyśmy rozważyli pewną grę rozgrywaną przez Piotra i Pawła, w której Piotr rzuca monetą i kontynuuje serię rzutów aż do chwili, gdy wypadnie orzeł. Piotr zapłaci Pawłowi jednego dukata, jeśli orzeł wypadnie w pierwszym rzucie, dwa dukaty, jeśli wypadnie w drugim, cztery, jeśli w trzecim, i tak dalej. Po każdym następnym rzucie ilość dukatów, jaką Piotr musi zapłacić Pawłowi, podwaja się****.
Jak dużą kwotę ktoś trzeci powinien zapłacić Pawłowi – który ma szansę uzbierać pokaźną sumę pieniędzy – za prawo zajęcia jego miejsca w tej grze?

Według Bernoullego źródłem paradoksu jest to, że „Przyjęta metoda obliczania [wartości oczekiwanej] pozwala wprawdzie przypisywać Pawłowi nieograniczone perspektywy zysku, [ale] nikt nie byłby gotów nabyć [tych perspektyw] za stosunkowo wysoką cenę [...] każdy rozsądny człowiek z przyjemnością sprzedałby swoje szanse za dwadzieścia dukatów”*****.
Bernoulli przeprowadza gruntowną matematyczną analizę tego problemu, opartą na założeniu, że wzrost zamożności jest odwrotnie proporcjonalny do pierwotnie posiadanych zasobów. W myśl tego założenia premia, którą mógłby uzyskać Paweł w dwusetnym rzucie, dawałaby tylko minimalny przyrost użyteczności w stosunku do tego, co mógłby uzyskać w setnym rzucie; już przy pięćdziesiątym pierwszym rzucie wygrana Pawła przekraczałaby bowiem 1 000 000 000 000 000 dukatów (całkowite zadłużenie rządu Stanów Zjednoczonych, liczone w dolarach, wyraża się aktualnie cyfrą cztery z dwunastoma zerami).
Niezależnie od tego, czy dotyczy to dolarów czy dukatów, analiza wartości oczekiwanej perspektyw Pawła przez kilka wieków przyciągała uwagę najwybitniejszych matematyków, filozofów i ekonomistów. Historia matematyki Isaaca Todhuntera, opublikowana w Anglii w 1865 roku, zawiera liczne odniesienia do paradoksu petersburskiego i omawia niektóre rozwiązania, jakie zostały w międzyczasie zaproponowane przez matematyków[12]. Rozprawa Bernoullego była dostępna tylko w łacińskim oryginale aż do 1896 roku, kiedy opublikowano przekład na język niemiecki. Jeszcze bardziej subtelne i skomplikowane matematyczne analizy paradoksu petersburskiego pojawiły się po roku 1921, w którym wydany został **A Treatise on Probability** (**Traktat o prawdopodobieństwie**) Johna Maynarda Keynesa zawierający krótkie omówienie tego paradoksu. Ale dopiero w 1954 roku – 216 lat po opublikowaniu oryginału – ukazał się angielski przekład rozprawy Bernoullego.
Paradoks petersburski nie jest jednak tylko akademickim ćwiczeniem z zakresu matematycznych prawideł rzutu monetą. Rozważmy dynamicznie rozwijające się przedsiębiorstwo, przed którym rysują się tak znakomite perspektywy zysków, iż wydają się one rosnąć do

nieskończoności. Gdybyśmy nawet przyjęli absurdalne założenie, że można sporządzić precyzyjną prognozę zysków w nieskończonym okresie – w rzeczywistości mielibyśmy już spore kłopoty ze sformułowaniem trafnej prognozy zysków w następnym kwartale – jaką cenę osiągnęłyby akcje tego przedsiębiorstwa? Nieskończenie wielką******?
Otóż zdarzały się już sytuacje, w których rutynowani profesjonalni inwestorzy dawali się ponieść takim fantastycznym mrzonkom – sytuacje, w których zapominano o prawach prawdopodobieństwa. U schyłku lat sześćdziesiątych i na początku siedemdziesiątych menedżerowie zarządzający portfelami akcji wielkich instytucji ulegli tak wielkiej fascynacji ideą ogólnego wzrostu, a w szczególności wzrostu kursu akcji z tak zwanej grupy Nifty-Fifty (Szykownej Pięćdziesiątki), że gotowi byli zapłacić każdą cenę za przywilej posiadania akcji takich przedsiębiorstw, jak Xerox, Coca-Cola, IBM czy Polaroid. Owi menedżerowie inwestycyjni definiowali ryzyko związane z akcjami spółek z grupy Nifty-Fifty nie jako ryzyko kupna za zbyt wysoką cenę, lecz jako ryzyko ich nieposiadania: perspektywy rozwoju wydawały się tak niezachwianie pewne, że przyszły poziom zysków i dywidend miał we właściwym czasie usprawiedliwić każdą cenę, jaką płacili. Uważali oni, że ryzyko dokonania zakupu za zbyt wysoką cenę jest niewielkie w porównaniu z ryzykiem związanym z kupnem, nawet po niskiej cenie, akcji takich przedsiębiorstw, jak Union Carbide czy General Motors, których przyszłe losy były niepewne ze względu na zależność od cykli koniunkturalnych i konkurencji.
Pogląd ów przybrał formy tak skrajne, że inwestorzy przypisywali w końcu tę samą wartość rynkową małym przedsiębiorstwom, takim jak International Flavors and Fragrances, o obrotach dochodzących zaledwie do 138 milionów dolarów, jak mniej fascynującym firmom, takim jak U.S. Steel, o obrotach rzędu 5 miliardów dolarów. W grudniu 1972 roku cena akcji Polaroida była 96-krotnie wyższa od zysków za rok 1972, McDonald's – 80-krotnie wyższa, a IFF – 73-krotnie wyższa. Poziom kursów akcji wchodzących w skład indeksu S&P przeciętnie 19-krotnie przewyższał wielkość zysków tych spółek. Stopa dywidendy dla akcji należących do grupy Nifty-Fifty stanowiła

przeciętnie mniej niż połowę stopy dywidendy dla akcji 500 spółek uwzględnionych w indeksie S&P.
Praktyka miała oczywiście zweryfikować te mrzonki, a inwestorzy musieli przełknąć gorzką pigułkę. Oszałamiające perspektywy niebotycznych zysków okazały się ostatecznie znacznie skromniejsze od nieskończonych wartości. Do roku 1976 cena akcji IFF spadła o 40 procent, natomiast U.S. Steel wzrosła ponaddwukrotnie. Uwzględniając dywidendy i zmiany cen, indeks S&P obejmujący akcje 500 spółek, przekroczył swoje poprzednie maksimum pod koniec 1976 roku, natomiast akcje z grupy Nifty-Fifty nie osiągnęły poziomu z hossy 1972 roku aż do lipca 1980 roku. Co gorsza, równo ważony portfel akcji z grupy Nifty-Fifty osiągał w latach 1976–1980 słabsze wyniki od pięciuset przedsiębiorstw objętych indeksem S&P.
Czy jest zatem jakieś miejsce dla nieskończoności w świecie inwestycji? Jeremy Siegel, profesor Wharton School of Business w University of Pennsylvania, przeprowadził szczegółowe obliczenia dotyczące kursów akcji spółek z grupy Nifty-Fifty od końca 1970 roku do końca roku 1993. Portfel pięćdziesięciu akcji o równych wagach, nawet w przypadku dokonania zakupu w trakcie hossy z grudnia 1972 roku, przyniósłby do końca 1993 roku dochody niższe o mniej niż 1 punkt procentowy od dochodów z akcji objętych indeksem S&P. Gdyby te same akcje zostały nabyte zaledwie dwa lata wcześniej, w grudniu 1970 roku, ów portfel przyniósłby dochody wyższe o 1 punkt procentowy w skali rocznej od S&P. Ujemna rozpiętość między kosztem nabycia a wartością rynkową z okresu załamania kursów akcji w 1974 roku byłaby również mniejsza.
Dla ludzi naprawdę cierpliwych, którzy czują się najpewniej, posiadając akcje znanych przedsiębiorstw o ustalonej renomie, z których wyrobami mogą się zetknąć w trakcie codziennych zakupów, inwestowanie w akcje spółek z grupy Nifty-Fifty miałoby dużą użyteczność. Taki portfel miałby natomiast mniejszą użyteczność dla niecierpliwego inwestora, który nie gustuje w portfelu złożonym z akcji pięćdziesięciu spółek, spośród których pięć generuje straty na przestrzeni dwudziestu jeden lat, dwadzieścia przynosi mniejsze zyski niż trzymiesięczne bony skarbowe, a tylko jedenaście osiąga lepsze wyniki od akcji pięciuset spółek objętych indeksem S&P.

Jednakże, jak mógłby zapewne powiedzieć Bernoulli w mniej oficjalnych okolicznościach, ty płacisz i ty dokonujesz wyboru.

***

Bernoulli wprowadził również inną nowatorską ideę, w której współcześni ekonomiści dostrzegają siłę napędową rozwoju gospodarczego – kapitał ludzki. Źródłem owej idei była jego definicja bogactwa jako „wszystkiego, co może przyczynić się do właściwego zaspokojenia jakiegokolwiek rodzaju potrzeby [...] Nie ma tedy nikogo, o kim można by powiedzieć, iż w tym sensie niczego nie posiada, o ile tylko nie przymiera głodem".

Jaką postać przyjmuje bogactwo większości ludzi? Bernoulli mówi, że środki materialne i roszczenia finansowe są mniej wartościowe od zdolności produkcyjnej, w tym również od uzdolnień żebraka. Sugeruje, że człowiek, który może uzbierać 10 dukatów rocznie, trudniąc się żebractwem, odrzuci przypuszczalnie propozycję przyjęcia 50 dukatów w zamian za porzucenie swojego zajęcia; po wydaniu owych 50 dukatów nie będzie miał się z czego utrzymać. Musi wszakże istnieć jakaś kwota, którą skłonny byłby przyjąć w zamian za obietnicę, iż już nigdy więcej nie będzie żebrał. Gdyby ową kwotą było, na przykład, sto dukatów, „moglibyśmy powiedzieć, że bogactwo, które posiada [ów żebrak] jest warte sto dukatów". Obecnie upatrujemy w pojęciu kapitału ludzkiego – sumy edukacji, wrodzonych uzdolnień, nabytych umiejętności i doświadczenia, która stanowi źródło przyszłych dochodów – klucza do zrozumienia globalnych procesów gospodarczych. Kapitał ludzki odgrywa dla pracodawcy taką samą rolę jak fabryka i narzędzia pracy dla pracownika. Pomimo ogromnego przyrostu bogactw materialnych, jaki nastąpił od roku 1738, kapitał ludzki pozostaje ciągle najważniejszym źródłem dochodów ogromnej większości ludzi. Z jakiego innego powodu tak wielu żywicieli rodzin wydawałoby swoje ciężko zapracowane pieniądze na ubezpieczenia na życie?

Gry losowe i abstrakcyjne problemy były dla Bernoullego jedynie narzędziami służącymi do sformułowania podstawowej kwestii wiążącej się z ludzkim pragnieniem bogactwa i szans życiowego rozwoju. Bernoulli kładł nacisk raczej na procesy podejmowania decyzji niż zawiłości teorii prawdopodobieństwa. Na wstępie

zapowiadał, iż jego celem jest ustalenie „reguł, które zostaną tu przedłożone, tak aby każdy mógł ocenić, jakie ma szanse na powodzenie w każdym ryzykownym przedsięwzięciu w świetle własnych uwarunkowań finansowych". Z owych słów czerpie wskazówki każdy współczesny doradca finansowy, menedżer przedsiębiorstwa i inwestor. Ryzyko przestaje być czymś, czemu musimy stawić czoła; staje się zbiorem szans, które mogą być przedmiotem naszych decyzji.

Pojęcie użyteczności wprowadzone przez Bernoullego – a także wysunięta przezeń sugestia, iż zadowolenie, jakie przynosi pewien konkretny wzrost zamożności, będzie odwrotnie proporcjonalne do ilości dóbr uprzednio posiadanych – były dostatecznie wyraziste, by wywrzeć trwały wpływ na badania najwybitniejszych myślicieli następnych epok. Użyteczność miała przygotować grunt dla prawa popytu i podaży, zdumiewającego wynalazku ekonomistów epoki wiktoriańskiej, który stał się punktem wyjścia do wyjaśniania zachowań rynku oraz procesu, w wyniku którego sprzedający i kupujący dochodzą do uzgodnienia ceny. Użyteczność była pojęciem tak efektywnym, że w ciągu następnych dwustu lat stała się podstawą dominującego paradygmatu w zakresie wyjaśniania ludzkich decyzji oraz teorii wyboru w dziedzinach bardzo odległych od zagadnień finansowych. Teoria gier – współczesne nowatorskie podejście do procesów podejmowania decyzji w działaniach wojennych, polityce i zarządzaniu przedsiębiorstwem – uczyniła z użyteczności integralną część swojego systemu.

Użyteczność wywarła równie głęboki wpływ na psychologię i filozofię, ponieważ Bernoulli ustanowił wzorzec definiowania ludzkiej racjonalności. Na przykład ludzie, dla których użyteczność bogactwa rośnie w miarę wzrostu zamożności, uważani są przez większość psychologów – i moralistów – za neurotyków. Chciwość nie mieściła się w wizji Bernoullego; nie uwzględniają jej również nowoczesne definicje racjonalności.

Teoria użyteczności wymaga, aby osoba racjonalna była w stanie mierzyć użyteczność w każdych okolicznościach i podejmowała wybory i decyzje według owej miary – wymóg dość surowy, jeśli wziąć pod uwagę niepewność, z jaką mamy do czynienia w wielu

sytuacjach naszego życia. Spełnienie tego warunku jest bardzo trudne nawet wówczas, gdy – zgodnie z założeniem Bernoullego – fakty są takie same dla każdego. W wielu sytuacjach fakty nie są jednak takie same dla każdego. Różni ludzie nie rozporządzają identycznym zasobem informacji; każdy z nas nadaje informacjom charakterystyczne zabarwienie. Nawet najbardziej racjonalni ludzie spierają się czasami o znaczenie faktów.

Jakkolwiek nowoczesne wydają się poglądy Bernoullego, był on w znacznej mierze dzieckiem swoich czasów. Jego pojęcie racjonalności doskonale harmonizowało z intelektualnymi prądami doby oświecenia. Oświecenie było epoką, w której pisarze, artyści, kompozytorzy i filozofowie przyjęli klasyczne idee ładu i formy, i podkreślali, że drogą gromadzenia wiedzy ludzkość może przeniknąć tajemnice życia. W roku 1738, kiedy została opublikowana rozprawa Bernoullego, Alexander Pope był u szczytu pisarskiej sławy. W swych poematach nawiązywał często do wątków klasycznych i ostrzegał, że „Niewiedza jest niebezpieczna"; głosił również, że „Właściwym przedmiotem badań rodzaju ludzkiego jest człowiek". Denis Diderot miał niebawem przystąpić do opracowywania 28-tomowej encyklopedii, a Samuel Johnson zaczął układać pierwszy słownik języka angielskiego. Realistyczne poglądy Woltera na społeczeństwo wywierały dominujący wpływ na kręgi intelektualne. Do roku 1750 Haydn miał zdefiniować klasyczną formę symfonii i sonaty. Oświeceniowa filozofia optymistycznej wiary w ludzkie możliwości znalazła wyraz w Deklaracji Niepodległości, która wpłynęła na kształt konstytucji niedawno utworzonych Stanów Zjednoczonych Ameryki. W skrajnej postaci ideologia wieku oświecenia inspirowała poczynania obywateli Francji, którzy ścięli głowę Ludwikowi XVI i wprowadzili Rozum na ołtarz katedry Notre-Dame.

***

Najbardziej śmiałą, nowatorską koncepcją Bernoullego był pogląd, że każdy człowiek – nawet najbardziej racjonalny – posiada pewien niepowtarzalny zbiór wartości, który decyduje o jego reakcjach. Geniusz Bernoullego polegał jednak na tym, iż dostrzegł on, że nie może poprzestać na tej konstatacji. Kiedy ujął swoją tezę w sposób ścisły, formułując twierdzenie, iż użyteczność jest odwrotnie

proporcjonalna do ilości dóbr uprzednio posiadanych, utorował tym samym drogę do fascynujących odkryć w dziedzinie ludzkiego zachowania oraz procesów podejmowania decyzji i wyborów w obliczu ryzyka.
Według Bernoullego nasze decyzje mają przewidywalną, systematyczną strukturę. Gdyby świat był racjonalny, każdy z nas byłby raczej człowiekiem bogatym niż biednym, ale siłę, z jaką pragniemy się wzbogacić, łagodzi stan zamożności, jaki już zdołaliśmy osiągnąć. Przed wielu laty, pracując jako doradca inwestycyjny, miałem pewnego klienta, który w trakcie naszego pierwszego spotkania pogroził mi palcem i ostrzegł: „Pamiętaj, młody człowieku, nie musisz uczynić mnie bogatym. Ja już jestem bogaty!”.
Logika badawczych ustaleń Bernoullego prowadzi do nowych, płodnych intuicji dotyczących natury podejmowania ryzyka. Jeśli zadowolenie, jakie przynosi każdy kolejny przyrost zamożności, jest mniejsze od zadowolenia, jakie dawały wcześniejsze przyrosty zamożności, to ujemna użyteczność straty będzie zawsze wyższa od dodatniej użyteczności związanej z zyskiem o równej wielkości. Właśnie to chciał mi wówczas powiedzieć mój klient.
Spróbujcie potraktować wasz majątek jako stertę cegieł, której najniższą warstwę tworzą duże cegły, a kolejne warstwy są złożone z coraz mniejszych cegieł. Każda cegła, którą zdejmiesz z wierzchołka sterty, będzie większa od następnej cegły, którą mógłbyś tam dołożyć. Szkody wynikające z utraty cegły są większe od przyjemności, jaką daje zdobycie cegły.
Bernoulli podaje następujący przykład: dwóch ludzi, którzy posiadają po 100 dukatów, postanawia rozegrać pewną rzetelną grę, taką jak rzucanie monetą, w której istnieją 50-procentowe szanse zwycięstwa i porażki, bez procentu dla kasyna czy jakichkolwiek innych potrąceń z puli. Obaj stawiają po 50 dukatów na jeden rzut, co oznacza, że każdy z nich ma równe szanse na to, iż będzie ostatecznie posiadał 150 albo 50 dukatów.
Czy człowiek racjonalny przystąpiłby do takiej gry? Wartość oczekiwana majątku obu partnerów po rozegraniu owej gry ze zbiorem możliwości o jednakowym prawdopodobieństwie wynosi

dokładnie 100 dukatów (150 + 50 podzielone przez 2), to znaczy jest równa sumie, jaką posiada początkowo każdy z graczy. Wartość oczekiwana dla obu graczy jest taka sama jak wówczas, gdyby nie podjęli w ogóle decyzji o rozegraniu owej gry.
Teoria użyteczności Bernoullego ujawnia pewną asymetrię, która wyjaśnia, dlaczego gry dające wszystkim uczestnikom równe szanse zwycięstwa są tak mało atrakcyjną propozycją. 50 dukatów, które utraci przegrywający gracz, posiada większą użyteczność niż 50 dukatów, które trafi do kieszeni zwycięzcy. Podobnie jak w przypadku sterty cegieł strata 50 dukatów przynosi przegrywającemu szkodę większą od przyjemności, jaką uzyskanie 50 dukatów sprawia zwycięzcy*******. W sensie matematycznym gra o sumie zerowej jest grą, w której nie można wygrać, jeżeli rozpatruje się ją z punktu widzenia użyteczności. Optymalną decyzją dla obu graczy jest odmowa udziału w owej grze.
Bernoulli odwołuje się do tego przykładu, aby przestrzec hazardzistów, że nawet w rzetelnej grze poniosą uszczerbek na użyteczności. Według Bernoullego ten przygnębiający wniosek jest

przestrogą natury, aby nie zajmować się nigdy grą w kości [...] każdy, kto stawia jakąś część swej fortuny, choćby niewielką, w grze matematycznie rzetelnej, postępuje irracjonalnie [...] nieroztropność gracza będzie tym większa, im większą część swej fortuny narazi na szwank w grze losowej.
Większość z nas zgodziłaby się z Bernoullim, że z punktu widzenia użyteczności rzetelna gra jest grą, w której nie można wygrać. Wykazujemy bowiem, jak nazywają to psycholodzy i ekonomiści, „tendencję do unikania ryzyka". Wyrażenie to ma precyzyjnie zdefiniowane znaczenie i wynikają z niego pewne doniosłe implikacje.
Wyobraźmy sobie, że stoisz przed wyborem między pewnością otrzymania 25 dolarów a szansą wzięcia udziału w grze, w której masz 50-procentowe prawdopodobieństwo zyskania 50 dolarów i 50-procentowe prawdopodobieństwo nieuzyskania niczego. Wartość oczekiwana owej gry wynosi 25 dolarów – tyle samo, ile możesz

otrzymać na pewno – ale oczekiwania są w tym przypadku obarczone niepewnością. Ludzie wykazujący skłonność do unikania ryzyka będą woleli pewny podarunek niż grę. Ludzie nie wykazują wszakże jednakowej skłonności do unikania ryzyka.
Możecie sprawdzić, w jakim stopniu przejawiacie skłonność do unikania ryzyka, ustalając wasz „ekwiwalent pewności". Jaki poziom musi osiągnąć wartość oczekiwana gry, abyś wolał wybrać grę zamiast podarunku? Czy wystarczy wartość oczekiwana równa 30 dolarów w grze, w której masz 50-procentowe prawdopodobieństwo wygrania 60 dolarów i 50-procentowe prawdopodobieństwo nieuzyskania niczego? W tym wypadku perspektywa uzyskania 30 dolarów w grze jest równoważna pewności otrzymania 25 dolarów. Być może jednak przystąpiłbyś do gry, której wartość oczekiwana wynosi tylko 26 dolarów. Mógłbyś nawet odkryć, że w głębi duszy jesteś poszukiwaczem ryzyka, gotowym przystąpić do gry nawet wówczas, gdy wartość oczekiwana wypłaty jest niższa od pewnego zysku 25 dolarów. Taka sytuacja zachodziłaby na przykład w grze, w której wypłaty nie pozostawałyby w równowadze z wartością daru, i wygrywałbyś na przykład 40 dolarów, gdyby wypadła reszka, i nie wygrywałbyś nic, gdyby wypadł orzeł – wartość oczekiwana takiej gry wynosiłaby tylko 20 dolarów. Większość z nas preferowałaby jednak gry, w których wartość oczekiwana jest większa od 50 dolarów z pierwszego przykładu. Popularność, jaką cieszą się loterie, stanowi interesujący wyjątek od tej reguły, ponieważ państwo zgarnia do swojej kieszeni tak wysokie kwoty, że loterie są na ogół skandalicznie krzywdzące dla graczy.
Wychodzi tutaj na jaw pewna doniosła zasada. Przypuśćmy, że twój makler rekomenduje ci fundusz powierniczy, który inwestuje w zrównoważony pakiet najmniejszych spółek notowanych na giełdzie. Na przestrzeni ostatnich 69 lat 20 procent najmniejszych spółek dostarczało dochody z aprecjacji kapitału i dywidend kształtujące się przeciętnie na poziomie 18 procent w skali rocznej. Jest to spora stopa zwrotu. Jednakże niestabilność tego sektora była również wysoka: dwie trzecie stóp zwrotu wahało się od -23 do +59 procent; ujemne stopy zwrotu w okresach dwunastomiesięcznych występowały niemal regularnie raz na trzy lata i dochodziły

przeciętnie do 20 procent. Perspektywy zysku w każdym konkretnym roku były więc krańcowo niepewne, niezależnie od wysokości przeciętnych stóp zwrotu, jakie przynosiły te akcje w dłuższym okresie.

Rozważmy teraz pewną alternatywę: przypuśćmy, że inny makler rekomenduje pewien fundusz, który kupuje i posiada w swym portfelu akcje 500 spółek objętych wskaźnikiem Standard & Poor Composite Index. Przeciętna roczna stopa zwrotu z tych akcji w ostatnich 69 latach wynosiła około 13 procent, ale dwie trzecie rocznych zysków mieściło się w węższym przedziale od -11 do +36 procent, a ujemne stopy zwrotu dochodziły przeciętnie do 13 procent. Przyjmując założenie, że przyszłość będzie podobna do przeszłości, a zarazem zakładając, że nie możemy czekać 70 lat, aby przekonać się, jakie wyniki udało się nam uzyskać, powinniśmy zadać sobie pytanie, czy wyższa średnia oczekiwanych stóp zwrotu z funduszu inwestującego w akcje małych spółek wystarczająco rekompensuje znacznie większą niestabilność zysków. Który z tych dwóch funduszy powierniczych wolałbyś wybrać?

Daniel Bernoulli nadał nowy kształt scenie, na której rozgrywa się dramat podejmowania decyzji w warunkach ryzyka. Przedstawiony przezeń opis użytku, jaki istoty ludzkie robią z pomiaru i własnej odwagi, podejmując decyzje, których następstwa są niepewne, był dokonaniem imponującym. „Ponieważ wszystkie sformułowane przez nas twierdzenia pozostają w całkowitej zgodności z doświadczeniem – chełpił się w swej rozprawie – nie powinno się bagatelizować ich jako abstrakcji opartych na wątpliwych hipotezach".

Gwałtowny atak, jaki dwieście lat później przypuścili na koncepcję Bernoullego inni badacze, miał ostatecznie wykazać, iż jego twierdzenia nie pozostają bynajmniej w całkowitej zgodności z doświadczeniem, czego powodem było przede wszystkim to, iż wysunięte przezeń hipotezy dotyczące ludzkiej racjonalności były daleko bardziej wątpliwe, niż skłonny był wyobrażać sobie człowiek doby oświecenia. Zanim jednak koncepcja Bernoullego stała się przedmiotem owego ataku, pojęcie użyteczności wydało liczne owoce w filozoficznych sporach wokół racjonalności, które cieszyły się powszechnym zainteresowaniem przez niemal dwieście lat po

opublikowaniu rozprawy Bernoullego. Bernoulli nie mógł zapewne przypuszczać, iż jego pojęcie będzie miało tak długi żywot – co było głównie zasługą późniejszych autorów, którzy odkryli je samodzielnie, nie wiedząc o istnieniu jego pionierskich badań.

**Przypisy**

[1] Daniel Bernoulli, 1738.
[2] Podstawowe informacje o rodzinie Bernoullich pochodzą z książki Newmana, 1988f.
[3] Bell, 1965, s. 131.
[4] Newman, 1988f, s. 759.
[5] Tamże.
[6] Tamże.
[7] Tamże.
[8] Tę opowieść oraz cytaty zaczerpnąłem z pracy David, 1962, s. 133–135.
[9] Stigler, 1993.
[10] Wszystkie cytaty z Bernoullego przytaczam na podstawie jego dzieła z 1738 roku.
[11] Pewien dość rozbudowany, a zarazem klarowny przykład związku oczekiwanej użyteczności i ryzyka można znaleźć w książce Bodiego, Kane'a i Marcusa, 1992, rozdział 7, s. 183–209. Zob. także Kritzman, 1995, rozdział 3, s. 21–32.
[12] Todhunter, 1949. Zob. również Basset, 1987, a także spis prac cytowanych w tej książce.
[13] Siegel, 1994, rozdział 8, s. 95–104.
* Zgodnie z ówczesnym zwyczajem rozprawa została opublikowana po łacinie. Pismo, w którym się ukazała, nosiło łaciński tytuł *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*, T.V.
** Niełatwo jest scharakteryzować Jamesa Newmana, choć jego *The World of Mathematics* jest jednym z podstawowych materiałów źródłowych, z jakich korzystałem w pracach nad tą książką. Po ukończeniu studiów matematycznych i filozoficznych Newman został wziętym prawnikiem i urzędnikiem państwowym. Był członkiem rady

wydawniczej *Scientific American* i zapalonym kolekcjonerem dzieł naukowych o wielkiej historycznej doniosłości. Zmarł w 1966 roku.

*** Jakob, wuj Daniela, który będzie pierwszoplanową postacią w następnym rozdziale tej książki, napisał kiedyś, że „wartość naszych oczekiwań oznacza zawsze coś pośredniego między najlepszą możliwością, na jaką liczymy, a tym, czego się najbardziej obawiamy" (Hacking, 1975, s. 144).

**** Według najbardziej wiarygodnych danych dotyczących wartości dukatów na początku osiemnastego wieku, jakie udało mi się uzyskać dzięki pomocy Richarda Sylli i Leory Klapper, siła nabywcza dukata odpowiadałaby mniej więcej 40 dzisiejszym dolarom. Informacje podane w pracy Williama i Hildy Baumol (Dodatek) potwierdzają w przybliżeniu to oszacowanie. Zob. także McCusker, 1978; a także Warren i Pearson, 1993.

***** Zaproponowane przez Bernoullego rozwiązanie owego paradoksu poddano krytyce ze względu na to, że nie uwzględniał on gry, w której nagrody rosną w szybszym tempie, niż to, które wskazał Nicolaus. O ile jednak w jakimś momencie gracz nie przestaje wykazywać jakiegokolwiek zainteresowania wzrostem zamożności, paradoks musi się ostatecznie pojawić, niezależnie od stosunku, w jakim pozostają kolejne stawki.

****** Teoretyczne rozważania dotyczące tej kwestii można znaleźć w pracy Duranda, 1959, który antycypował wydarzenia opisane w następnych akapitach.

******* Jest to, rzecz jasna, spore uproszczenie. Użyteczność jakiejkolwiek bezwzględnej straty zależy od zamożności człowieka, który ją ponosi. Przyjmuje się tu milczące założenie, że obaj gracze są jednakowo zamożni.

## Rozdział 2

# W poszukiwaniu pewności praktycznej

**Pewnej zimowej nocy w czasie drugiej wojny światowej, w trakcie jednego z licznych niemieckich nalotów na Moskwę, w schronie przeciwlotniczym pojawił się wybitny sowiecki profesor statystyki. Nie widywano go tam nigdy przedtem. „Moskwa ma siedem milionów mieszkańców – mawiał wcześniej ów uczony. – Na jakiej podstawie miałbym oczekiwać, że bomba trafi właśnie we mnie?". Przyjaciele profesora zdumieli się na jego widok i zaczęli dopytywać się, dlaczego zmienił zdanie. „No cóż – wyjaśnił uczony. – W Moskwie jest siedem milionów ludzi i tylko jeden słoń. Zeszłej nocy słoń został trafiony".**
**Owa anegdota jest współczesną wersją wątku chorobliwego lęku przed piorunami analizowanego w Logice z Port-Royal; różni się jednak pod pewnym zasadniczym względem od morału, jaki wypływa z przytoczonego tam przykładu. W tym wypadku chodzi bowiem o jednostkę, która zdaje sobie doskonale sprawę, jakie jest matematyczne prawdopodobieństwo tego, że zostanie trafiona bombą. Przypadek profesora rzuca w istocie światło na dwoistą naturę wszystkiego, co ma jakikolwiek związek z prawdopodobieństwem: w sytuacjach, w których musimy podejmować ryzykowne decyzje, częstość zachodzenia zdarzeń w przeszłości może wchodzić w konflikt ze stopniem pewności naszych przekonań.**
Anegdota o profesorze statystyki ma jednak głębsze znaczenie. Można w niej dostrzec wątki obecne w dociekaniach Graunta, Petty'ego i Halleya. Skoro wyczerpująca wiedza o przyszłości – a nawet o przeszłości – nie jest możliwa, na ile reprezentatywne są

dane, którymi rozporządzamy? Co powinno mieć dla nas większą wagę: siedem milionów ludzi czy jeden słoń? Jak powinniśmy oceniać wartość nowych informacji i w jakim stopniu musimy uwzględniać je w naszych przekonaniach wyrobionych na podstawie wcześniejszych informacji? Czy teoria prawdopodobieństwa jest tylko matematyczną ciekawostką czy ważnym narzędziem prognozowania przyszłości?

Teoria prawdopodobieństwa jest wprawdzie ważnym narzędziem prognozowania przyszłości, ale, jak mówi przysłowie, diabeł tkwi w szczegółach – w jakości informacji stanowiącej podstawę oszacowania prawdopodobieństwa. W niniejszym rozdziale przedstawimy kolejne przełomowe odkrycia osiemnastego wieku, które miały zrewolucjonizować metody posługiwania się informacją oraz możliwości stosowania teorii prawdopodobieństwa do ludzkich decyzji i wyborów w nowoczesnym świecie.

***

Pierwszym człowiekiem, który rozważał związki między prawdopodobieństwem a jakością informacji, był pewien przedstawiciel rodziny Bernoullich, Jakob, który był wujem Daniela i żył w latach 1654–1705. Jakob był jeszcze dzieckiem w czasach, gdy Pascal i Fermat dokonywali swych największych odkryć matematycznych, a gdy umierał, jego bratanek Daniel miał zaledwie pięć lat. Obdarzony niepospolitymi zdolnościami, podobnie jak każdy z Bernoullich, żył współcześnie z Izaakiem Newtonem i odznaczał się w dostatecznej mierze paskudnymi cechami charakteru i pychą Bernoullich, by uważać się za rywala wielkiego angielskiego uczonego.

Już samo postawienie pytań, które sformułował Jakob Bernoulli, abstrahując od zaproponowanych przezeń odpowiedzi, było wielkim osiągnięciem intelektualnym. Jakob pisał, iż podjął się tego zadania po długich rozmyślaniach, które zajęły mu 20 lat; gdy kończył swoje badania, miał już prawie osiemdziesiąt lat i wkrótce potem zmarł (1705).

Nawet w rodzinie Bernoullich Jakob wyróżniał się szczególnie posępnym usposobieniem, zwłaszcza u schyłku życia, pomimo że żył w wesołych, hulaszczych czasach, jakie zapoczątkował powrót na

tron Karola II w 1660 roku*. Jednym z najwybitniejszych ludzi owej epoki był John Arbuthnot, osobisty lekarz królowej Anny, członek Królewskiego Towarzystwa Naukowego i miłośnik matematyki, który z upodobaniem odwoływał się w swych rozważaniach o prawdopodobieństwie do barwnych przykładów, jakimi ilustrował swoje tezy. W jednej ze swoich prac Arbuthnot rozpatrywał prawdopodobieństwo tego, że „dwudziestoletnia kobieta zachowała dziewictwo", a także tego, że „londyński fircyk w tym samym wieku nie zaraził się chorobą weneryczną"[2].

W 1703 roku Jakob Bernoulli postawił po raz pierwszy pytanie, jak wywieść prawdopodobieństwo z wyrywkowych danych. W liście do swojego przyjaciela Leibniza poczynił uwagę, iż wydaje mu się dziwne, że wiemy, jakie są szanse wyrzucenia siedmiu, a nie ośmiu oczek w rzucie dwiema kostkami, nie znamy natomiast prawdopodobieństwa tego, że człowiek dwudziestoletni będzie żył dłużej od człowieka sześćdziesięcioletniego. Czy nie moglibyśmy – pytał Bernoulli – odnaleźć odpowiedzi na to pytanie, badając znaczną liczbę par ludzi w odpowiednim wieku?

Odpowiadając Bernoullemu Leibniz, zajął nieprzychylne stanowisko wobec takiego podejścia. „Przyroda ustanawia prawidłowości, które mają swoje źródło w powtarzalności zdarzeń – pisał – lecz stosują się tylko do większości przypadków. Rodzaj ludzki trapią bowiem coraz to nowe choroby, i niezależnie od tego, ile razy będziemy badać ludzkie zwłoki, nie narzucimy tym samym ograniczeń zjawiskom przyrody, tak aby w przyszłości nie mogły one przyjąć innego kształtu"[3]. Leibniz napisał wprawdzie ów list po łacinie, ale słowa „lecz stosują się tylko do większości przypadków" ujął w języku greckim: ωζ επι το πολυ. Przypuszczalnie chciał w ten sposób położyć szczególny nacisk na swoją tezę, że skończona liczba eksperymentów, które sugerował Bernoulli, byłaby z konieczności zbyt małą próbką, by na jej podstawie można było precyzyjnie określić zamiary natury**.

Odpowiedź Leibniza nie zniechęciła jednak Bernoullego, choć istotnie przyjął on inną metodę rozwiązywania tego problemu. Przestroga, którą Leibniz wyraził greckimi słowami, nie poszła na marne.

Jakob Bernoulli przedstawił wyniki swoich prób ustalania prawdopodobieństwa na podstawie wyrywkowych danych w **Ars Conjectandi**, pracy, którą jego kuzyn Nicolaus miał ostatecznie opublikować w 1713 roku, osiem lat po śmierci Jakoba. Zasadniczym celem, jaki sobie postawił, było wykazanie, że sztuka myślenia – obiektywnej analizy – dobiega kresu, a jej miejsce zajmuje sztuka przypuszczeń. W pewnym sensie sztuka przypuszczeń to procedura oszacowywania całości na podstawie jej części.
Analiza Jakoba wychodzi od spostrzeżenia, iż teoria prawdopodobieństwa osiągnęła takie stadium rozwoju, w którym do sformułowania hipotezy dotyczącej prawdopodobieństwa jakiegoś zdarzenia „wystarczy tylko obliczyć dokładnie liczbę możliwych sytuacji, a następnie ustalić, o ile bardziej prawdopodobne jest to, że pojawi się raczej ta, a nie inna sytuacja". Kłopot polega jednak na tym, że – jak wskazuje Jakob w swoich dalszych wywodach – zastosowania prawdopodobieństwa ograniczają się niemal wyłącznie do gier losowych. W tym stadium wyniki uzyskane przez Pascala miały więc właściwie status intelektualnej ciekawostki.
Według Jakoba było to ograniczenie bardzo poważne, o czym wyraźnie świadczy pewien fragment, w którym można dostrzec ślady niepokojów Leibniza: Czy jakikolwiek śmiertelnik [...] potrafi jednak ustalić liczbę chorób – uwzględniając wszelkie możliwe przypadki – jakie trapią ludzkie ciało [...] i [określić] o ile większe jest prawdopodobieństwo śmierci w następstwie jednej choroby niż innej – w przypadku dżumy i puchliny wodnej [...] albo puchliny wodnej i febry – i sformułować na tej podstawie prognozę dotyczącą stosunku między życiem a śmiercią w przyszłych pokoleniach? [...] Kto mógłby twierdzić, iż zgłębił tak dalece naturę ludzkiego umysłu lub niezwykłą budowę ludzkiego ciała, iż w grach, których wyniki zależą od bystrości umysłu lub fizycznej zręczności graczy, poważyłby się wysunąć prognozę, kiedy ten czy ów z graczy zwycięży bądź poniesie porażkę?
Mówiąc o zastosowaniach praw prawdopodobieństwa, Jakob Bernoulli wprowadza fundamentalne rozróżnienie między abstrakcją a rzeczywistością. Na przykład przerwana partia **balia** Paciolego i hipotetyczny niedokończony finał rozgrywek o Puchar Świata w

baseballu, który analizowaliśmy, omawiając trójkąt Pascala, nie wykazują podobieństwa do sytuacji, z którymi mamy do czynienia w świecie rzeczywistym. W świecie rzeczywistym uczestnicy partii **balia**, czy zawodnicy występujący w finale rozgrywek baseballowych różnią się bowiem „bystrością umysłu i fizyczną zręcznością", cechami, które zostały zignorowane w moich uproszczonych przykładach zastosowania prawdopodobieństwa do prognozowania przyszłych wyników. Trójkąt Pascala może dostarczyć tylko najogólniejszych wskazówek dotyczących ostatecznych wyników takich realnych gier.

Teoria prawdopodobieństwa pozwala określić prawdopodobieństwa występujące w kasynie gry czy loterii – nie trzeba wcale zakręcić kołem ruletki ani policzyć loteryjnych kuponów, by ustalić w przybliżeniu naturę wyniku – ale w realnych sytuacjach życiowych właściwy zasób informacji jest niezbędny. Kłopot polega jednak na tym, że nigdy nie rozporządzamy wszystkimi pożądanymi informacjami. Przyroda ustanawia prawidłowości, lecz stosują się one tylko do większości przypadków. Teoria, która jest abstrakcją oderwaną od przyrodniczej rzeczywistości, ma następującą własność: albo rozporządzamy wszystkimi potrzebnymi informacjami, albo żadne informacje nie są nam potrzebne. Jak mawiał Fischer Black, na którego powoływałem się już we wprowadzeniu, świat widziany z sal wykładowych Massachusetts Institute of Technology wydaje się bardziej uporządkowany od tego, jaki jawi się nam w zgiełku Wall Street.

W naszych rozważaniach o hipotetycznej partii **balia** Paciolego i wyimaginowanym finale rozgrywek baseballowych dotychczasowe osiągnięcia, możliwości fizyczne oraz inteligencja graczy nie miały jakiegokolwiek znaczenia. Nieistotna była nawet natura rozgrywanej gry. Teoria stanowiła bowiem doskonały substytut informacji.

W realnym życiu kibice baseballu, podobnie jak entuzjaści rynku giełdowego, gromadzą zasoby danych statystycznych właśnie dlatego, że potrzebują informacji, aby wyrobić sobie zdanie o możliwościach graczy i zespołów – albo perspektywach krociowych zysków z akcji spółek notowanych na giełdzie. Ale nawet po uwzględnieniu tysięcy faktów dotychczasowe osiągnięcia, jakimi

mogą się poszczycić eksperci, zarówno w sporcie, jak w finansach, dowodzą, że ich oszacowania prawdopodobieństwa ostatecznych wyników nie są wolne od błędów i niepewności.
Trójkąt Pascala i wszelkie rezultaty najwcześniejszych badań nad prawdopodobieństwem dawały odpowiedź tylko na jedno pytanie: jakie jest prawdopodobieństwo takiego-to-a-takiego wyniku? Odpowiedź na to pytanie ma w większości wypadków dość ograniczoną wartość, ponieważ nie pozwala nam uchwycić żadnej ogólnej prawidłowości. Czego właściwie się dowiadujemy, gdy udaje nam się obliczyć, że gracz A ma 60-procentowe szanse zwycięstwa w pewnej konkretnej partii **balia**? Czy prawdopodobieństwo to może powiedzieć nam, iż jest on tak zręcznym graczem, że będzie odnosił zwycięstwa w 60 procent partii, w których jego przeciwnikiem jest gracz B? Zwycięstwo w jednej serii gier nie jest wystarczającym potwierdzeniem tej prognozy. Ile partii muszą rozegrać panowie A i B, zanim nabierzemy pewności, że A jest lepszym graczem? Co wyniki tegorocznych rozgrywek o Puchar Świata mówią nam o prawdopodobieństwie tego, iż zwycięska drużyna będzie najlepsza przez cały czas, a nie tylko w tym konkretnym sezonie? Czy wysoki odsetek przypadków śmierci na raka płuc wśród palaczy mówi nam cokolwiek o szansach przedwczesnej śmierci z powodu palenia papierosów? Czy śmierć słonia wskazuje na celowość schodzenia do przeciwlotniczego schronu?
Sytuacje, z którymi mamy do czynienia w realnym życiu, wymagają jednak często dokonywania pomiaru prawdopodobieństwa właśnie w taki sposób – na podstawie próbki wyprowadzamy wnioski dotyczące całości. Tylko w rzadkich wypadkach życie przypomina gry losowe, w których możemy ustalić prawdopodobieństwo pewnego wyniku, zanim jeszcze to zdarzenie nastąpi – czyli, ujmując to w terminologii Bernoullego, **a priori**. W większości wypadków musimy szacować prawdopodobieństwa na podstawie tego, co się zdarzyło, już po fakcie – **a posteriori**. Samo pojęcie **a posteriori** implikuje ustalenia eksperymentalne i zmienność stopnia pewności naszych przekonań. W Moskwie mieszkało siedem milionów ludzi, ale dopiero po śmierci jedynego moskiewskiego słonia profesor doszedł do wniosku, że nadszedł czas, by zejść do podziemnego schronu.

***

Bernoulli wniósł dwojaki wkład w rozwiązanie kwestii wyprowadzania prawdopodobieństwa z ograniczonych zasobów informacji dostępnych w realnym życiu. Po pierwsze, zdefiniował to zagadnienie właśnie w taki sposób, nim jakikolwiek inny badacz zdołał dostrzec potrzebę sformułowania jego definicji. Po wtóre, zasugerował pewne rozwiązanie wymagające przyjęcia tylko jednej hipotezy. Musimy mianowicie założyć, że „w podobnych warunkach, występowanie (lub niewystępowanie) pewnego zdarzenia w przyszłości będzie odpowiadało tym samym prawidłowościom, które zostały zaobserwowane w przeszłości”[5].

Jest to bardzo mocne założenie. Jakob miał prawo utyskiwać na to, że w realnym życiu występuje bardzo niewiele sytuacji, w których rozporządzamy na tyle wyczerpującym zasobem informacji, iż za pomocą prostych reguł probabilistycznych możemy przewidywać wyniki. Bernoulli przyznaje jednak, że oszacowanie prawdopodobieństwa po fakcie również nie jest możliwe, o ile nie przyjmie się założenia, że przeszłość udziela nam wiarygodnych wskazówek co do przyszłego biegu zdarzeń. Nie muszę chyba szczegółowo objaśniać wszelkich trudności, które wiążą się z taką projekcją.

Przeszłość, czy też wszelkie dane, które poddajemy analizie, jest tylko fragmentem rzeczywistości. Owa cząstkowość odgrywa kluczową rolę wówczas, gdy przechodzimy od danych do uogólnień. Nigdy nie rozporządzamy bowiem wszystkimi informacjami, które są nam potrzebne (lub które jesteśmy w stanie sobie przyswoić), aby uzyskać taką samą pewność, z jaką wiemy ponad wszelką wątpliwość, że kostka ma sześć ścianek o różnej liczbie oczek, albo że europejska tarcza ruletki składa się z 37 przegródek (w ruletce amerykańskiej jest 38 przegródek), a każda z nich jest oznakowana inną liczbą. Rzeczywistość jest ciągiem powiązanych ze sobą zdarzeń, które są wzajemnie zależne, co odróżnia ją wyraźnie od gier losowych, w których wynik każdego pojedynczego rzutu nie wywiera najmniejszego wpływu na wynik następnego rzutu. W grach losowych wszystko zostaje sprowadzone do twardych danych

liczbowych, ale w realnym życiu posługujemy się takimi miarami, jak „trochę", „sporo" czy „nie za dużo, proszę", znacznie częściej niż precyzyjnymi miarami ilościowymi.
Jakob Bernoulli określił również bezwiednie porządek rozważań w pozostałych rozdziałach tej książki. Refleksje dotyczące kontrolowania ryzyka będą się odtąd koncentrowały wokół zastosowań trzech nieodzownych założeń – wyczerpującej informacji, niezależności prób i istotności ocen ilościowych. Trafność tych tez odgrywa decydującą rolę przy ustalaniu, na ile skutecznie możemy wykorzystać pomiar i informację do prognozowania przyszłości. W istocie założenia Jakoba Bernoullego ukształtowały nawet naszą percepcję przeszłości jako takiej: czy po fakcie potrafimy wyjaśnić, co się zdarzyło, czy też musimy złożyć określone zdarzenie na karb czystego przypadku (co jest jedynie innym sposobem powiedzenia, iż nie jesteśmy w stanie wyjaśnić, co się wydarzyło)?

***

Pomimo wszelkich zastrzeżeń wymogi praktyki każą przyjąć nam, czasem wyraźnie, ale najczęściej milcząco, założenie, iż warunki konieczne Jakoba Bernoullego są spełnione nawet wówczas, gdy wiemy, że rzeczywistość odbiega od owego idealnego stanu. Nasze odpowiedzi mogą być niedokładne, ale metodologia sformułowana przez Bernoullego i innych matematyków, o których jest mowa w tym rozdziale, daje nam do ręki zestaw potężnych narzędzi wyprowadzania prawdopodobieństwa przyszłych wyników na podstawie ograniczonych danych, których dostarcza przeszłość. Sformułowane przez Jakoba Bernoullego twierdzenie dotyczące obliczania prawdopodobieństwa **a posteriori** znane jest pod nazwą prawa wielkich liczb. Wbrew rozpowszechnionym mniemaniom prawo to nie dostarcza metody sprawdzania prawomocności zaobserwowanych faktów, które stanowią tylko niedoskonałą reprezentację całej rzeczywistości. Nie głosi ono także, że wraz ze wzrostem liczby obserwacji rośnie prawdopodobieństwo, że to, co zostało zaobserwowane, odpowiada temu, co chcieliśmy otrzymać. Prawo wielkich liczb nie jest również instrumentem służącym do podnoszenia jakości sprawdzianów empirycznych: Jakob wziął sobie

do serca radę Leibniza i zrezygnował ze swojego pierwotnego pomysłu poszukiwania pewnych odpowiedzi na drodze sprawdzianów empirycznych.
Jakob szukał innego rodzaju prawdopodobieństwa. Przypuśćmy, że wykonujesz długą serię rzutów monetą. Prawo wielkich liczb nie mówi nam, że przeciętna liczba wystąpień każdego wyniku będzie zbliżała się do 50 procent w miarę wzrostu liczby rzutów; może nam to powiedzieć już elementarna matematyka, co uwalnia nas od żmudnego wykonywania kolejnych rzutów. Ściśle rzecz biorąc, prawo to głosi, że wraz ze wzrostem liczby rzutów rośnie prawdopodobieństwo, że różnica między stosunkiem orłów do całkowitej liczby rzutów a 50 procent będzie się mieściła w pewnym określonym przedziale. Istotne jest tutaj słowo „różnica". Nie dąży się tu do ustalenia rzeczywistej wartości średniej, równej 50 procent, lecz prawdopodobieństwa tego, że rozbieżność między zaobserwowaną i rzeczywistą wartością średnią będzie mniejsza, na przykład, od 2 procent – innymi słowy, wraz ze wzrostem liczby rzutów rośnie również prawdopodobieństwo, że zaobserwowana średnia mieścić się będzie w przedziale ±2 procent wartości średniej rzeczywistej.
Nie znaczy to jednak, że nieskończona liczba rzutów eliminuje błąd; Jakob niedwuznacznie wyklucza taką możliwość. Nie oznacza to również, że błędy z konieczności stają się w tym wypadku tak niewielkie, że możemy je zlekceważyć. Prawo to mówi nam jedynie, że średnia z dużej liczby rzutów będzie z większym prawdopodobieństwem różniła się od rzeczywistej średniej o wielkość zawartą w pewnym przedziale niż średnia z małej liczby rzutów. Istnieje jednak zawsze możliwość, że różnica między zaobserwowanymi wynikami a średnią rzeczywistą przekroczy ustaloną granicę. Dane dotyczące siedmiu milionów mieszkańców Moskwy były najwyraźniej niewystarczające, by przekonać profesora statystyki.
Prawo wielkich liczb nie jest tym samym, co prawo średnich. Matematyka mówi nam, że prawdopodobieństwo wyrzucenia orła w pojedynczym rzucie monetą wynosi 50 procent – ale wynik każdego rzutu nie jest zależny od wyników pozostałych rzutów. Żadnego

wpływu na wynik aktualnego rzutu nie mają rzuty poprzednie; ów wynik nie ma z kolei żadnego wpływu na wyniki następnych rzutów. A zatem prawo wielkich liczb nie może zagwarantować nam, że prawdopodobieństwo wyrzucenia orła będzie przekraczało 50 procent w przypadku któregokolwiek pojedynczego rzutu, nawet jeśli przypadek sprawił, iż w pierwszych stu, a nawet milionie rzutów wypadło tylko 40 procent orłów. Prawo wielkich liczb nie daje nam pewności, że los uśmiechnie się do nas po dłuższym okresie niepomyślnych wyników.

Aby zilustrować prawo wielkich liczb, Jakob Bernoulli rozpatruje hipotetyczną urnę, w której znajduje się 3000 białych i 2000 czarnych kul – ulubiony rekwizyt uczonych zajmujących się teorią prawdopodobieństwa i autorów zawiłych zagadek matematycznych. Przyjmuje założenie, iż nie wiemy, ile kul każdego koloru jest umieszczonych w urnie. Wyjmujemy z urny coraz więcej kul, skrupulatnie odnotowując barwę każdej z nich przed ponownym wrzuceniem jej do urny. Jeżeli wyciąganie coraz większej liczby kul może nam dać ostatecznie „praktyczną pewność" – to znaczy pewność z uwagi na praktyczne cele, a nie pewność absolutną – że ów stosunek wynosi 3:2, to, w myśl wniosku, jaki formułuje Jakob Bernoulli, „możemy **a posteriori** ustalać liczbę określonych przypadków niemal z równą dokładnością, jak wówczas, gdyby była nam ona dana **a priori**"[6]. Obliczenia Bernoullego wskazują, że 25 500 ciągnięć z urny wystarczałoby do wykazania z prawdopodobieństwem wyższym niż 1000/1001, że ów wynik będzie się mieścił w przedziale ±2 procent od rzeczywistej proporcji kul w urnie, 3:2. Taką oto praktyczną pewność możemy uzyskać.

Jakob Bernoulli nie bez kozery posługuje się wyrażeniem „pewność praktyczna". Wyprowadza je ze swojej definicji prawdopodobieństwa, którą zaczerpnął z wcześniejszej pracy Leibniza.

„Prawdopodobieństwo – stwierdza Bernoulli – to stopień pewności, i różni się ono od absolutnej pewności, tak samo jak część różni się do całości"[7].

W swoich rozważaniach o znaczeniu pojęcia pewności Bernoulli wychodzi jednak poza konstatacje Leibniza. Jego uwagę przyciągają

indywidualne oceny prawdopodobieństwa, a warunek praktycznej pewności jest spełniony wówczas, gdy udaje się nam uzyskać niemal całkowitą pewność. Wprowadzając to pojęcie, Leibniz zdefiniował je jako „nieskończenie wielkie prawdopodobieństwo". Jakob Bernoulli jest przekonany, że prawdopodobieństwo rzędu 1000/1001 byłoby wystarczające, ale jest skłonny do elastyczności: „Byłoby wielce pożyteczne, gdyby autorytety prawne ustanowiły stałą granicę praktycznej pewności"[8].

***

Jakob triumfował. Możemy teraz formułować prognozy – stwierdzał – dotyczące wszelkich niepewnych wielkości liczbowych, które będą równie naukowe jak przewidywania formułowane w grach losowych. Udało mu się sprowadzić prawdopodobieństwo ze świata teorii do świata rzeczywistości: Jeśli zamiast urny będziemy rozpatrywać warunki atmosferyczne albo ludzkie ciała, które kryją w sobie wiele rozmaitych procesów lub chorób, podobnie jak urna kryje w sobie kule, to również w tym wypadku będziemy mogli na drodze obserwacji ustalić, o ile większa jest częstość występowania jednego zdarzenia aniżeli innego[9].

Wydaje się jednak, że urna wypełniona kulami nastręcza Jakobowi pewnych trudności. Z jego obliczeń wynika bowiem, że uzyskanie praktycznej pewności wymaga aż 25 500 prób i liczba ta musiała się mu niewątpliwie wydać zbyt wysoka; cała ludność jego rodzinnej Bazylei to było w owych czasach mniej niż 25 500 osób. Musimy poprzestać na przypuszczeniu, że Bernoulli nie wiedział, co dalej począć, ponieważ jego książka urywa się właśnie w tym miejscu. Wypowiada jeszcze na koniec melancholijną uwagę, iż w realnym życiu trudno wskazać sytuacje, w których wszystkie obserwacje spełniają wymóg wzajemnej niezależności: Gdyby tedy wszystkie zdarzenia zachodzące przez całą wieczność można było powtórzyć, odkrylibyśmy, iż wszystko w świecie zachodzi z określonej przyczyny i wedle określonych prawideł, i pośród na pozór najbardziej przypadkowych rzeczy zmuszeni bylibyśmy założyć pewną konieczność, czy też, by tak rzec, FATUM[10].

Niemniej urna z kulami Jakoba Bernoullego zasługuje na wiekopomną sławę. Owe kule stały się bowiem pomocniczym narzędziem pierwszej próby pomiaru niepewności – a w gruncie rzeczy jej zdefiniowania – i wyznaczenia prawdopodobieństwa tego, że pewna empirycznie ustalona liczba jest przybliżeniem rzeczywistej wartości nawet wówczas, gdy owa rzeczywista wartość pozostaje nieznana.

***

Jakob Bernoulli zmarł w 1705 roku. Jego kuzyn Nicolaus – Nicolaus Opieszały – kontynuował badania swego wuja Jakoba nad wyprowadzaniem prawdopodobieństwa przyszłych zdarzeń z zasobu znanych obserwacji, nawet wówczas gdy mozolnie posuwał naprzód prace nad ukończeniem **Ars Conjectandi**. Nicolaus ogłosił wyniki swoich badań w 1713 roku, równocześnie z wydaniem książki Jakoba.

Jakob wychodził w swoich badaniach od prawdopodobieństwa tego, że rozbieżność między wartością zaobserwowaną a wartością rzeczywistą będzie się mieściła w pewnym określonym przedziale; następnie starał się określić liczbę obserwacji nieodzownych do tego, by prawdopodobieństwo osiągnęło tę granicę. Nicolaus próbował odwrócić to ujęcie prawdopodobieństwa. Przyjmując jako daną liczbę obserwacji, obliczał następnie prawdopodobieństwo, że ich wyniki będą się mieściły w pewnym określonym przedziale. Posługiwał się przykładem, który opierał się na założeniu, że stosunek urodzeń chłopców i dziewcząt wynosi 18:17. Gdy całkowita liczba urodzeń wynosi na przykład 14 000, oczekiwana liczba urodzeń chłopców odpowiadałaby 7200. Nicolaus obliczył następnie, iż istnieją szanse 43,58 do 1, iż faktyczna liczba urodzeń chłopców zmieści się w przedziale od 7200-163 do 7200+163, czyli w przedziale od 7037 do 7363.

W 1718 roku Nicolaus zaprosił do współpracy w swoich badaniach francuskiego matematyka Abrahama de Moivre, ale ten odrzucił jego propozycję: „Żałuję, iż nie jestem w stanie zająć się zastosowaniami doktryny szans do zagadnień ekonomicznych i politycznych [ale] chętnie rezygnuję z mego udziału w tym przedsięwzięciu wiedząc, iż

znajduje się ono w godniejszych rękach”[11]. Odpowiedź de Moivre’a wskazuje jednak, iż w ciągu zaledwie kilku lat poczyniono ogromne postępy w dziedzinie zastosowań prawdopodobieństwa i prognozowania.

De Moivre urodził się w 1667 roku – trzynaście lat później niż Jakob Bernoulli – w rodzinie protestanckiej zamieszkałej we Francji, w której narastała atmosfera wrogości wobec wyznawców wszystkich niekatolickich religii[12]. W 1685 roku, kiedy de Moivre miał 18 lat, król Ludwik XIV odwołał edykt nantejski, który został wydany przez wywodzącego się z kręgów protestanckich króla Henryka IV, aby zagwarantować protestantom, określanym mianem hugenotów, równe prawa polityczne z katolikami. Po zniesieniu edyktu nantejskiego zabroniono praktykowania religii protestanckiej, dzieci miały być wychowywane na katolików, a emigracja została zakazana. De Moivre był więziony przez dwa lata z powodu swoich przekonań religijnych. Znienawidziwszy Francję i wszystko, co wiąże się z tym krajem, zdołał zbiec w 1688 roku do Anglii, gdzie Wspaniała Rewolucja usunęła właśnie z życia publicznego ostatnie pozostałości katolicyzmu. Nie powrócił już nigdy do ojczystego kraju.

W Anglii de Moivre wiódł przygnębiający, frustrujący żywot. Pomimo wielu starań nie udało mu się nigdy otrzymać odpowiedniej posady akademickiej. Utrzymywał się z udzielania lekcji matematyki i pracy konsultanta, u którego hazardziści i agenci ubezpieczeniowi zasięgali porad dotyczących zastosowań teorii prawdopodobieństwa. Otworzył w tym celu nieformalne biuro w Kawiarni Rzeźników na St. Martin’s Lane, w którym spędzał większość popołudni po wypełnieniu swych korepetytorskich obowiązków. Wprawdzie przyjaźnił się z Izaakiem Newtonem i mając zaledwie trzydzieści lat został powołany do Królewskiego Towarzystwa Naukowego, ale pozostał do końca życia człowiekiem zgorzkniałym, zamkniętym w sobie i stroniącym od towarzystwa. Zmarł w 1754 roku jako ociemniały, wynędzniały 87-letni starzec.

W 1725 roku de Moivre opublikował dzieło zatytułowane **Annuities upon Lives**, które zawierało analizy sporządzonych przez Halleya tabel długości życia i śmiertelności mieszkańców Wrocławia.

Wprawdzie było ono poświęcone głównie problematyce matematycznej, ale wskazywało również doniosłe zagadnienia wiążące się z zagadkami, które próbowali rozwiązać uczeni z rodu Bernoullich i które miały stać się później przedmiotem gruntownych badań de Moivre'a.
Historyk statystyki Stephen Stigler przedstawia interesujący przykład możliwości, jakie otwierały badania de Moivre'a nad problematyką rent. Z tabeli Halleya można było się dowiedzieć, że z 346 osób w wieku pięćdziesięciu lat żyjących we Wrocławiu tylko 142, to znaczy 41 procent, dożyje siedemdziesięciu lat. Była to jednak bardzo mała próbka. W jakim stopniu możemy posłużyć się tym wynikiem, próbując formułować ogólne wnioski dotyczące przeciętnych rokowań dotyczących czasu przeżycia człowieka pięćdziesięcioletniego? De Moivre nie mógł ustalić za pomocą tych liczb, z jakim prawdopodobieństwem szanse na to, iż człowiek pięćdziesięcioletni nie dożyje siedemdziesiątego roku życia, będą mniejsze od 50 procent, potrafił jednak udzielić odpowiedzi na następujące pytanie: „Gdyby rzeczywisty stosunek szans był równy 1/2, jakie jest prawdopodobieństwo, że wystąpi proporcja mniejsza lub równa 142/346?".
Pierwszym przedsięwzięciem de Moivre'a z zakresu teorii prawdopodobieństwa było rozprawa pod tytułem **De Mensura Sortis** (w dosłownym przekładzie **O pomiarze losu**). Praca ta została opublikowana w 1711 roku w jednym z numerów **Philosophical Transactions**, pisma wydawanego przez Królewskie Towarzystwo Naukowe. W 1718 roku de Moivre opublikował znacznie poszerzoną angielską wersję owej pracy pod tytułem **The Doctrine of Chances**, którą zadedykował swojemu bliskiemu przyjacielowi Izaakowi Newtonowi. Książka przyniosła mu wielki sukces i doczekała się dwóch następnych wydań: w latach 1738 i 1756. Wywarła ogromne wrażenie na Newtonie, który miał powiedzieć przy pewnej okazji swoim studentom: „Zwróćcie się z tym do pana de Moivre'a; zna się na tych sprawach znacznie lepiej ode mnie". De Mensura Sortis jest przypuszczalnie pierwszą pracą, w której wyraźnie definiuje się ryzyko jako szansę poniesienia straty: „Ryzyko utraty jakiejkolwiek kwoty jest odwrotnością oczekiwania, a jego

prawdziwą miarą jest iloczyn owej narażonej na niebezpieczeństwo sumy i prawdopodobieństwa straty".
W 1730 roku de Moivre zajął się w końcu projektem Bernoullego wiążącym się z ustalaniem, w jakim stopniu pewna próbka faktów jest reprezentatywna dla populacji, z której zostaje pobrana. Ostateczne rozwiązanie tego problemu ogłosił w 1733 roku, włączając je następnie do drugiego i trzeciego wydania The Doctrine of Chances. De Moivre przyznaje na wstępie, że Jakob i Nicolaus Bernoulli „wykazali wielki kunszt [...] Nie zostały jednak spełnione pewne inne wymogi". W szczególności podejście obrane przez Bernoullich „okazało się tak pracochłonne i tak kłopotliwe, że niewielu ludzi gotowych było podjąć się takiego zadania". Poważnym utrudnieniem była niewątpliwe konieczność przeprowadzania 25 500 prób. Nawet gdyby, zgodnie z sugestią Jamesa Newmana, Jakob Bernoulli gotów był zadowolić się „praktyczną pewnością" równego zakładu – prawdopodobieństwem 50/100 – iż otrzymany wynik będzie się mieścił w przedziale ±2 procent od rzeczywistego stosunku 3:2, wymagałoby to aż 8400 ciągnięć z urny. Wybrany przez Jakoba poziom prawdopodobieństwa (1000/1001) wydaje się dość osobliwy w świetle współczesnych standardów; większość statystyków przyjmuje bowiem, że prawdopodobieństwo błędu 1/20 jest dostateczną gwarancją, że otrzymane wyniki są istotne (w taki sposób mówi się w dzisiejszym żargonie o praktycznej pewności), a nie są jedynie kwestią przypadku.
Rezultaty uzyskane przez de Moivre'a w badaniach zmierzających do rozwiązania tych problemów zaliczają się do największych dokonań matematycznych. Odwołując się do metod obliczeniowych i struktury leżącej u podłoża trójkąta Pascala, znanej jako dwumian Newtona, de Moivre wykazał, w jaki sposób zbiór wyników losowych prób, takich jak ciągnięcia z urny Bernoullego, będzie rozkładał się wokół ich przeciętnej wartości. Załóżmy, na przykład, iż wyciągamy kolejno sto kul z urny Bernoullego, wrzucając za każdym razem wyciągniętą kulę z powrotem do urny, i odnotowujemy proporcję kul białych i czarnych.

Załóżmy też, że powtarzamy ten eksperyment kilka razy. De Moivre mógłby z góry powiedzieć nam w pewnym przybliżeniu, jak wiele z odnotowanych proporcji będzie zbliżać się do przeciętnej proporcji całkowitej liczby ciągnięć i jak owe poszczególne proporcje będą się rozkładać wokół owej ostatecznej proporcji.
Rozkład de Moivre'a znany jest dzisiaj pod nazwą krzywej rozkładu normalnego, albo krzywej dzwonowej, ze względu na to, iż przypomina swym kształtem dzwon. Gdy przedstawimy ów rozkład w postaci krzywej, widzimy, że największa liczba obserwacji skupia się w środku, wokół wartości przeciętnej, czyli średniej, wszystkich wyników obserwacji. Następnie krzywa opada symetrycznie w dół, z jednakową liczbą obserwacji po obu stronach średniej, przy czym początkowo opada dość gwałtownie, a następnie po obu stronach ulega wypłaszczeniu. Innymi słowy, obserwacje odległe od średniej są rzadsze od obserwacji zbliżonych do średniej.
Kształt krzywej de Moivre'a pozwalał mu obliczać pewną statystyczną miarę rozproszenia wokół średniej. Owa miara, znana dzisiaj pod nazwą odchylenia standardowego, odgrywa decydującą rolę przy ocenianiu, czy pewien zbiór obserwacji zawiera wystarczająco reprezentatywną próbkę całej populacji, której część stanowią owe obserwacje. W przypadku rozkładu normalnego mniej więcej 68 procent obserwacji mieści się w przedziale jednego odchylenia standardowego od średniej wszystkich obserwacji, a 95 procent obserwacji mieści się w przedziale dwóch odchyleń standardowych od średniej.
Odchylenie standardowe może powiedzieć nam, czy mamy do czynienia z przypadkiem: nogi w piekarniku, głowa w lodówce, gdzie przeciętny stan owego nieszczęśnika nie informuje nas w najmniejszym stopniu o jego rzeczywistym samopoczuciu. Większość zarejestrowanych wyników będzie bowiem odbiegała wyraźnie od przeciętnej, która miałaby informować nas o jego samopoczuciu, gdyby znajdował się w owym pośrednim stanie. Odchylenie standardowe może również upewnić nas, że 25 500 ciągnięć z urny Bernoullego pozwalałoby niezmiernie dokładnie oszacować proporcję czarnych i białych kul w urnie, ponieważ stosunkowo niewiele obserwacji odbiegałoby wyraźnie od średniej.

De Moivre był urzeczony uporządkowaniem, które wyłania się wraz ze wzrostem liczby przypadkowych niezależnych obserwacji; gotów był przypisywać to uporządkowanie zamysłom Wszechmogącego. Kryje ono w sobie obietnicę, że w sprzyjających okolicznościach pomiar pozwoli nam istotnie zapanować nad niepewnością i poskromić ryzyko. Podsumowując wyniki swoich badań, de Moivre posłużył się kursywą, aby podkreślić wagę tego, co ma do powiedzenia: *„Wprawdzie Przypadek jest źródłem licznych Nieregularnaści, istnieją jednak nieskończenie wielkie szanse na to, że w miarę upływu czasu owe Nieregularności okażą się niewspółmierne do powtarzalnych przejawów owego Porządku, który jest naturalnym następstwem PIERWOTNEGO PROJEKTU”* [13].

***

De Moivre dał zatem matematyce narzędzie, które umożliwiało szacowanie prawdopodobieństwa, iż określona liczba obserwacji mieści się w pewnym określonym przedziale odległości od jakiegoś rzeczywistego stosunku. Narzędzie to znajduje wiele zastosowań praktycznych.

Na przykład, każdy producent niepokoi się wadliwymi wyrobami, które schodzą z linii produkcyjnej i trafiają w ręce klientów. W większości przypadków uzyskanie stuprocentowej perfekcji jest praktycznie niemożliwe – jak dobrze wiemy, świat wydaje się notorycznie zadawać kłam naszemu perfekcjonizmowi. Przypuśćmy, że dyrektor fabryki szpilek próbuje ograniczyć liczbę wadliwych wyrobów do 10 na 100 000 wyprodukowanych szpilek, to znaczy 0,01 procent całkowitej produkcji[14]. Aby ustalić, jaki jest stan faktyczny, pobiera losową próbkę 100 000 szpilek, które schodzą z linii produkcyjnej, i znajduje 12 szpilek bez łebków – o dwie więcej od przeciętnej liczby wadliwych wyrobów, którą ma zamiar osiągnąć. Jak istotna jest owa różnica? Jakie jest prawdopodobieństwo znalezienia 12 uszkodzonych szpilek w stutysięcznej próbce, gdyby fabryka wytwarzała przeciętnie 10 wadliwych egzemplarzy na każde 100 000 wyprodukowanych szpilek? Rozkład normalny i odchylenie standardowe de Moivre’a pozwalają nam udzielić odpowiedzi na to pytanie.

Na ogół nie chcemy jednak poznać odpowiedzi na tego rodzaju pytania. Z reguły nie możemy bowiem z góry wiedzieć, ile egzemplarzy wadliwych wyrobów będzie przeciętnie produkowała fabryka. Pomimo dobrych intencji rzeczywista proporcja wadliwych wyrobów może się okazać przeciętnie wyższa od 10 na 100 000. Co właściwie stutysięczna próbka szpilek mówi nam o prawdopodobieństwie tego, że proporcja egzemplarzy wadliwych przekroczy 0,01 procent całej produkcji? Czy dużo więcej moglibyśmy się dowiedzieć na podstawie próbki dwustutysięcznej? Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że proporcja egzemplarzy wadliwych będzie się mieściła w przedziale od 0,009 procent do 0,011 procent? A w przedziale od 0,007 procent do 0,013 procent? Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że szpilka, którą przypadkiem wyciągnę, nie będzie miała łebka?

Według tego scenariusza rozporządzamy danymi – 10 szpilek, 12 szpilek, 1 szpilka – staramy się natomiast ustalić prawdopodobieństwo. Sformułowane w taki sposób pytania stanowią dziedzinę tego, co określa się mianem prawdopodobieństwa odwrotnego (inrerse probability): w przypadku gdy w próbce 100 000 szpilek występuje 12 egzemplarzy wadliwych, jakie jest prawdopodobieństwo tego, że przeciętny stosunek uszkodzonych wyrobów do całości produkcji wynosi w rzeczywistości 0,01 procent?

***

Jedną z najskuteczniejszych metod rozwiązywania takich problemów zaproponował pastor Thomas Bayes, który urodził się w 1711 roku w hrabstwie Kent[15]. Bayes był nonkonformistą: odrzucał większość obrzędów, jakie kościół anglikański zachował z liturgii kościoła katolickiego po zerwaniu związków między obiema wspólnotami za czasów Henryka VIII.

O życiu Bayesa wiemy niewiele, mimo że powołano go w poczet członków Królewskiego Towarzystwa Naukowego. Autor jednego z podręczników statystyki, napisanego beznamiętnym, obiektywnym językiem, nie waha się określić Bayesa jako postać „zagadkową”[16]. Za życia nie opublikował żadnej pracy matematycznej i pozostawił po

sobie tylko dwie rozprawy, które zostały wydane po jego śmierci, ale w chwili publikacji nie zyskały sobie większego rozgłosu.
Jedna z owych rozpraw, **An Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances**, była wyjątkowo oryginalną pracą badawczą, która zapewniła Bayesowi wiekopomną sławę wśród statystyków, ekonomistów i uczonych zajmujących się innymi gałęziami nauk społecznych. Rozprawa Bayesa położyła podwaliny pod nowoczesne metody wnioskowania statystycznego, niezmiernie doniosły obszar badawczy, którego pierwsze ślady znajdujemy w rozważaniach Jakoba Bernoullego.
Bayes zmarł w 1761 roku. W swym testamencie, sporządzonym rok wcześniej, zapisywał szkic owego eseju oraz sto funtów szterlingów „Richardowi Price'owi, który, jak mniemam, jest obecnie kaznodzieją w Newington Green"[17]. Wydaje się dość dziwne, iż Bayes nie miał dokładnych informacji o miejscu pobytu Richarda Price'a; ten ostatni był bowiem kimś więcej niż kaznodzieją w prowincjonalnym miasteczku w hrabstwie Kent.
Richard Price był człowiekiem surowych zasad moralnych i żarliwej wiary w ludzką wolność w ogóle, a zwłaszcza wolność przekonań religijnych. Wierzył, że wolność pochodzi od Boga, a tym samym jest nieodzownym warunkiem moralnego postępowania; głosił, iż lepiej jest być człowiekiem wolnym i grzesznym aniżeli niewolnikiem posłusznym jakiemukolwiek panu. W latach osiemdziesiątych osiemnastego wieku napisał książkę o rewolucji amerykańskiej, dając jej tytuł, który wydaje się nie mieć końca: **Observations on the Importance of the American Revolution and the Means of Making it a Benefit to the World**. Dał w niej wyraz przekonaniu, że wybuch owej rewolucji był zrządzeniem opatrzności. Narażając się na pewne szykany ze strony władz, odwiedzał amerykańskich jeńców wojennych, którzy zostali przewiezieni do obozów jenieckich w Anglii. Pozostawał w przyjaźni z Benjaminem Franklinem; zawarł również bliską znajomość z Adamem Smithem. Price i Franklin byli czytelnikami i krytykami początkowych wersji rozdziałów **Bogactwa narodów** (**The Wealth of Nations**), w czasie gdy Smith pracował nad owym dziełem.

Jedna z postaci wolności niepokoiła jednak Price'a: wolność pożyczania pieniędzy. Był głęboko poruszony gwałtownym wzrostem długu publicznego, który osiągnął gigantyczne rozmiary w czasie wojen z Francją i w latach wojny z północnoamerykańskimi koloniami. Utyskiwał, iż owa pożyczka jest „lokatą kapitałów na całą wieczność", i nazywał ją wielkim narodowym nieszczęściem[18].
Price był jednak nie tylko duchownym i żarliwym obrońcą ludzkich swobód. Był również matematykiem, który w badaniach nad prawdopodobieństwem uzyskał na tyle znaczące wyniki, że przyjęto go w poczet członków Królewskiego Towarzystwa Naukowego.
W 1765 roku trzech pracowników pewnej firmy ubezpieczeniowej noszącej nazwę Sprawiedliwe Towarzystwo zwróciło się do Price'a o pomoc w opracowaniu tabel śmiertelności, które miały być podstawą wyliczania składek na ubezpieczenia na życie i dożywotnie renty. Po przestudiowaniu rozpraw Halleya i de Moivre'a, a także prac innych badaczy, Price opublikował w **Philosophical Transactions** dwa artykuły poświęcone tej problematyce. Biograf Price'a, Carl Cone, podaje, że Price miał podobno posiwieć pewnej nocy z powodu intensywnego skupienia w pracy nad drugim z tych artykułów.
Price zaczął swoje badania od przestudiowania rejestrów przechowywanych w Londynie, ale rokowania dotyczące przeciętnej długości życia oparte na tych rejestrach okazały się znacznie słabsze od aktualnych wskaźników umieralności[19]. Sięgnął wówczas do archiwów hrabstwa Northampton, w którym rejestry przechowywano z większą pieczołowitością niż w Londynie. Wyniki swoich badań opublikował w 1771 roku w książce **Observations on Reversionary Payments**, która aż do dziewiętnastego wieku uważana była za Biblię w tej dziedzinie. Dzięki owemu dziełu zapewnił sobie sławę twórcy matematyki ubezpieczeniowej – złożonych operacji na prawdopodobieństwach, które we wszystkich współczesnych towarzystwach ubezpieczeniowych są podstawą obliczania wysokości składek.
Książka Price'a nie była jednak wolna od poważnych, kosztownych błędów, których przyczyną były po części braki w zasobach danych nieuwzględniających sporej liczby niezarejestrowanych urodzeń.

Ponadto Price zawyżył wskaźnik śmiertelności w przypadku ludzi młodych, zaniżając go jednocześnie dla starszych grup wiekowych, a jego szacunki dotyczące migracji ludności w hrabstwie Northampton były obarczone poważnymi błędami. Co zaś najistotniejsze, Price błędnie oszacował przeciętną długość życia, co miało taki skutek, że składki ubezpieczeniowe były o wiele wyższe, niż to było konieczne. Błąd ten stał się przyczyną rozkwitu Towarzystwa Sprawiedliwego; brytyjski rząd, który posługiwał się tymi samymi tabelami przy ustalaniu wysokości rent dla emerytów, poniósł z tego powodu ogromne straty[20].

***

Dwa lata po śmierci Bayesa Price przesłał kopię jego „bardzo przemyślnej" rozprawy innemu członkowi Królewskiego Towarzystwa Naukowego, niejakiemu Johnowi Cantonowi, dołączając do niej list, z którego możemy się wiele dowiedzieć o intencjach, jakie przyświecały Bayesowi. W 1764 roku Królewskie Towarzystwo Naukowe opublikowało esej Bayesa w **Philosophical Transactions**, ale nawet wówczas jego nowatorska praca poszła w zapomnienie na następnych dwadzieścia lat.
Oto jak Bayes sformułował problem, który starał się rozwiązać:

**PROBLEM**
Dana jest liczba przypadków, w których pewne nieznane zdarzenie zachodziło i nie zachodziło. Niewiadomą są szanse, iż prawdopodobieństwo jego wystąpienia w pojedynczej próbie będzie zawierało się gdzieś pomiędzy dowolnymi dwoma stopniami prawdopodobieństwa, które mogłyby zostać wskazane[21].

Postawiony tutaj problem jest dokładnym odwróceniem zagadnienia sformułowanego sześćdziesiąt lat wcześniej przez Jakoba Bernoullego (s. 179). Bayes pyta, jak możemy ustalić prawdopodobieństwo tego, że pewne zdarzenie nastąpi, w sytuacji gdy nie wiemy o tym zdarzeniu nic, poza tym, że zachodziło ono w określonej liczbie przypadków, a w określonej liczbie przypadków – nie zachodziło. Innymi słowy, szpilka może być albo wadliwa, albo

doskonała. Jeśli w próbce złożonej ze stu szpilek stwierdzimy dziesięć wadliwych egzemplarzy, jakie jest prawdopodobieństwo tego, że wśród wszystkich wyprodukowanych szpilek – a nie w jakiejkolwiek próbce złożonej ze stu szpilek – znajdzie się od 9 do 11 procent egzemplarzy wadliwych?

List Price'a, który Canton otrzymał wraz z przesyłką, wskazuje wyraźnie, jak wielkie postępy w zakresie penetracji realnego świata ludzkich decyzji zdołała poczynić na przestrzeni stu lat analiza prawdopodobieństwa. „Każdy rozumny człowiek – pisze Price – uzmysłowi sobie, że problem, o którym tu mowa, nie jest bynajmniej osobliwą spekulacją z zakresu doktryny szans, lecz musi zostać koniecznie rozwiązany, aby [położyć] niezachwiane podstawy pod wszelkie nasze rozumowania, które dotyczą faktów minionych i tego, co może nastąpić w przyszłości"[22]. Pisze następnie, że ani Jakob Bernoulli, ani de Moivre nie sformułowali owego zagadnienia w taki sposób, jakkolwiek de Moivre opisywał problemy, które napotkał, poszukując własnych rozwiązań, jako „najtrudniejsze ze wszystkich, jakie można wysunąć w badaniach nad przypadkiem".

Jak na protestanckiego duchownego Bayes dowodził słuszności swoich tez, posługując się dość dziwnym rekwizytem – stołem bilardowym. Po stole bilardowym toczy się kula, która może zatrzymać się w dowolnym miejscu i od tej pory pozostawać w spoczynku. W ślad za nią toczy się następna kula. Oblicza się, ile razy kula zatrzymała się po prawej stronie pierwszej kuli. Ta liczba jest „liczbą przypadków, w których nastąpiło pewne nieznane zdarzenie". Porażka – liczba przypadków, w których owo zdarzenie nie nastąpiło – ma miejsce wówczas, gdy kula zatrzymuje się po lewej stronie. Prawdopodobieństwo położenia pierwszej kuli – pojedynczej próby – należy wydedukować z „sukcesów" i „porażek" odnotowanych w przypadku drugiej kuli[23].

System Bayesa znajduje zastosowanie przede wszystkim w przypadku wykorzystywania nowych informacji do modyfikowania prawdopodobieństwa opartego na dotychczasowych informacjach czy też, ujmując to w żargonie statystyków, do porównywania prawdopodobieństwa **a posteriori** z prawdopodobieństwami **a**

**priori**. W przypadku stołu bilardowego pierwsza kula reprezentuje prawdopodobieństwo **a priori**, natomiast oszacowania jej położenia podlegające kolejnym modyfikacjom w miarę powtarzania doświadczeń z następną kulą reprezentują prawdopodobieństwa **a posteriori**.

Ta procedura modyfikowania wniosków wypływających z dotychczasowych informacji w miarę pojawiania się nowych informacji ma swoje źródło w pewnym stanowisku filozoficznym, które rzuca światło na niezwykle nowoczesny charakter ujęcia bayesowskiego: w dynamicznym świecie nie może istnieć tylko jedna odpowiedź w warunkach niepewności. Trafnie wyraził tę myśl matematyk Adrian F.M. Smith: „Każde ujęcie wnioskowania statystycznego, które stara się wykazać prawomocność jednej odpowiedzi w warunkach złożonej niepewności, jest moim zdaniem totalitarną parodią tak zwanego racjonalnego procesu uczenia się”[24]. Wprawdzie bayesowski system wnioskowania statystycznego jest zbyt skomplikowany, aby objaśnić go tutaj szczegółowo, ale w dodatku do tego rozdziału przedstawiam pewien przykład typowego zastosowania analizy bayesowskiej.

***

Najbardziej frapującym aspektem wszystkich osiągnięć nauki, które rozważyliśmy w tym rozdziale, jest śmiała idea, że niepewność poddaje się pomiarowi. Niepewność oznacza bowiem nieznane prawdopodobieństwa; odwracając opis pewności sformułowany przez Iana Hackinga, można by powiedzieć, że niepewność pojawia się wówczas, gdy informacje, którymi rozporządzamy, są ścisłe i pewne zdarzenie nie zachodzi, albo wówczas, gdy nasze informacje są nieścisłe, a pewne zdarzenie zachodzi.

Jakob Bernoulli, Abraham de Moivre i Thomas Bayes zademonstrowali, jak można wyprowadzać nieznane dotąd prawdopodobieństwa z empirycznych faktów realnego świata. Ich dokonania budzą podziw swą intelektualną przenikliwością i zdumiewają zuchwalstwem śmiałego ataku na to, co nieznane. Odwołując się do PIERWOTNEGO PROJEKTU, de Moivre nie starał się ukryć zachwytu dla własnych dokonań. Z upodobaniem

posługiwał się patetycznymi frazesami; w innym miejscu pisał, na przykład, że „Gdybyśmy nie byli zaślepieni metafizycznym pyłem, dalibyśmy przywieść się krótką i oczywistą drogą do uznania wielkiego STWÓRCY i WŁADCY rządzącego nami wszystkimi”[25]. Zabrnęliśmy już daleko w wiek osiemnasty, w którym ideologia oświecenia miała upatrywać w poszukiwaniu wiedzy najwyższej formy ludzkiej aktywności. Nadszedł czas, by uczeni starli z oczu metafizyczny pył. Żadne zakazy nie stały już na przeszkodzie zgłębianiu tego co nieznane i tworzenia tego co nowe. Wielkie postępy w badaniach zmierzających do ujarzmienia ryzyka u schyłku osiemnastego wieku miały nabrać jeszcze większego rozmachu w nowym stuleciu, a dodatkowych impulsów rozwoju miała dostarczyć epoka wiktoriańska.

**Dodatek:**
**Przykład zastosowania bayesowskiego systemu wnioskowania statystycznego** Powróćmy do naszego przedsiębiorstwa zajmującego się wyrobem szpilek. Posiada ono dwie fabryki, przy czym starsza wytwarza 40 procent produkcji ogółem. Oznacza to, że losowo wybrana szpilka, niezależnie od tego, czy jest to egzemplarz wadliwy czy doskonały, pochodzi z 40-procentowym prawdopodobieństwem ze starej fabryki: jest to prawdopodobieństwo **a priori**. Udaje się nam jednak ustalić, że wśród szpilek wyprodukowanych w starszej fabryce znajduje się dwukrotnie więcej egzemplarzy wadliwych niż wśród szpilek pochodzących z nowej fabryki. Do której z tych fabryk powinien zadzwonić dyrektor, jeśli zgłasza się do niego klient z reklamacją? Prawdopodobieństwo **a priori** sugeruje, że wadliwy egzemplarz pochodzi najprawdopodobniej z nowej fabryki, która wytwarza 60 procent łącznej produkcji przedsiębiorstwa. Z drugiej strony, fabryka ta wytwarza tylko jedną trzecią wszystkich egzemplarzy wadliwych. Kiedy zmodyfikujemy prawdopodobieństwa **a priori** uwzględniając tę dodatkową informację, okaże się, że prawdopodobieństwo tego, iż wadliwy egzemplarz został wyprodukowany w nowej fabryce, wynosi tylko 42,8 procent; istnieje natomiast 57,2-procentowe

prawdopodobieństwo, że winę za usterki ponosi stara fabryka. To nowe oszacowanie jest właśnie prawdopodobieństwem **a posteriori**.

## Przypisy

[1] Najistotniejsze informacje o Jakobie Bernoullim zaczerpnąłem z pracy Newmana, 1988.
[2] Hacking, 1975, s. 166; zob. także Kendall, 1974.
[3] Keynes przytacza ten cytat w swojej książce z 1921 roku w oryginale łacińskim i greckim. Pragnę podziękować Marcie Steele i Doris Bullard za dokonanie przekładu tego fragmentu na język angielski. Rozdział XXX książki Keynesa zawiera obszerne, pouczające omówienie korespondencji między Leibnizem i Bernoullim.
[4] Znakomitą analizę *Ars Conjectandi* można znaleźć w pracy David, 1962, s. 133–139, a także u Stiglera, 1986, s. 63–78.
[5] Bernoulli Jakob, 1713, s. 1430.
[6] Tamże, s. 1431.
[7] Hacking, 1975, s. 145.
[8] Tamże, s. 146.
[9] Tamże, s. 163.
[10] David, 1962, s. 137.
[11] Stigler, 1986, s. 71. Książka ta była nieocenionym źródłem informacji do tego rozdziału.
[12] Podstawowe informacje o Abrahamie de Moivre pochodzą z książki Stiglera, 1986, rozdział 2; a także z pracy David, 1962, rozdział XV.
[13] Stigler, 1986, s. 85.
[14] Przykład ten jest dość swobodną przeróbką przykładu podanego w pracy Groebnera i Shannona, 1993, rozdział 20.
[15] Podstawowe informacje o Bayesie zostały zaczerpnięte z prac Stiglera, 1986, oraz z książki Cone'a, 1952.
[16] Groebner i Shannon, 1993, s. 1014.
[17] Stigler, 1986, s. 123.
[18] Cone, 1952, s. 50.
[19] Tamże, s. 41.

[20] Tamże, s. 42–44.
[21] Bayes, 1763.
[22] List Price'a i rozprawa Bayesa zostały przedrukowane w książce Kendalla i Placketta, 1977, s. 134–141.
[23] Znakomity opis tego eksperymentu myślowego można znaleźć w książce Stiglera, 1986, s. 124–130.
[24] Smith, 1984. Praca ta zawiera doskonałą analizę podejścia bayesowskiego.
[25] David, 1962, s. 177.
* Jakob Bernoulli musiał mieć jednak poetycką duszę, skoro zażyczył sobie, by na jego nagrobku wyryto piękną spiralę Fibonacciego, mówiąc, iż sposób, w jaki owa spirala się rozwija nie zmieniając swej formy, jest „symbolem hartu ducha i stałości wśród przeciwności losu, a nawet zmartwychwstania naszego ciała". Poprosił również, by na płycie umieszczono epitafium: *Eadem mulata resurgo* (*Jakkolwiek zmieniona, jest zawsze taka sama*); zob. David, 1962, s. 139.
** W jednym z późniejszych listów do Jakoba Bernoullego Leibniz poczynił uwagę: „Nie ulega wątpliwości, iż ktoś, kto próbowałby na podstawie obserwacji przeprowadzonych współcześnie w Londynie i w Paryżu ustalać wskaźniki śmiertelności naszych praojców przed potopem, uzyskałby wyniki daleko odbiegające od prawdy" (Hacking, 1975, s. 164).

## Rozdział 3

# Najwyższe prawo irracjonalności

Przez ostatnie 27 lat swojego długiego życia, które zakończył w 1855 roku, mając 78 lat, Carl Friedrich Gauss tylko przez jedną noc był poza swoim domem w Getyndze[1]. Z powodu awersji do podróży odrzucił wiele propozycji objęcia katedry i przyznania zaszczytnych tytułów, jakie napływały z większości najznamienitszych uniwersytetów europejskich.
Podobnie jak wielu matematyków wszystkich epok Gauss wykazywał genialne uzdolnienia już w dzieciństwie – co irytowało podobno jego ojca w równej mierze, jak sprawiało radość jego matce. Ojciec Gaussa był nieokrzesanym robotnikiem, który gardził niepospolitymi uzdolnieniami swojego syna i robił wszystko, co było w jego mocy, by utrudnić mu życie. Matka starała się bronić chłopca przed ojcowskimi szykanami i zachęcała go do rozwijania matematycznych zainteresowań; Gauss pozostał jej głęboko oddany do końca życia. Biografowie Gaussa przytaczają rozmaite typowe opowieści o niezwykłych wyczynach przyszłego uczonego w wieku, w którym większość z nas z trudem potrafi podzielić 24 przez 12. Gauss miał wykazywać tak niepospolitą zdolność zapamiętywania liczb, że znał na pamięć tablice logarytmiczne i potrafił błyskawicznie podać wartość dowolnego logarytmu. Mając zaledwie osiemnaście lat, dokonał pewnego odkrycia dotyczącego geometrycznych własności wielokąta o siedemnastu bokach – coś takiego nie wydarzyło się w matematyce od czasów wielkich greckich matematyków przed dwoma tysiącami lat. Rezultaty, jakie uzyskał Gauss w swojej pracy doktorskiej, zatytułowanej **Nowy dowód, że każda funkcja wymierna o jednej zmiennej może zostać rozłożona na czynniki rzeczywiste pierwszego lub drugiego stopnia**, uważane są przez uczonych za fundamentalne wyniki w dziedzinie

badań algebraicznych. Teza Gaussa była już wprawdzie znana matematykom, nowy był jednak podany przez niego dowód. Matematyczna sława Gaussa przyniosła mu wielki rozgłos w ówczesnym świecie. W 1807 roku, kiedy francuskie wojska zbliżały się do Getyngi, Napoleon rozkazał swym żołnierzom oszczędzić miasto, ponieważ „mieszka tam największy matematyk w dziejach ludzkości”[2]. Był to wspaniałomyślny gest ze strony cesarza, ale sława ma zawsze swoje dobre i złe strony. Kiedy upojeni zwycięstwem Francuzi nałożyli kontrybucję na Niemcy, od Gaussa zażądano zapłacenia 2000 franków. Była to kwota odpowiadająca aktualnej wartości i sile nabywczej 5000 dolarów – dotkliwe obciążenie dla kieszeni uniwersyteckiego profesora*. Pewien zamożny przyjaciel zaoferował Gaussowi pomoc, ale uczony nie zgodził się przyjąć wsparcia. Zanim Gauss zdążył odmówić po raz kolejny, kwota została wpłacona przez wybitnego francuskiego matematyka, markiza Pierre’a Simona de Laplace’a (1749–1827). Laplace miał oznajmić, iż spełnił ten dobry uczynek, ponieważ uważał Gaussa, który był od niego młodszy o 29 lat, „za największego żyjącego matematyka”[3], wystawiając mu tym samym nieco niższą ocenę od napoleońskiej. W jakiś czas później anonimowy wielbiciel przesłał Gaussowi 1000 franków, które pozwoliły mu częściowo spłacić dług Laplace’owi. Laplace był barwną postacią, której musimy poświęcić tu krótką dygresję; spotkamy się z nim ponownie w rozdziale 1 części czwartej.

Gauss prowadził badania nad tymi samymi działami teorii prawdopodobieństwa, które od wielu lat przyciągały uwagę Laplace’a. Podobnie jak Gauss Laplace wykazywał w dzieciństwie niezwykłe uzdolnienia matematyczne i interesował się żywo astronomią. Jak się jednak przekonamy, na tym kończyły się wszelkie podobieństwa między tymi uczonymi. Kariera zawodowa Laplace’a przypada na okres rewolucji francuskiej, epoki napoleońskiej i restauracji monarchii Burbonów. Były to czasy, które wymagały od ludzi aspirujących do wysokich stanowisk wielu zachodów. Laplace był człowiekiem bardzo ambitnym, obrotnym i doszedł do wysokich stanowisk[4].

W 1784 roku król mianował Laplace'a instruktorem Królewskiej Artylerii. Posada ta związana była z wysokim uposażeniem. W czasach Republiki Laplace nie omieszkał jednak publicznie głosić swej „głębokiej nienawiści do monarchii"[5]. Po dojściu do władzy Napoleona Laplace pospiesznie zgłosił entuzjastyczne poparcie dla nowego przywódcy, który powierzył mu tekę ministra spraw wewnętrznych i mianował go hrabią.
Wprowadzenie najbardziej szanowanego uczonego francuskiego do gabinetu miało dodać powagi niedoświadczonej ekipie rządowej Napoleona. Podjąwszy decyzję, by powierzyć stanowisko Laplace'a swojemu bratu, Napoleon zdymisjonował go jednak po sześciu tygodniach, wypowiadając przy tej okazji uwagę, iż „był on miernym urzędnikiem, który doszukiwał się we wszystkim subtelnych niuansów, i do spraw wagi państwowej podchodził w małostkowy sposób"[6]. Taki oto los czeka uczonych, którzy nie trzymają się z dala od ośrodków władzy!
Laplace zrewanżował się później Napoleonowi. Opublikowane w 1812 roku dzieło **Théorie analytique des probabilités** zostało zadedykowane „wielkiemu Napoleonowi", ale Laplace usunął tę dedykację z kolejnego wydania tej książki, które ukazało się w 1814 roku. Powiązał także ówczesne zmiany na scenie politycznej z problematyką owego traktatu: „Upadek imperiów, które aspirują do panowania nad światem – pisał Laplace – może przewidzieć z wysokim prawdopodobieństwem ktoś, kto zgłębił tajniki rachunku prawdopodobieństwa"[7]. Słowa te nie uszły uwadze Ludwika XVIII; wstąpiwszy na tron, nadał Laplace'owi tytuł markiza.

***

W odróżnieniu od Laplace'a Gauss był samotnikiem i człowiekiem obsesyjnie strzegącym swych tajemnic. Nie zdecydował się na opublikowanie wielu istotnych wyników swoich badań matematycznych – co miało taką konsekwencję, że inni matematycy musieli ponownie odkrywać rzeczy, które zostały już przez niego sformułowane. Ponadto w swych opublikowanych dziełach kładł nacisk raczej na rezultaty niż zastosowaną metodologię badawczą, co zmuszało matematyków do poszukiwania dróg prowadzących do

jego wniosków. Jeden z biografów Gaussa, Eric Temple Bell, jest przekonany, że gdyby Gauss nie był człowiekiem tak skrytym, przyspieszyłoby to rozwój matematyki o pięćdziesiąt lat: „Rzeczy ukryte przez lata czy dziesiątki lat w jego dzienniku przysporzyłyby mu równie wielkiej sławy, gdyby zostały od razu opublikowane”[8].
Z powodu sławy i skrytego usposobienia Gauss popadł w końcu w skrajną intelektualną pychę. Wprawdzie pierwsze ważne wyniki uzyskał w teorii liczb, dziedzinie badawczej, która fascynowała Fermata, ale nie przywiązywał większej wagi do jego badań. Nie chciał zajmować się wielkim twierdzeniem Fermata, które od ponad stu lat było fascynującym wyzwaniem dla wszystkich matematyków, jako „oderwanym twierdzeniem, które nie budzi we mnie większego zainteresowania, gdyż łatwo mógłbym przedstawić wiele takich twierdzeń, których nikt nie potrafi dowieść ani obalić”[9].
Nie była to czcza przechwałka. W 1801 roku, mając zaledwie dwadzieścia cztery lata, Gauss opublikował **Disquisitiones Arithmeticae**, napisane wytworną łaciną, pionierskie, historyczne dzieło z zakresu teorii liczb. Przeważająca część tej pracy jest zupełnie niezrozumiała dla ludzi nieobeznanych z matematyką, ale to, co pisał, sprawiało prawdziwą rozkosz jemu samemu[10]. Gauss dostrzegał „magiczny urok” teorii liczb i czerpał głęboką satysfakcję, odkrywając, a następnie przeprowadzając dowody takich oto ogólnych relacji:
$1=1^2$
$1+3 = 2^2$
$1 + 3 + 5 = 3^2$
$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$
Czyli, mówiąc ogólnie, suma kolejnych początkowych n liczb nieparzystych jest równa $n^2$. Suma początkowych stu liczb nieparzystych, od 1 do 199, jest więc równa $100^2$, to znaczy 10 000, natomiast suma liczb nieparzystych od 1 do 999 jest równa 250 000.
Gauss uznał za stosowne wykazać, iż jego badania teoretyczne mają doniosłe zastosowania praktyczne. W 1800 roku pewien włoski astronom odkrył niewielką nową planetę – asteroidę, by posłużyć się technicznym żargonem astronomii – której dał nazwę Ceres. Rok

później Gauss przystąpił do wyliczania jej orbity; już wcześniej zajmował się opracowywaniem kalendarzy księżycowych, które umożliwiały ludziom ustalanie daty świąt wielkanocnych w dowolnym roku. Inspirowało go głównie pragnienie zdobycia rozgłosu. Chciał jednak również pójść w ślady swych wielkich matematycznych poprzedników – Ptolemeusza, Galileusza i Newtona – którzy prowadzili badania w dziedzinie mechaniki niebios, by nie wspomnieć już o pragnieniu zdystansowania astronomicznych wyników uzyskanych współcześnie przez jego dobroczyńcę, Pierre'a de Laplace'a. W każdym razie problem wydał się Gaussowi interesujący sam przez się z uwagi na niedostatek odpowiednich danych, na przykład dotyczących prędkości, z jaką Ceres porusza się wokół Słońca.

Po wielu dniach gorączkowych obliczeń Gauss znalazł poprawne rozwiązanie i był w stanie przewidzieć położenie asteroidy Ceres w dowolnym momencie. W trakcie owych prac nabrał takiej wprawy w mechanice niebios, że potrafił obliczyć orbitę komety w ciągu jednej–dwóch godzin, podczas gdy inni uczeni potrzebowali na to trzech, a nawet czterech dni.

Gauss był szczególnie dumny ze swych dokonań na polu astronomii, które dawały mu poczucie, że podąża śladami swego wielkiego idola, Izaaka Newtona. Ze względu na podziw, jaki żywił dla odkryć Newtona, wpadał w furię na najmniejszą wzmiankę o tym, że jabłko, które spadło Newtonowi na głowę, zainspirowało odkrycie prawa grawitacji. Gauss scharakteryzował tę opowieść jako:

Idiotyzm! Pewien głupi, natrętny człowiek pytał Newtona, w jaki sposób odkrył prawo grawitacji. Widząc, że ma do czynienia z człowiekiem niedojrzałym intelektualnie i chcąc się pozbyć jego towarzystwa, Newton odpowiedział, że spadające jabłko uderzyło go w nos. Ów człowiek odszedł najzupełniej usatysfakcjonowany, mając poczucie, że dostąpił najwyższego oświecenia[11].

Gauss zapatrywał się pesymistycznie na dzieje całego ludzkiego rodzaju, niepokojąc się rosnącą popularnością nacjonalizmu i gloryfikacją wojen, i uważając podboje obcych ziem za „niepojęte szaleństwo". Natomiast niechęć do kobiet była przypuszczalnie

przyczyną, dla której przez większą część życia tak rzadko oddalał się od swego domu[12].

***

Gauss nie wykazywał szczególnego zainteresowania problematyką zarządzania ryzykiem. Jego uwagę przyciągały jednak teoretyczne zagadnienia, wyłaniające się z badań nad prawdopodobieństwem, wielkimi liczbami i pobieraniem próbek, które zostały zainicjowane przez Jakoba Bernoullego i były kontynuowane przez de Moivre'a i Bayesa. Chociaż Gauss nie interesował się tą kwestią, wyniki, które udało mu się uzyskać w tej dziedzinie, stanowią podstawę nowoczesnych technik kontrolowania ryzyka.

Pierwsze próby rozważań nad problematyką prawdopodobieństwa Gauss podejmuje w książce **Theoria Motus** (**Teoria ruchu**) poświęconej ruchowi ciał niebieskich, która została opublikowana w 1809 roku. Gauss wyjaśnia tutaj, w jaki sposób można szacunkowo wyznaczać orbitę ciała niebieskiego na podstawie toru, który pojawia się najczęściej w wielu odrębnych obserwacjach. Laplace, dowiedziawszy się o opublikowaniu **Theoria Motus** w 1810 roku, entuzjastycznie podjął idee Gaussa i przystąpił do wyprostowania wszelkich zawiłości tej pracy, które nie zostały wyjaśnione przez jej autora.

Najcenniejszy wkład, jaki wniósł Gauss do teorii prawdopodobieństwa, był jednak owocem badań związanych z pewną całkiem odrębną dziedziną, a mianowicie pomiarem geodezyjnym, w którym wykorzystuje się krzywiznę powierzchni Ziemi do uściślania pomiarów geograficznych. Ponieważ Ziemia jest okrągła, odległość między dwoma punktami jej powierzchni różni się od odległości między owymi dwoma punktami mierzonej z lotu ptaka. Owa różnica jest nieznaczna w przypadku odległości rzędu kilku mil, staje się jednak istotna w przypadku odległości większych od dziesięciu mil.

W 1816 roku Gauss otrzymał propozycję przeprowadzenia pomiarów geodezyjnych Bawarii i uzgodnienia ich rezultatów z wynikami pomiarów, które zostały wcześniej przeprowadzone przez innych w Danii i północnych Niemczech. Zadanie to było przypuszczalnie

pewną rozrywką dla zasiedziałego w jednym miejscu akademika, takiego jak Gauss. Musiał pracować pod gołym niebem w górzystym terenie, próbując nawiązać kontakt z urzędnikami i innymi współpracownikami, którzy, jak sądził, nie dorastali mu do pięt intelektem – w tym również z innymi uczonymi. Badania przeciągnęły się aż do roku 1848, a ich wyniki opublikowano w szesnastu opasłych tomach.

Ponieważ nie możemy zmierzyć każdej piędzi powierzchni Ziemi, pomiar geodezyjny polega na formułowaniu oszacowań opartych na odległościach wyrywkowo wybranych z obszaru, na którym prowadzone są badania. Analizując rozkład owych oszacowań, Gauss zauważył, iż są one bardzo zróżnicowane, ale wraz ze wzrostem ich liczby zaczynają się skupiać wokół pewnej centralnej wartości. Ową centralną wartością była średnia – termin, który w języku statystyki oznacza wartość przeciętną – wszystkich wyników obserwacji; a obserwacje rozkładały się symetrycznie po obu stronach średniej. W miarę wzrostu liczby przeprowadzonych pomiarów wyłaniał się coraz wyraźniejszy obraz, który w coraz większym stopniu przypominał krzywą dzwonową, odkrytą 83 lata wcześniej przez de Moivre'a.

Związek między ryzykiem a pomiarem krzywizny Ziemi jest bliższy, niż się na pozór wydaje. Gauss dokonywał dzień po dniu kolejnych pomiarów na wzgórzach Bawarii, starając się oszacować krzywiznę powierzchni Ziemi, aż do chwili, gdy udało mu się zgromadzić rzeczywiście pokaźną liczbę pomiarów. Podobnie jak sięgamy do naszych minionych doświadczeń, formułując sądy dotyczące prawdopodobieństwa tego, iż rzeczy przyjmą w przyszłości taki a nie inny obrót, Gauss musiał badać prawidłowości układów obserwacji i formułować sądy dotyczące krzywizny powierzchni Ziemi, uwzględniając odległości między różnymi punktami w Bawarii. Potrafił określić ścisłość swoich obserwacji, stwierdzając, w jaki sposób rozkładają się one wokół przeciętnego wyniku wszystkich obserwacji.

Pytania, na które próbował udzielić odpowiedzi, były tylko innymi wariantami pytań, jakie stawiamy, podejmując ryzykowne decyzje. Jak wielu opadów deszczu można się przeciętnie spodziewać w kwietniu w Nowym Jorku i jakie jest prawdopodobieństwo tego, że

możemy bez obawy zostawić w domu płaszcz przeciwdeszczowy, wybierając się na tygodniowy urlop do tego miasta? Jeśli udajemy się na drugi koniec Ameryki, na jakie ryzyko wypadku jesteśmy narażeni w trakcie 3000-milowej podróży samochodem? Jak wielkie jest ryzyko, że ceny akcji na rynku giełdowym spadną w ciągu roku o więcej niż 10 procent?

***

Skonstruowany przez Gaussa aparat matematyczny, który pozwala nam udzielać odpowiedzi na takie pytania, jest dzisiaj tak powszechnie znany, że rzadko zastanawiamy się nad tym, skąd się on wywodzi. Bez niego nie rozporządzalibyśmy jednak żadną systematyczną metodą rozstrzygania, czy należy podjąć pewną ryzykowną decyzję; nie wiedzielibyśmy również, jak oszacować ryzyko, przed którym stoimy. Nie potrafilibyśmy ocenić ścisłości dostępnych nam informacji. Nie umielibyśmy oszacować prawdopodobieństwa wystąpienia pewnego zdarzenia – deszczu, śmierci człowieka 85-letniego, 20-procentowego spadku cen na rynku akcji, zwycięstwa drużyny rosyjskiej w Pucharze Davisa, zwycięstwa demokratów w wyborach do Kongresu, awarii pasów bezpieczeństwa czy odkrycia złóż ropy naftowej przez przedsiębiorstwo działające na terenach ubogich w surowce naturalne.

Punktem wyjścia procedury gaussowskiej jest krzywa dzwonowa, której zasadniczą funkcją nie jest wskazywanie ścisłości, lecz błędów. Gdyby wszystkie nasze oszacowania były dokładnym pomiarem tego, co mierzyliśmy, jakiekolwiek dalsze kroki byłyby zbędne. Gdyby każdy człowiek, słoń, orchidea i alka krzywonosa były dokładnie takie same jak wszystkie pozostałe okazy danego gatunku, życie na Ziemi wyglądałoby zupełnie inaczej. Życie jest jednak raczej zbiorem podobieństw niż tożsamości; żadna pojedyncza obserwacja nie jest doskonałym przykładem ogólnej prawidłowości. Ukazując postać rozkładu normalnego, krzywa dzwonowa przeobraża tę chaotyczną mieszaninę w porządek. Francis Galton, z którym spotkamy się w następnym rozdziale, w taki oto sposób sławił walory rozkładu normalnego:

„Prawo częstości błędów” [...] usuwając się całkowicie w cień sprawuje spokojnie rządy pośród największego zamętu. Im większy jest tłum [...] tym doskonalsze formy przyjmuje władza owego prawa. Jest to najwyższe prawo irracjonalności.
Ilekroć bierzemy pod uwagę dużą próbkę chaotycznych elementów [...] okazuje się, iż od początku kryła się w niej nieoczekiwana i nader piękna forma regularności[13].
Większość z nas zetknęła się po raz pierwszy z krzywą dzwonową w latach szkolnych. Nauczyciel oceniał klasówki według krzywej, zamiast wystawiać oceny na podstawie bezwzględnych kryteriów: za taką pracę – piątka, a za pracę z takimi błędami – trzy plus. Przeciętny uczeń otrzymywał przeciętny stopień, na przykład czwórkę z minusem, tróję z plusem albo 80 procent punktów. Gorsi i lepsi uczniowie otrzymywali stopnie, które rozkładały się symetrycznie wokół przeciętnego stopnia. Nawet jeśli wszystkie klasówki wypadły znakomicie albo wszystkie zawierały kompromitujące błędy, autor najlepszej pracy w klasie dostawał piątkę, autor najgorszej – dwójkę, a większość stopni mieściła się pomiędzy ocenami skrajnymi.
Wiele zjawisk występujących w przyrodzie, na przykład wzrost w pewnej grupie ludzi albo długość ich środkowych palców, przyjmuje postać zgodną z rozkładem normalnym. Według Galtona muszą być spełnione dwa warunki, aby obserwacje przyjęły rozkład normalny, czyli rozkładały się symetrycznie wokół przeciętnego wyniku. Po pierwsze, musimy przeprowadzić możliwie największą liczbę obserwacji. Po wtóre, obserwacje muszą być niezależne, podobnie jak rzuty kostką. Nie można odnaleźć porządku tam, gdzie na początku nie ma chaosu.
Ludzie popełniają poważne błędy, pobierając dane, które nie spełniają wymogu niezależności. W 1936 roku pewien nieistniejący już magazyn, **The Literary Digest**, przeprowadził próbne głosowanie, aby przewidzieć wynik zbliżających się wyborów prezydenckich, w których Franklin Roosevelt miał się zmierzyć z Alfredem Landonem. Magazyn rozesłał dziesięć milionów kartek do głosowania w formie zwrotnych kart pocztowych na adres osób

wybranych z książek telefonicznych i rejestrów właścicieli samochodów. Do redakcji pisma powróciła spora część kart do głosowania, przy czym 59 procent głosów padło na Landona, a 41 procent – na Roosevelta. W dniu wyborów Landon otrzymał jednak tylko 39 procent głosów, a Roosevelt – 61 procent. Ludzie, którzy dysponowali własnym telefonem i samochodem w połowie lat trzydziestych, nie stanowili raczej losowej próbki amerykańskiego elektoratu: ich preferencje wyborcze były uwarunkowane standardem życiowym, który w owych czasach nie był dostępny dla większości ludzi.

***

Obserwacje, które istotnie spełniają wymóg niezależności, dostarczają wielu użytecznych informacji dotyczących prawdopodobieństwa zdarzeń. Rozpatrzmy na przykład grę w kości. Istnieją równe szanse na to, że wypadnie każda z sześciu ścianek kostki. Gdybyśmy narysowali wykres przedstawiający prawdopodobieństwo pojawienia się każdego wyniku w pojedynczym rzucie kostką, otrzymalibyśmy poziomą linię, która każdej z sześciu ścianek przyporządkowuje 1/6. Wykres ów nie wykazuje najmniejszego podobieństwa do krzywej dzwonowej, a próbka złożona tylko z jednego rzutu nie mówi nam nic o kostce, poza tym, że na jednej z jej ścianek znajduje się pewna konkretna liczba oczek. Znajdujemy się zatem w położeniu ślepca, który ma dotykiem stwierdzić, czy pewien przedmiot jest słoniem.

Zobaczmy jednak, się co stanie wówczas, gdy rzucimy kostką sześć razy (zleciłem to zadanie mojemu komputerowi, aby mieć pewność, że wyniki rzutów będą przypadkowe). W pierwszej serii sześciu rzutów pojawiły się cztery piątki, jedna szóstka i jedna czwórka, a przeciętny wynik w tej serii rzutów wynosił dokładnie 5,0. W drugiej serii otrzymałem inną mieszankę chaotycznych wyników: trzy szóstki, dwie czwórki i jedną dwójkę, z przeciętnym wynikiem 4,7. Nie uzyskaliśmy zatem zbyt wielu informacji.

Po dziesięciu seriach sześciu rzutów przeciętne wyniki ze wszystkich serii zaczęły się skupiać wokół wartości 3,5, która okazuje się średnią zbioru liczb 1, 2, 3, 4, 5, 6, to znaczy sześciu ścianek kostki – i dokładnie połową wartości oczekiwanej rzutu dwiema kostkami.

Spośród dziesięciu otrzymanych przeze mnie średnich sześć było niższych, a cztery wyższe od 3,5. W drugim ciągu dziesięciu serii rzutów otrzymałem zróżnicowane wyniki: w trzech z nich przeciętny wynik był niższy od 3,0, a w czterech – wyższy od 4,0, natomiast w jednej serii zarejestrowałem średnią wyższą od 4,5, a w innej – niższą od 2,5.

Następny krok eksperymentu polegał na obliczeniu przeciętnego wyniku dla pierwszych dziesięciu serii po sześć rzutów. Wprawdzie w każdej z serii występował swoisty rozkład wyników, jednak średnia z owych przeciętnych wyników osiągnęła wartość 3,48! Przeciętny wynik był zatem zadowalający, ale odchylenie standardowe, równe 0,82, było większe, niżbym sobie tego życzył**. Innymi słowy, siedem z dziesięciu prób mieściło się w przedziale 3,48±0,82, to znaczy w przedziale od 2,66 do 4,30; pozostałe były bardziej odległe od średniej.

Wydałem następnie komputerowi komendę, by przeprowadził symulację 256 serii złożonych z sześciu rzutów. W pierwszych 256 seriach uzyskałem przeciętny wynik niemal dokładnie odpowiadający moim oczekiwaniom – 3,49; odchylenie standardowe zmniejszyło się do 0,69, a dwie trzecie prób mieściło się w przedziale od 2,80 do 4,18. Tylko w 10 procent prób przeciętny wynik był niższy od 2,5 lub wyższy od 4,5, natomiast w ponad połowie prób mieścił się w przedziale od 3,0 do 4,0.

Nie dając komputerowi wytchnąć, powtórzyłem dziesięciokrotnie 256 serii rzutów. Po obliczeniu przeciętnego wyniku z owych dziesięciu próbek złożonych z 256 serii okazało się, że owa ostateczna średnia wynosi 3,499 (przedstawiam otrzymany wynik z trzema miejscami po przecinku, aby pokazać, jak bardzo zbliżyłem się do wyniku 3,5). Najłatwiej zauważalną zmianą było jednak zmniejszenie się odchylenia standardowego do 0,044. Tak więc siedem na dziesięć próbek złożonych z 256 serii rzutów mieściło się w wąskim przedziale od 3,455 do 3,543.

Pięć z nich znalazło się powyżej, a pozostałe pięć – poniżej 3,5. Wynik bliski doskonałości.

Ilość odgrywa niezmiernie doniosłą rolę, jak stwierdził już Jakob Bernoulli. Ten konkretny wariant owej intuicji – odkrycie, że średnie

wartości przeciętnych w zdumiewający sposób zmniejszają rozproszenie wyników wokół ostatecznej średniej – jest znany pod nazwą centralnego twierdzenia granicznego. Twierdzenie to zostało po raz pierwszy przedstawione w 1809 roku przez Laplace'a w pewnej książce, którą ukończył i opublikował, nie znając jeszcze treści **Theoria Motus** Gaussa, z którą zetknął się wkrótce potem, w 1810 roku.

Średnia przeciętnych wyników odsłania jeszcze bardziej interesującą zależność. Na początku eksperymentu, który opisałem powyżej, wykonujemy rzuty zwykłą kostką o sześciu ściankach; każda ze ścianek kostki może wypaść z jednakowym prawdopodobieństwem. Rozkład wyników rzutów jest wówczas płaski i nie wykazuje najmniejszego podobieństwa do rozkładu normalnego. W miarę wykonywania kolejnych rzutów przez komputer gromadzimy coraz większą ilość próbek i otrzymujemy coraz więcej informacji o własnościach kostki.

Bardzo niewiele przeciętnych wyników serii sześciu rzutów zbliża się do jedynki lub szóstki; spora część z nich mieści się w przedziałach od 2 do 3 i od 4 do 5. Taki rozkład wyników odpowiada dokładnie obliczeniom, które 250 lat wcześniej przeprowadzał Cardano na użytek swoich kompanów od stołu gry, szukając po omacku praw rządzących przypadkiem. Przeciętny wynik wielu rzutów jedną kostką będzie miał wartość 3,5. A zatem przeciętny wynik wielu rzutów dwiema kostkami osiągnie wartość dwukrotnie większą od 3,5, to znaczy 7,0. Jak wykazał Cardano, kolejne liczby po obu stronach 7,0 będą się pojawiały z równomiernie malejącą częstością, w miarę jak przesuwamy się od 7,0 do wartości granicznych: 2 i 12.

***

Rozkład normalny stanowi podstawę większości systemów kontrolowania ryzyka. Zawarte są w nim najistotniejsze aspekty działalności towarzystw ubezpieczeniowych, ponieważ pożar w Chicago nie będzie spowodowany pożarem w Atlancie, a śmierć pewnego człowieka w jakimś zakątku Ameryki w danej chwili nie ma żadnego związku ze śmiercią innego człowieka w innym miejscu i czasie. W miarę jak towarzystwa ubezpieczeniowe gromadzą kolejne wyrywkowe dane o życiu milionów ludzi obu płci należących do

różnych przedziałów wiekowych, dane dotyczące przeciętnej długości życia zaczynają się układać w krzywą rozkładu normalnego. Towarzystwa ubezpieczeniowe mogą dzięki temu formułować wiarygodne oszacowania przeciętnej długości życia dla każdej grupy wiekowej. Mogą na tej podstawie oszacować nie tylko przeciętną długość życia, ale również możliwy zakres jej zmienności w kolejnych latach, który wychodzi na jaw w praktyce. Wzbogacając owe oszacowania o pewne dodatkowe dane, na przykład dane o przebiegu chorób, zwyczajach nałogowych palaczy, warunkach mieszkaniowych czy aktywności zawodowej, towarzystwa ubezpieczeniowe mogą sformułować jeszcze bardziej precyzyjne oszacowania przeciętnej długości życia***.

***

Rozkład normalny dostarcza jednak czasami jeszcze istotniejszych informacji niż informacja o wiarygodności próbek. Występowanie rozkładu normalnego jest bardzo mało prawdopodobne, jakkolwiek nie jest niemożliwe w przypadku, gdy obserwacje są wzajemnie zależne – to znaczy wówczas, gdy prawdopodobieństwo jednego zdarzenia jest zdeterminowane przez jakieś zdarzenia wcześniejsze. Rozkład wyników nie będzie na przykład rozkładem normalnym, gdy dwa wysokie wyniki w serii prowadzą z dużym prawdopodobieństwem do wystąpienia trzech dalszych wysokich wyników w serii albo gdy łucznik ma kłopoty ze wzrokiem i posyła większość strzał w lewą część tarczy, a jego nieudane próby nie rozkładają się równomiernie po obu stronach środka. Nie możemy raczej oczekiwać rozkładu normalnego w przypadku wyników rzutów nierzetelną kostką, kiedy jedna z liczb zawsze pojawia się częściej od pięciu pozostałych. W takich okolicznościach wyniki obserwacji nie będą rozłożone symetrycznie wokół średniej.
W takich przypadkach możemy odnieść spory pożytek, przeprowadzając rozumowanie odwrotne. Skoro niezależność jest warunkiem koniecznym występowania rozkładu normalnego, możemy przyjąć, że świadectwa empiryczne, których rozkład ma postać krzywej dzwonowej, wywodzą się z obserwacji spełniających wymóg niezależności. Możemy teraz postawić kilka interesujących pytań.

W jakim stopniu zmiany cen na rynku giełdowym są zbliżone do rozkładu normalnego? Niektóre autorytety w dziedzinie zachowań rynku obstają przy poglądzie, że ceny akcji zmieniają się w sposób przypadkowy – że przypominają bezładne, niezborne ruchy pijaka próbującego przytrzymać się słupa latarni. Sądzą oni, że ceny akcji są pozbawione pamięci, podobnie jak koło ruletki i para kości, i że każda obserwacja jest niezależna od obserwacji wcześniejszych. Dzisiejsze zmiany kursów akcji będą takie, jakie mają być, niezależnie od tego, co zdarzyło się przed chwilą, wczoraj, przedwczoraj czy kilka dni temu.
Najlepsza metoda rozstrzygania, czy zmiany cen akcji są istotnie niezależne, sprowadza się do ustalenia, czy przyjmują one postać rozkładu normalnego. Istnieją frapujące świadectwa na poparcie tezy, że zmiany kursów akcji odpowiadają krzywej rozkładu normalnego. Nie powinno nas to dziwić. W przypadku tak płynnych i konkurencyjnych rynków kapitałowych jak rynki współczesne, na których każdy inwestor stara się przechytrzyć wszystkich pozostałych, nowe informacje znajdują natychmiast odzwierciedlenie w cenach akcji. Gdy General Motors ogłasza, iż w ostatnim okresie osiągnął niezadowalające zyski, albo gdy Merck zapowiada wprowadzenie na rynek nowego ważnego leku, ceny nie stoją w miejscu, czekając aż inwestorzy skończą medytować nad owymi informacjami. Żaden inwestor nie może pozwolić sobie na wyczekiwanie, aż inni wykonają pierwszy ruch. Inwestorzy wykazują więc tendencję do zachowań stadnych, zmieniając natychmiast cenę akcji General Motors lub Mercka do poziomu, który odzwierciedla treść nowej informacji. Ale nowe informacje napływają w sposób losowy. A zatem ruchy cen akcji mają nieprzewidywalny przebieg.
Interesujące świadectwa na poparcie tego poglądu przedstawił w latach pięćdziesiątych Harry Roberts, profesor Uniwersytetu w Chicago[14]. Wybierał on losowe liczby generowane przez komputer z ciągu liczb o tej samej średniej i takim samym odchyleniu standardowym jak zmiany cen akcji na tynku giełdowym. Sporządził następnie wykres przedstawiający kolejne zmiany występujące w ciągu owych liczb losowych. Uzyskane wyniki wskazywały na

występowanie identycznych prawidłowości jak te, na których opierają się analitycy giełdowi, próbując przewidzieć, kiedy rynek osiągnie szczytową fazę wzrostu. Realne ruchy cen i generowane przez komputer liczby losowe zachowały się w sposób nieodróżnialny. Być może prawdą jest, że ceny akcji są pozbawione pamięci.
Zamieszczone na następnej stronie wykresy pokazują miesięczne, kwartalne i roczne procentowe zmiany cen akcji objętych indeksem S&P 500, ulubionym wskaźnikiem każdego profesjonalnego inwestora. Dane obejmują okres od stycznia 1926 roku do grudnia 1995 roku, to znaczy uwzględniają 840 obserwacji miesięcznych, 280 kwartalnych i 70 rocznych****.
Owe wykresy różnią się od siebie, ale wykazują też dwie cechy wspólne. Po pierwsze, według tego, co powiedział J.P. Morgan, „Rynek giełdowy będzie podlegał wahaniom". Giełda to miejsce, w którym nic nie jest stałe i w którym może nastąpić wiele zmian, i to zmian przebiegających w obu kierunkach: w górę i w dół. Po wtóre, więcej obserwacji sytuuje się po prawej stronie punktu zerowego niż po lewej: rynek giełdowy wykazywał przeciętnie silniejszą tendencję wzrostową niż spadkową.
Rozkład normalny pozwala nam poddać hipotezę błądzenia przypadkowego surowszemu sprawdzianowi. Należy tu jednak wprowadzić pewne istotne zastrzeżenie. Nawet jeśli błądzenie przypadkowe jest zasadnym opisem rzeczywistości rynku giełdowego – jeśli ceny akcji odpowiadają w pełni rozkładowi normalnemu – średnia nie będzie równa zeru. Przewaga tendencji wzrostowej nie powinna nas dziwić. W dłuższym okresie zamożność posiadaczy akcji zwykłych zwiększała się wraz z rozwojem gospodarki oraz wzrostem przychodów i zysków spółek giełdowych. Ponieważ większość zmian kursów akcji była związana ze zwyżką cen, przeciętna zmiana cen akcji powinna osiągnąć wartość większą od zera.
Dane za kolejne lata wskazują, że żadna przeciętna roczna zmiana cen nie jest typowa. Wyniki są rozrzucone nieregularnie po obu stronach średniej, która wynosi 7,7 procent*****. Odchylenie standardowe jest równe 19,3 procent, co oznacza, że w dwóch trzecich przypadków roczne zmiany cen akcji będą się

przypuszczalnie mieściły w przedziale od -12,1 do +27 procent. Wprawdzie tylko w 2,5 procent lat – raz na czterdzieści lat – zmiany cen mogą być większe od +46,4 procent, ale pocieszające jest to, że tylko raz na czterdzieści lat wyniki rynku okazują się gorsze od -31,6 procent.
Ceny akcji rosły w ciągu czterdziestu siedmiu lat na siedemdziesiąt uwzględnionych w tej próbce, to znaczy na każde trzy lata przypadały dwa lata zwyżki cen akcji. Oznacza to, że kursy akcji spadały przez dwadzieścia trzy lata; w przypadku dziesięciu z owych dwudziestu trzech lat, czyli niemal w połowie, spadek cen przekroczył wielkość jednego odchylenia standardowego – był większy od 12,1 procent. Straty w owych niepomyślnych latach wynosiły przeciętnie -15,2 procent.
Czy siedemdziesiąt wyników obserwacji stanowi wystarczające świadectwo, na którego podstawie możemy ocenić, czy zachowanie rynku giełdowego jest zgodne z procesem błądzenia przypadkowego? Przypuszczalnie nie jest to świadectwo wystarczające. Wiemy, iż rzuty kostką są wzajemnie niezależne, ale nasze próby złożone tylko z sześciu rzutów przynosiły na ogół wyniki, które wykazywały niewielkie podobieństwo do rozkładu normalnego. Dopiero wraz ze wzrostem liczby rzutów i prób teoria zaczynała istotnie pokrywać się z praktyką.
Wyniki dwustu osiemdziesięciu obserwacji kwartalnych wykazują znacznie większe podobieństwo do rozkładu normalnego niż dane za kolejne lata. Niemniej również w tym wypadku wyniki obserwacji są bardzo rozproszone i nie rozkładają się symetrycznie wokół średniej; występuje przy tym nieduża liczba bardzo dużych zmian. Przeciętna kwartalna zmiana cen wynosi +2 procent, ale 12-procentowe odchylenie standardowe informuje nas, iż +2 procent nie jest raczej typową zmianą cen, której moglibyśmy oczekiwać w każdym kwartale. 45 procent kwartalnych zmian cen jest niższych, a 55 procent – wyższych od przeciętnej 2-procentowej zmiany kwartalnej. Inwestor, który kupił i zachował portfel akcji przez siedemdziesiąt lat, zrobił na tym doskonały interes. Inwestor, który skłonny był oczekiwać, że akcje będą przynosić mu co kwartał 2-procentowe zyski, byłby głupcem. (Proszę zwrócić uwagę, iż użyłem tutaj czasu

przeszłego; nie mamy bowiem pewności, że dotychczasowe wyniki rynku przesądzają o tym, jakie będą jego wyniki w przyszłości). Osiemset czterdzieści miesięcznych zmian kursów akcji skupia się wyraźniej wokół średniej w porównaniu ze zmianami rocznymi i kwartalnymi; zmiany miesięczne charakteryzują się również większym uporządkowaniem. Średnia zmiana miesięczna wynosiła +0,6 procent. Jeśli odejmiemy tę liczbę od każdego z wyników obserwacji, aby wziąć poprawkę na naturalną długofalową tendencję wzrostową rynku, przeciętna zmiana będzie równa +0,00000000000000002 procent, przy czym 50,6 procent zmian miesięcznych jest wyższych, a 49,4 procent – niższych od owej przeciętnej wartości. Pierwszy kwartyl obserwacji, obejmujący 204 wyniki niższe od średniej, przyjmuje wartość -2,78 procent, podczas gdy trzeci kwartyl, obejmujący 204 wyniki wyższe od średniej, przyjmuje wartość +2,91 procent. Rozkład wyników charakteryzuje się więc niemal doskonałą symetrią.

Na losowy charakter 840 zmian miesięcznych wskazuje również występowanie niewielkiej ilości serii – to znaczy miesięcy, w których ruchy cen akcji przebiegały w tym samym kierunku, co w poprzednich miesiącach. Zmiany o tym samym kierunku w dwóch kolejnych miesiącach występowały jedynie w połowie przypadków, natomiast trendy pięciomiesięczne można było zaobserwować tylko w przypadku 10 procent długości okresu objętego obserwacją. Wyniki rynku giełdowego wykazują zatem pewnego rodzaju podobieństwo do błądzenia przypadkowego, przynajmniej gdy bierzemy pod uwagę 840 obserwacji miesięcznych; dane nie rozkładałyby się bowiem w taki sposób wokół średniej, gdyby zmiany cen akcji nie były wzajemnie niezależne – tak samo jak rzuty kostką. Po uwzględnieniu poprawki na tendencję wzrostową spadki cen występują niemal z jednakowym prawdopodobieństwem jak zwyżki kursów akcji; zmiany ciągłe, w przypadku których tendencja utrzymuje się dłużej niż miesiąc, były rzadkie; wskaźniki zmienności zbliżają się wyraźnie do wartości, jaką powinny osiągnąć zgodnie z przewidywaniami teorii.

Zakładając, że wolno nam wykorzystać warunek sformułowany przez Jakoba Bernoullego, iż przyszłość będzie podobna do przeszłości,

możemy dzięki tym informacjom obliczyć, jakie jest ryzyko, że w dowolnym miesiącu ceny akcji ulegną zmianie określonej wielkości. Średnia miesięczna zmiana cen akcji objętych indeksem S&P wynosiła 0,6 procent z odchyleniem standardowym równym 5,8 procent. Jeśli zmiany cen mają rozkład losowy, istnieje 68-procentowe prawdopodobieństwo, że w dowolnym miesiącu spadek cen akcji nie będzie większy niż 5,2 procent, a wzrost nie przekroczy 6,4 procent. Przypuśćmy, że chcemy obliczyć prawdopodobieństwo spadku cen w którymkolwiek miesiącu. Po wykonaniu obliczeń otrzymujemy wynik 45 procent – czyli nieco mniej niż w połowie przypadków. Ale spadek cen w dowolnym miesiącu przekraczający 10 procent występuje jedynie z prawdopodobieństwem 3,5 procent, co oznacza, że powinien on nastąpić raz na trzydzieści miesięcy, natomiast 10-procentowe zmiany w obu kierunkach będą się pojawiały raz na piętnaście miesięcy.

Okazało się również, że 33 spośród 840 miesięcznych obserwacji (czyli około 4 procent wszystkich wyników) oddalone były od średniej miesięcznej zmiany (+0,6 procent) o więcej niż dwa odchylenia standardowe – to znaczy niższe od -11 procent bądź wyższe od 12,2 procent. Wprawdzie 33 gwałtowne wahania cen to mniej, niż można by się spodziewać po czysto losowej serii obserwacji, ale w 21 przypadkach były to gwałtowne spadki kursów; rozkład losowy wskazywałby tu liczbę 16 lub 17. Rynek z trwałą długofalową tendencją wzrostową odnotowałby w ciągu 816 miesięcy nawet mniej niż 16 dramatycznych spadków cen.

W sytuacjach ekstremalnych zachowania rynku giełdowego nie odpowiadają błądzeniu przypadkowemu. W sytuacjach ekstremalnych łatwiej stracić na giełdzie fortunę, niż ją zyskać. Giełda to naprawdę bardzo ryzykowne miejsce.

Podstawowe wątki dotychczasowych rozdziałów naszej opowieści związane były z liczbami. Matematycy odgrywali pierwszoplanowe role w naszych rozważaniach poświęconych odkryciom starożytnych Hindusów, Arabów i Greków czy badaniom Gaussa i Laplace'a w wieku dziewiętnastym. Głównym przedmiotem naszych zainteresowań było raczej prawdopodobieństwo niż niepewność.

***

Na scenie nastąpi teraz zmiana dekoracji. Realne życie nie przypomina partii **balia** Paciolego; nie jest ono sekwencją niezależnych czy też niepowiązanych ze sobą zdarzeń. Zachowania rynku giełdowego wykazują znaczne podobieństwo do błądzenia przypadkowego, ale nie jest to podobieństwo doskonałe. Wartości przeciętne są w pewnych sytuacjach użytecznymi wskazówkami, ale w wielu innych sprowadzają nas tylko na manowce. W jeszcze innych sytuacjach w ogóle nie możemy korzystać z pomocy liczb i musimy ukradkiem uchylać zasłonę przyszłości, kierując się tylko naszymi domysłami.

Nie oznacza to jednak, że liczby nie są przydatne w realnym życiu. Sztuka polega na tym, by wyrobić sobie zdolność rozeznania, kiedy liczby są istotne, a kiedy nie są. Mamy więc przed sobą wiele nowych pytań, na które musimy udzielić odpowiedzi.

Na przykład: co wyznacza ryzyko wiążące się z nalotem bombowym – siedem milionów ludzi czy jeden słoń? Do której z wartości przeciętnych powinniśmy się odwołać, gdy próbujemy scharakteryzować normalne zachowania rynku giełdowego: przeciętnej miesięcznej zmiany cen w okresie od 1926 do 1995 roku (+0,6 procent), nikłej przeciętnej zmiany miesięcznej w latach 1930–1940 (0,1 procent) czy obiecującej średniej zmiany miesięcznej od 1954 do 1964 roku (+1 procent)?

Innymi słowy, co rozumiemy przez „normalność”? W jakiej mierze jakakolwiek wartość przeciętna opisuje normę? Na ile stabilnym, mocnym wskaźnikiem zachowania jest wartość przeciętna? Jeżeli wyniki obserwacji odbiegają od wartości przeciętnej ustalonej w przeszłości, z jakim prawdopodobieństwem będą one powracać do owej wartości w przyszłości? Jeśli zaś istotnie będą do niej powracać, czy zatrzymają się na tej granicy czy raczej ją przekroczą?

Co można powiedzieć o owych rzadkich sytuacjach, w których kursy akcji pną się w górę przez kolejnych pięć miesięcy? Czy jest prawdą, że wszystko, co rośnie, musi potem spadać? Czy pycha zawsze poprzedza upadek? Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że przedsiębiorstwo, które znajduje się w opłakanej sytuacji, zdoła doprowadzić swoje sprawy do porządku? Czy człowiek o osobowości maniakalnej musi prędzej czy później popaść w depresję, i na

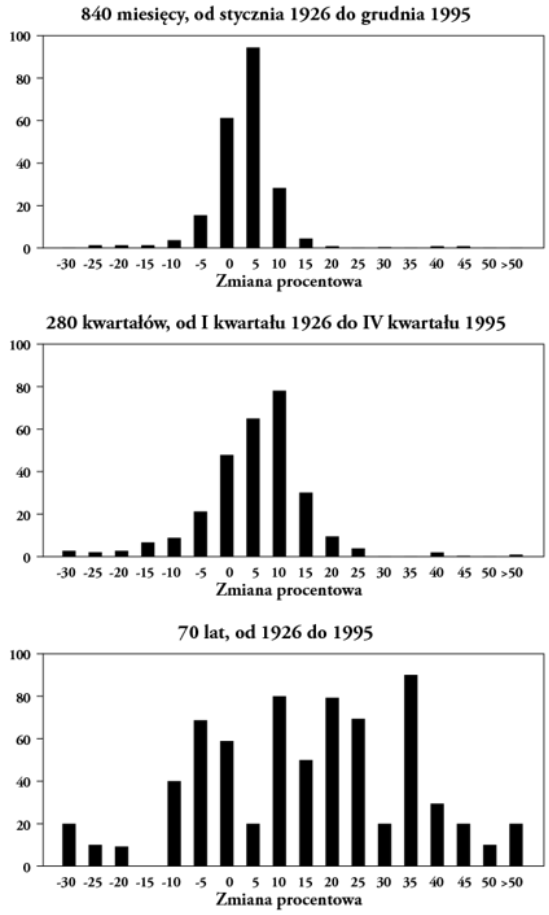
odwrót? Kiedy skończy się susza? Czy pomyślna koniunktura czeka tuż za rogiem?
Odpowiedzi na te pytania zależą od umiejętności odróżniania tego co normalne od tego co nienormalne. Większość ryzykownych działań opiera się na sprzyjających okolicznościach, które mają swoje źródło w odchyleniach od normy. Kiedy analitycy mówią nam, że ich ulubione akcje są niedowartościowane, mają na myśli to, że inwestor może zyskać, kupując owe akcje teraz i czekając, aż ich wartość wróci do normy. Z drugiej strony, depresje czy stany maniakalne mogą nie ustępować przez całe życie. W 1932 roku gospodarka amerykańska nie chciała wyjść z zastoju, mimo że pan Hoover i jego doradcy byli przekonani, że jakiekolwiek ingerencje ze strony rządu mogą jedynie przeszkodzić jej spontanicznemu powrotowi na drogę rozwoju.
Nikt nie odkrył w istocie pojęcia normy, podobnie jak nikt nie wynalazł pojęcia wartości przeciętnej. Francis Galton, angielski uczony amator z czasów wiktoriańskich, oparł jednak pojęcie wartości przeciętnej na fundamencie wzniesionym przez Gaussa i jego poprzedników – rozkładzie normalnym – i zbudował nową konstrukcję. Miała ona ułatwić ludziom rozróżnianie mierzalnego ryzyka od tej postaci niepewności, która zmusza nas do odgadywania, co przyniesie przyszłość.
Galton nie był uczonym poszukującym niezmiennych prawd. Był człowiekiem praktycznym, rozmiłowanym w badaniach naukowych, pozbawionym wszakże profesjonalnego przygotowania. Nowatorskie pomysły Galtona i wyniki jego badań wywarły jednak trwały wpływ zarówno na matematykę, jak i na nasze praktyczne umiejętności podejmowania decyzji w codziennym życiu.

**Przypisy**

[1] Informacje biograficzne dotyczące Gaussa pochodzą głównie z prac Schaafa, 1964, i Bella, 1965.
[2] Schaaf, 1964, s. 40.
[3] Bell, 1965, s. 310.

[4] Dane dotyczące biografii Laplace'a zaczerpnąłem z książki Newmana, s. 1291–1299.
[5] Newman, 1988d, s. 1297.
[6] Tamże, s. 1297.
[7] Tamże, s. 1297.
[8] Bell, 1965, s. 324.
[9] Tamże, s. 307.
[10] Omawiane poniżej fakty i przykłady zaczerpnąłem z książki Schaafa, 1964, s. 23–25.
[11] Bell, 1965, s. 321.
[12] Tamże, s. 331.
[13] Cytuję za Schaafem, 1964, s. 114.
[14] Szczegółowy opis eksperymentu Robertsa można znaleźć w mojej pracy z 1992 roku *Capital Ideas: The Improbable Origins of Modern Wall Street.*
* Kurs wymiany frank/dolar utrzymywał się przez lata na zaskakująco stałym poziomie – 5 do 1. A zatem 2000 franków miało wartość zbliżoną do 400 dolarów według siły nabywczej tej waluty z 1807 roku. Siła nabywcza dolara w 1807 roku była dwunastokrotnie większa od siły nabywczej dzisiejszego dolara.
** Odchylenie standardowe, wynalezione przez de Moivre'a, jest narzędziem służącym do pomiaru rozproszenia obserwacji wokół średniej. Mniej więcej dwie trzecie obserwacji (68,26 procent) mieści się w przedziale jednego odchylenia standardowego od średniej; dwie trzecie obserwacji zawiera się w przedziale dwóch odchyleń standardowych od średniej.
*** Doświadczenia Richarda Price'a uczą nas, że musimy rozporządzać danymi dobrej jakości. W przeciwnym razie z bezwartościowych danych możemy wyprowadzić tylko bezwartościowe wnioski.
**** Czytelnicy obeznani ze statystyką mogą wysunąć zarzut, że powinienem posłużyć się w tych rozważaniach analizą rozkładu logarytmiczno-normalnego. Dla czytelników nieznających statystyki taki sposób prezentacji jest jednak znacznie bardziej przystępny, a

wynikające stąd nieścisłości wydają się na tyle niewielkie, iż nie usprawiedliwiają wprowadzania dalszych komplikacji.
***** Przedstawione tutaj dane dotyczą tylko zmian kursów akcji i nie uwzględniają dochodów z dywidendy. Po uwzględnieniu całkowitych dochodów z akcji średnia wynosi 12,3 procent, a odchylenie standardowe – 20,5 procent.




Diagramy przedstawiają procentowe zmiany indeksu S&P 500 w skali miesięcznej, kwartalnej i rocznej od stycznia 1926 do grudnia 1995

## Rozdział 4

# Człowiek ze zwichniętym mózgiem

Francis Galton (1822–1911) był osobą pogardliwie odnoszącą się do ludzi z niższych warstw społecznych i poza krótkim okresem, gdy jako dwudziestolatek odbywał staż w szpitalu, nie utrzymywał się nigdy z pracy własnych rąk[1]. Galton jest wszakże jedną z najbardziej urzekających i sympatycznych postaci, jakie przewijają się na kartach tej książki. Był bliskim kuzynem Karola Darwina, sporadycznie podejmującym badania nad nowymi wynalazkami, i niezmordowanym odkrywcą tych części Afryki, których nie dotknęła stopa białego człowieka. Wniósł również doniosły wkład w rozwój teorii kontrolowania ryzyka, jakkolwiek był to owoc jego uporczywego dążenia do realizacji pewnej niebezpiecznej idei.

Pomiar był pasją Galtona – a mówiąc ściślej, jego obsesją. „Gdziekolwiek jest to możliwe, licz" – miał jakoby mawiać Galton[2]. Odnotowywał rozmiary głów, nosów, rąk, nóg, różnice wzrostu i wagi, barwę oczu, liczbę bezpłodnych potomków; mierzył również, ile razy wykładowca doprowadził do irytacji swych słuchaczy i jak intensywne rumieńce pojawiają się na twarzach kibiców na trybunach toru wyścigowego. Klasyfikował atrakcyjność dziewcząt, które spotykał na ulicy, wydzierając otwór w kartce, którą trzymał w lewej kieszeni, gdy dziewczyna była urodziwa, a w kartce znajdującej się w prawej kieszeni – gdy była niełądna. W jego „mapie piękności" Wielkiej Brytanii najwyższą ocenę uzyskały mieszkanki Londynu; najgorzej wypadły dziewczęta z Aberdeen. Przestudiował 10 000 orzeczeń sądowych i zauważył, że najczęściej zapadające wyroki występują w regularnych odstępach: skazywano na 3, 6, 9, 12, 15, 18 i 24 lata, natomiast nigdy nie zasądzono kary 17 lat więzienia i zapadło bardzo niewiele wyroków 11-i 13-letnich. Na wystawie bydła skonfrontował oceny 800 gości z rzeczywistą wagą pewnego wołu i doszedł do wniosku, że „przeciętna vox populi była trafna z dokładnością do jednego procenta rzeczywistej wartości"[3].

Laboratorium Antropometryczne Galtona, utworzone w 1884 roku, zajmowało się pomiarem oraz badaniem zakresu i natury wszelkich możliwych miar ludzkiego ciała, między innymi odcisków palców. Odciski palców fascynowały Galtona, ponieważ w odróżnieniu od wszystkich innych części ludzkiego ciała nie zmieniają się wraz z wiekiem. W 1893 roku Galton opublikował 200-stronicową książkę poświęconą tej problematyce, która doprowadziła wkrótce do powszechnego zastosowania badania odcisków palców w pracy policji.

Galton nie potrafił wyzwolić się od nałogu przeprowadzania pomiarów nawet podczas wyprawy na wielkie łowy na terenach dzisiejszej Namibii. Przybywszy do jednej z wiosek Hotentotów zwrócił uwagę na „figury kobiet, który wprawiłyby w rozpacz damy z naszego kraju – figury, które pozwalałyby im szydzić z krynoliny"[4]. Jego uwagę przyciągnęła zwłaszcza jedna kobieta[5]. Jako człowiek nauki miał, jak pisze, „ogromną ochotę przeprowadzić dokładne pomiary jej kształtów". Nie znając języka Hotentotów i nie mając pewności, w jaki sposób przeprowadzić te pilne prace badawcze, zdołał jednak dopiąć swego:

> Nagle mój wzrok padł na sekstans; w tej samej chwili olśniła mnie pewna myśl, i przeprowadziłem serię pomiarów jej figury ze wszystkich stron [...] To uczyniwszy, wyciągnąłem śmiało taśmę mierniczą i zmierzyłem odległość od miejsca, w którym stała owa kobieta, a uzyskawszy w ten sposób podstawę i kąty, obliczyłem wyniki przy pomocy trygonometrii i logarytmów.

Galton był ucieleśnieniem Anglika doby wiktoriańskiej, który traktował każdy zakątek ziemi jak swoją prywatną posiadłość. W trakcie innego etapu wyprawy na łowy do Afryki Galton zaniepokoił się, że miejscowy kacyk może zaatakować jego obóz. Odziawszy się w swój czerwony myśliwski płaszcz, czapkę i buty z cholewami, dosiadł wołu i zajechał pod największą chatę w wiosce, zmuszając zwierzę, by wsunęło łeb do wnętrza chaty. Obóz Galtona nie został nigdy zaatakowany.

W innej wiosce popełnił natomiast sporą gafę, odmawiając wzięcia udziału w ceremonii, podczas której gospodarz przepłukuje usta wodą, a następnie wypluwa ją na twarze gości. Kiedy zaś król Nangoro podarował mu księżniczkę Chapange, by umiliła mu noc swoim towarzystwem, Galton był zdumiony, gdy przybyła do jego namiotu „wymazana ochrą i masłem". „Byłem ubrany w mój jedyny przyzwoity strój z białego lnu; odprawiłem ją tedy bez dłuższych ceregieli".

Król Nangoro nie mógł uwierzyć, że istnieją takie miejsca na Ziemi, które zamieszkują wyłącznie ludzie o białym kolorze skóry. Galton i jego towarzysze byli w jego mniemaniu wędrownymi zwierzętami, czy też

pewnego rodzaju anomalią. Jeden z towarzyszy Galtona musiał wielokrotnie rozbierać się na oczach króla, aby udowodnić mu, że całe ciało ma pokryte białą skórą.
Ciekawość Galtona była nienasycona. Kiedy do Cambridge zawitał objazdowy cyrk, w czasie gdy Galton odbywał tam studia, uczony skierował swe pierwsze kroki do klatki lwa, stając się czwartą osobą w historii owego cyrku, która odważyła się to uczynić. W trakcie swych ulubionych godzin nauki, od dziesiątej wieczorem do drugiej nad ranem, odpędzał senność, wykorzystując wynalezioną przez siebie „przemyślną maszynę orzeźwiającą", czyli urządzenie, które zwilżało mu głowę chłodną wodą. Galton miał również później wynaleźć urządzenie umożliwiające lekturę pod wodą; pewnego razu niemal utopił się w swojej wannie, pogrążywszy się w lekturze interesującej książki.

***

Jak się wkrótce przekonamy, zafascynowanie pomiarem i talenty wynalazcy miały dla Galtona opłakane konsekwencje. Mimo to powinniśmy docenić ogromny wkład, jaki wniósł w rozwój statystyki i metod kontrolowania ryzyka. Podobnie jak w przypadku Cardana nacisk, jaki położył Galton na konieczność poddawania idei sprawdzianom eksperymentalnym, doprowadził do powstania nowej teorii statystycznej, chociaż poszukiwanie jej nie było podstawowym celem jego dociekań.

***

Galton wprowadza nas w świat powszedniego życia, w którym ludzie oddychają, pocą się, spółkują i zastanawiają nad swoją przyszłością. Oddalamy się zatem od stołów gry i gwiazd, środków, do których odwoływali się wcześniejsi matematycy, by skorygować swojej teorie. Galton przejął owe teorie w gotowej postaci i starał się ustalić, dlaczego się sprawdzają.
Galton nie odwołuje się nigdy do Jakoba Bernoullego, ale w jego pracach znajduje odzwierciedlenie pogląd, którego konsekwentnie bronił szwajcarski uczony, iż badania nad prawdopodobieństwem są nieodzownym narzędziem analizy chorób, sprawności umysłu i zręczności fizycznej. Podążał również śladami Graunta i Price'a, których interesowała przede wszystkim organizacja ludzkiego społeczeństwa, a nie badania przyrodnicze. Wiedza, jaką udało się na tej drodze uzyskać Galtonowi i innym odkrywcom, doprowadziła w końcu do powstania złożonych instrumentów pomiaru i kontroli ryzyka, które znajdują współcześnie zastosowanie w dziedzinie zarządzania przedsiębiorstwem i finansach.
Galton wychowywał się w zamożnej rodzinie, w której toczyło się aktywne życie intelektualne. Jego dziad, Erasmus Darwin, był jednym z najsłynniejszych lekarzy swoich czasów, ale jego zainteresowania nie ograniczały się tylko do medycyny. Wynalazł prom, który poruszał się dzięki złożonej maszynerii, a nie zwierzętom pociągowym, oraz klozet spłukiwany wodą. Prowadził również eksperymentalne badania nad silnikami parowymi i wiatrakami, i napisał *The Loves of the Plants*, poemat złożony z dwóch tysięcy wierszy, w którym opisywał z naukową wnikliwością procesy rozrodcze wielu rozmaitych roślin. W 1796 roku, mając 65 lat, Erasmus opublikował dwutomowe dzieło pod tytułem *Zoonomia, or the Theory of Generations*. Wprawdzie książka Darwina doczekała się trzech wydań w ciągu zaledwie siedmiu lat, ale nie znalazła uznania w społeczności uczonych, ponieważ była bogata w refleksje teoretyczne, ale uboga w fakty. **Zoonomia** wykazuje jednak uderzające podobieństwo do książki **O pochodzeniu gatunków**, którą 63 lata później opublikował bardziej sławny wnuk Erasmusa, Karol Darwin.
Jako czteroletnie dziecko Galton chwalił się, że potrafi przeczytać każdą książkę napisaną po angielsku. Umiał recytować z pamięci „rzeczowniki, przymiotniki i czasowniki łacińskie, a także 52 wersy łacińskiej poezji"; potrafił również wykonywać mnożenie przez 2, 3, 4, 5, 6, 7 i $10^6$.
Mając zaledwie szesnaście lat, zaczął studiować medycynę w Birmingham, ale swoje wizyty na oddziałach szpitalnych i w prosektoriach opisywał jako „Okropność, okropność i jeszcze raz okropność!"[7]. Kiedy Karol Darwin poradził mu, by „czym prędzej przystąpił do lektur matematycznych", Galton wyruszył do Cambridge, gdzie zaczął studiować matematykę i języki klasyczne[8].
Galton był już 22-letnim młodzieńcem, gdy zmarł jego ojciec, pozostawiając swoim siedmiorgu dzieciom pokaźny majątek. Doszedłszy do wniosku, iż może teraz żyć według własnych upodobań, Galton porzucił wkrótce formalne studia. Zainspirowany wyprawą Darwina na wyspy Galapagos, wyruszył w pierwszą podróż do Afryki, gdzie przepłynął Nil, a następnie na grzbiecie wielbłąda dotarł do Chartumu – pokonując w sumie odległość tysiąca mil. Po powrocie do Anglii przepróżniaczył cztery lata, po czym wybrał się w kolejną podróż do Afryki. W 1853 roku napisał książkę o Afryce, dzięki której zyskał uznanie w społeczności uczonych i został przyjęty do Królewskiego Towarzystwa Geograficznego, które

nagrodziło go złotym medalem. W 1856 roku przyjęto go również w poczet członków Królewskiego Towarzystwa Naukowego.
Druga wyprawa do Afryki, którą Galton podjął, mając 27 lat, „poważnie nadwerężyła jego zdrowie", na co złożyło się zarówno wyczerpanie fizyczne, jak i ataki depresji, które miały się często powtarzać w jego późniejszym życiu. Opisując stan, w jakim znajdował się w takich okresach, Galton mówił o sobie jako o człowieku „ze zwichniętym mózgiem"[9].

***

Galton był uczonym amatorem, który żywo interesował się zagadnieniami dziedziczności, ale nie wykazywał żadnego zainteresowania dla problematyki przedsiębiorczości i ekonomii. Jego badania nad „idealnymi przeciętnymi typami synowskimi", „typami rodzicielskimi" i „przeciętnymi typami ancestralnymi" doprowadziły go do pewnego odkrycia w dziedzinie statystyki, które odgrywa istotną rolę w prognozowaniu przyszłości i kontrolowaniu ryzyka.
Badania nad dziedzicznością wiążą się z przekazywaniem następnym pokoleniom takich kluczowych cech, jak inteligencja, kolor oczu, wzrost i dyspozycje behawioralne. W badaniach tych uwzględnia się przypadki nietypowe – jednostki, które swymi cechami odbiegają od normy – ale większą wagę przykłada się do tendencji, by wszystkie osobniki pewnego gatunku były do siebie podobne. Kryjąca się w tym skłonność do jednorodności, do dominacji wartości przeciętnej – jest potężnym narzędziem statystycznym, które ma związek z wieloma aspektami kontrolowania ryzyka.
Podstawowym celem badań Galtona było wyjaśnienie, dlaczego pewne uzdolnienia utrzymują się w kolejnych pokoleniach niektórych rodzin, między innymi rodziny Darwinów i, nie przypadkiem, rodziny Bernoullich. Galton miał nadzieję, że będzie mógł odkryć owe trwałe uzdolnienia u swojego potomstwa, ale on i jego małżonka nie mieli dzieci, podobnie jak obaj bracia Galtona i jedna z jego sióstr. Przede wszystkim jednak Galton starał się wyróżnić „natury najbardziej szlachetne" wśród członków rodzin, które sklasyfikował jako najbardziej utalentowane.
W 1883 roku nadał tej dziedzinie badawczej nazwę eugenika, której grecki źródłosłów oznacza tyle co „dobry" lub „dobrze". Przejęcie tego terminu pół wieku później przez ideologię nazistowską wiązało się z eksterminacją milionów istot ludzkich, które w oczach nazistów były pozbawione wszelkich uzdolnień czy jakiegokolwiek rodzaju wartości.
Pytanie, czy można obarczać Galtona odpowiedzialnością za owe złowrogie następstwa, było przedmiotem ożywionych sporów. Nic nie wskazuje na to, iż był on człowiekiem, który byłby gotów zaakceptować takie barbarzyństwo. Według Galtona dobre jest takie społeczeństwo, które wywiązuje się z obowiązku edukacji i udzielania pomocy „bardzo utalentowanym" jednostkom, niezależnie od ich zamożności, pozycji społecznej czy pochodzenia rasowego. Proponował, by zapraszać i gościnnie przyjmować w Wielkiej Brytanii „emigrantów i uchodźców z innych krajów" i zachęcać ich potomków do przyjmowania brytyjskiego obywatelstwa. Wydaje się jednak, iż poszukiwał zarazem metod ograniczania rozrodczości ludzi mniej utalentowanych i chorych; sugerował, że dobre społeczeństwo byłoby również społeczeństwem, „w którym jednostki słabe mogą znaleźć gościnę i schronienie w bezżennych klasztorach męskich i żeńskich"[10].
Niezależnie od użytku, jaki z eugenicznych badań Galtona zrobili inni, ich znaczenie wykracza daleko poza zagadnienia, którymi się bezpośrednio zajmował. Mówiąc najkrócej, badania Galtona ugruntowały wiarygodność truizmu, iż różnorodność jest solą życia. Składając hołd Kleopatrze, Enobarbus miał wypowiedzieć uwagę: „Wiek nie może zniweczyć jej urody, a nawyki nie osłabiają jej nieskończonej różnorodności". Choć Kleopatra była zawsze tą samą kobietą, okazywała się na przemian kochanką i przyjaciółką, kobietą zimną i namiętną, kusicielką i zajadłym wrogiem, była uległa i wymagająca. Jeden człowiek może nosić w sobie cechy wielu ludzi.
Indywidualne odrębne cechy możemy dostrzec u każdego z siedmiu miliardów ludzi, którzy zamieszkują obecnie kulę ziemską. W lasach stanu Vermont rośnie nieprzeliczona liczba klonów, a każdy z nich różni się od wszystkich pozostałych, chociaż żadnego z klonów nie sposób pomylić z brzozą czy świerkiem kanadyjskim. Zarówno akcje General Electric, jak akcje Biogenu są notowane na giełdzie nowojorskiej, ale są obciążone zupełnie innym rodzajem ryzyka.
Która z wielu masek Kleopatry, z miliardów żyjących obecnie ludzi, z nieprzeliczonych klonów, brzóz i świerków rosnących w lasach stanu Vermont albo z akcji notowanych na giełdzie nowojorskiej jest prototypowym egzemplarzem swojej klasy? W jakiej mierze elementy każdej klasy różnią się między

sobą? W jakim stopniu dziecko z Ugandy różni się od staruszki ze Sztokholmu? Czy owe różnice są systematyczne czy raczej są jedynie wynikiem przypadkowych oddziaływań? A z drugiej strony, co rozumiemy przez normę?
Poszukując odpowiedzi na te pytania, Galton nie wspomina o badaniach dawnych matematyków i nie przywiązuje większej wagi do roli badaczy statystyki społecznej, takich jak Graunt. Przytacza jednak obszerne fragmenty empirycznych badań przeprowadzonych w latach dwudziestych i trzydziestych dziewiętnastego wieku przez belgijskiego uczonego Lamberta Adolphe'a Jacques'a Queteleta. Quetelet, starszy od Galtona o dwadzieścia lat, był niezmordowanym badaczem warunków społecznych i miał nie mniejszą od Galtona obsesję na punkcie pomiaru[11].

***

Quetelet miał zaledwie 23 lata, gdy otrzymał swój pierwszy tytuł doktora nauk, który został mu przyznany przez nowy uniwersytet w Gandawie. Do tego czasu zdążył ukończyć studia na Wydziale Sztuk Pięknych; był już również autorem wierszy i współautorem opery. Quetelet był też, jak to określa historyk statystyki, „przedsiębiorcą naukowym i uczonym w jednej osobie"[12]. Przyczynił się do utworzenia kilku towarzystw statystycznych, między innymi Królewskiego Towarzystwa Statystycznego w Londynie i Międzynarodowego Kongresu Statystycznego, przez wiele lat był lokalnym korespondentem belgijskiego rządowego urzędu statystycznego. Około roku 1820 objął przywództwo kampanii na rzecz zbudowania w Belgii nowego obserwatorium, mimo że jego wiedza o astronomii była wówczas nikła. Po utworzeniu obserwatorium udało mu się przekonać rząd belgijski do sfinansowania jego trzymiesięcznego pobytu w Paryżu, w trakcie którego miał studiować astronomię i meteorologię oraz nauczyć się, jak prowadzić obserwatorium.
W Paryżu zetknął się z czołowymi francuskimi astronomami i matematykami, od których dowiedział się wielu rzeczy o prawdopodobieństwie. Być może spotykał się nawet z Laplace'em, który miał wówczas 74 lata, i zaczął przygotowywać do druku ostatni tom swego arcydzieła, Mecanique celeste. Teoria prawdopodobieństwa zafascynowała Queteleta. Napisał później trzy książki poświęcone tej problematyce, z których ostatnia ukazała się w 1853 roku. Z wiedzy, którą zdobył we Francji, Quetelet zrobił dobry – i praktyczny – użytek.
Po powrocie z Francji w 1820 roku kontynuował pracę w Królewskim Obserwatorium w Brukseli, ale prowadził również badania nawiązujące do francuskiej statystyki ludności i zaczął planować przeprowadzenie najbliższego spisu ludności w 1829 roku. W 1827 roku opublikował monografię zatytułowaną **Badania nad populacją, urodzeniami, zgonami, więzieniami, przytułkami dla ubogich itd. w Królestwie Niderlandów**, w której poddał krytyce metody gromadzenia i analizowania danych wykorzystywane w statystyce społecznej. Quetelet pragnął zastosować metodę, którą opracował jeszcze w latach osiemdziesiątych osiemnastego wieku Laplace, do oszacowania liczby mieszkańców Francji. Metoda Laplace'a wymagała pobrania losowej próbki ze zróżnicowanej grupy trzydziestu departamentów i wykorzystania owej próbki jako podstawy oszacowania całej populacji. Pewien uczony przekonał jednak Queteleta, by zarzucił tę metodę badawczą. Kłopot polegał na tym, że urzędnicy odpowiedzialni za przeprowadzanie spisów ludności we Francji nie mieli możliwości ustalenia, na ile reprezentatywne mogą być takie próbki. W każdym regionie występowały bowiem pewne zwyczaje i niepisane prawa, które nie pozostawały bez wpływu na wskaźnik urodzeń. Ponadto, zgodnie z ustaleniami Halleya i Price'a, na reprezentatywność wyników pomiarów przeprowadzanych nawet na niewielkim obszarze istotny wpływ mogły wywierać migracje ludności. W przeciwieństwie do Enobarbusa Quetelet odkrył zbyt wielką różnorodność w strukturze społecznej Francji, by można było wyprowadzać uogólnienia na podstawie ograniczonej próbki danych. Jedynym rozwiązaniem było przeprowadzenie powszechnego spisu ludności.
Doświadczenie to skłoniło Queteleta do wykorzystania pomiarów społecznych w próbach wyjaśnienia, dlaczego istnieją tak wielkie różnice między ludźmi i regionami – skąd bierze się owa różnorodność, która jest solą życia. Gdyby owe różnice były tylko wynikiem przypadku, dane wyglądałyby mniej więcej tak samo dla każdej pobranej próbki; gdyby były to różnice systematyczne, każda próbka różniłaby się od wszystkich pozostałych.
Zainspirowany tą ideą Quetelet pofolgował swojej skłonności przeprowadzania pomiarów, co odzwierciedla opis przedstawiony przez Stephena Stiglera:

Badał wskaźniki urodzeń i śmierci uwzględniając miesiące i miasta, temperaturę i porę dnia [...] Badał śmiertelność pod kątem wieku, zawodu, miejsca zamieszkania, pory roku, śmiertelność w więzieniach i szpitalach. Brał pod uwagę wzrost, wagę, dojrzałość organizmu i siłę [...] [opracował również] statystykę pijaństwa, obłędu, samobójstw i przestępczości[13].
Owocem tych badań była praca **Sur l'homme et le développement de ses facultes: Physique sociale**, która ukazała się najpierw w języku francuskim, a następnie została przełożona na angielski. Francuskim terminem, który Quetelet ukuł dla nauki o owych „uzdolnieniach", była **physique sociale**. Dzieło to ugruntowało pozycję Queteleta. Autor trzyczęściowej recenzji opublikowanej w jednym z najpoważniejszych periodyków naukowych stwierdził: „Uważamy ukazanie się owych tomów za epokowe wydarzenie w pisanych dziejach cywilizacji"[14].
Książka Queteleta nie składała się tylko z suchych danych statystycznych i nużącego komentarza. Quetelet dał jej bohatera, który żyje po dzień dzisiejszy: był nim **l'homme moyen**, czyli przeciętny człowiek. Pojęcie to zawładnęło masową wyobraźnią i przyniosło Queteletowi jeszcze większą sławę. Quetelet zamierzał zdefiniować własności przeciętnego mężczyzny (a w niektórych wypadkach kobiety), który miał się stać następnie modelem konkretnej grupy, z jakiej został wybrany: mogła to być grupa przestępców, alkoholików, żołnierzy albo ludzi zmarłych. Quetelet spekulował nawet, że „Gdyby jednostka w jakiekolwiek fazie rozwoju społeczeństwa posiadała wszystkie cechy przeciętnego człowieka, reprezentowałaby sobą wszystko co wielkie, dobre i piękne"[15].
Nie wszyscy zgadzali się jednak z poglądem Queteleta. Najsurowszym krytykiem jego książki był Antoine-Augustin Cournot, słynny matematyk i ekonomista, autorytet w dziedzinie rachunku prawdopodobieństwa. Jeżeli nie przestrzegamy reguł prawdopodobieństwa – pisał Cournot – „nie możemy wyrobić sobie jasnego poglądu na precyzję pomiarów, jakie przeprowadza się w naukach odwołujących się do obserwacji [...] ani na warunki, które mogą zapewnić powodzenie przedsięwzięciom gospodarczym"[16]. Cournot szydził z pojęcia przeciętnego człowieka. Przeciętna wszystkich boków pewnego zbioru trójkątów prostokątnych – argumentował – nie dałaby trójkąta prostokątnego, a zupełnie przeciętny człowiek nie byłby człowiekiem, lecz pewnego rodzaju monstrum.
Quetelet nie zniechęcił się tą krytyką. Był przekonany, że potrafi zidentyfikować przeciętnego człowieka z dowolnej grupy wiekowej, o dowolnym zawodzie, miejscu zamieszkania i pochodzeniu etnicznym. Twierdził ponadto, że mógłby wskazać metodę, która pozwala wyjaśnić, dlaczego dowolna jednostka należy do tej a nie innej grupy. Był to krok o przełomowym znaczeniu, ponieważ nikt nie odważył się do tej pory zastosować matematyki i statystyki do wyodrębnienia przyczyny i skutku. „Skutki są proporcjonalne do przyczyn" – pisał Quetelet, a następnie dodawał, podkreślając wagę swoich słów: „Im większa jest liczba jednostek poddanych obserwacji, w tym większym stopniu osobliwości, fizyczne bądź moralne, usuwają się w cień, a na plan pierwszy wysuwają się fakty ogólne, dzięki którym społeczeństwo może istnieć i trwać"[17]. Quetelet rozwinął później owe koncepcje i zawarł je w wydanej w 1836 roku książce dotyczącej zastosowań prawdopodobieństwa w „naukach o moralności i polityce".
Queteletowskie studium przyczyn i skutków jest fascynującą lekturą. Quetelet przeprowadza na przykład gruntowną analizę czynników, które wywierają wpływ na procent wyroków skazujących w procesach o popełnienie przestępstwa. Przeciętnie 61,4 procent oskarżonych otrzymywało wyroki skazujące, ale prawdopodobieństwo skazania nie przekraczało 50 procent w przypadku oskarżonych o przestępstwo przeciw osobom, było natomiast wyższe od 60 procent w przypadku oskarżonych o przestępstwa przeciw mieniu. Prawdopodobieństwo skazania było niższe od 61,4 procent, gdy oskarżoną była kobieta w wieku powyżej 30 lat, która dobrowolnie stawiła się na procesie, zamiast ukrywać się przed wymiarem sprawiedliwości, a przy tym była osobą kulturalną i wykształconą. Quetelet starał się również ustalić, czy odchylenia od przeciętnego prawdopodobieństwa 61,4 procent były istotne czy przypadkowe: poszukiwał moralnej pewności w procesach ludzi oskarżonych o niemoralne czyny.
Quetelet dostrzegał krzywe dzwonowe w każdej dziedzinie, na którą skierował swój wzrok. Niemal w każdym przypadku „błędy", to znaczy odchylenia od wartości przeciętnej, posłusznie rozkładały się zgodnie z przewidywaniami Laplace'a i Gaussa – przyjmując postać rozkładu normalnego i układając się symetrycznie po obu stronach wartości przeciętnej. Ta piękna, harmonijna konfiguracja, osiągająca maksimum przy wartości przeciętnej, ugruntowała w Quetelecie przekonanie o słuszności jego ukochanej koncepcji przeciętnego człowieka. Legła ona u podłoża wszystkich wniosków, jakie wyprowadził ze swoich badań statystycznych.

W jednym z eksperymentów Quetelet przeprowadził pomiary klatki piersiowej 5738 szkockich żołnierzy. Sporządził rozkład normalny wyników występujących w tej grupie, a następnie porównał faktyczne wyniki z wynikami przewidywanymi przez teorię. Okazało się, że zachodzi między nimi niemal doskonała zgodność[18].

Zostało już wykazane, że gaussowskie rozkłady normalne są typowe dla wszystkich zjawisk przyrody; teraz miało się okazać, iż są one zakorzenione w społecznych strukturach i fizycznych własnościach istot ludzkich. Quetelet doszedł zatem do wniosku, że niemal doskonała zgodność z rozkładem normalnym w przypadku szkockich żołnierzy musi oznaczać, że odchylenia od wartości przeciętnej są raczej wynikiem przypadku niż systematycznych różnic występujących w tej grupie. Innymi słowy, badana grupa była w zasadzie jednorodna, a przeciętny szkocki żołnierz był w pełni reprezentatywny dla wszystkich szkockich żołnierzy. Oprócz wszystkich innych przymiotów Kleopatra była przede wszystkim kobietą.

Wyniki jednego z badań Queteleta nie wykazywały jednak doskonałej zgodności z rozkładem normalnym. W swoich analizach wzrostu 100 000 francuskich rekrutów ustalił, że zbyt wielu z nich kwalifikuje się do najniższej kategorii, aby rozkład mógł przyjąć postać krzywej dzwonowej. Ponieważ zbyt niski wzrost był podstawą zwolnienia ze służby wojskowej, Quetelet wysunął twierdzenie, że wyniki pomiarów zostały zafałszowane przez oszustwa, które umożliwiały poborowym uchylanie się od służby wojskowej.

Zarzut Cournota, iż przeciętny człowiek byłby pewnego rodzaju monstrum, był wyrazem jego wątpliwości co do możliwości zastosowania teorii prawdopodobieństwa nie tylko do faktów przyrodniczych, ale również faktów społecznych. Istoty ludzkie – argumentował Cournot – mogą być poddawane najrozmaitszym klasyfikacjom. Quetelet sądził, że rozkład normalny wyników pomiarów ludzkich własności implikuje występowanie jedynie przypadkowych różnic w badanej próbce. Cournot podejrzewał jednak, że owe różnice mogą nie być wynikiem przypadku. Rozważmy na przykład, w jaki sposób można klasyfikować liczbę urodzeń chłopców w okresie jednego roku: według wieku rodziców, położenia geograficznego, dni tygodnia, pochodzenia etnicznego, długości ciąży, koloru oczu, wagi albo długości środkowego palca – by wymienić tylko niektóre możliwości. Jak zatem możemy stwierdzić z pewnością, które niemowlę jest przeciętnym niemowlęciem? Cournot utrzymywał, że nie jesteśmy w stanie ustalić, które dane są istotne, a które są tylko wynikiem przypadku: „Ta sama wielkość odchylenia [od wartości przeciętnej] może prowadzić do wielu rozmaitych ocen”[19]. Cournot nie wspomina wszakże o tym, że – jak doskonale wiedzą współcześni statystycy – w większości pomiarów przeprowadzanych na grupach ludzkich wychodzą na jaw różnice żywienia, co oznacza, że w jakiejś mierze odzwierciedlają one również różnice statusu społecznego.

Współcześni statystycy określają praktykę, która budziła zastrzeżenia Cournota, „nadmiernym eksploatowaniem danych”. Twierdzą oni, że jeśli poddajemy dane dostatecznie długim zabiegom, uzyskane liczby będą dowodzić prawdziwości każdej tezy, którą chcemy uzasadnić. Cournot miał poczucie, że Quetelet stąpa po śliskim gruncie, wyprowadzając tak szerokie uogólnienia na podstawie ograniczonej liczby obserwacji. Drugi zbiór obserwacji przeprowadzonych w grupie o tej samej wielkości może z równym powodzeniem wskazywać na występowanie innych prawidłowości.

Nie ulega wątpliwości, że zafascynowanie rozkładem normalnym skłaniało Queteleta do formułowania pewnych twierdzeń, których nie powinien był wysuwać. Jego analizy wywarły jednak w owych czasach ogromny wpływ na akademików. Słynny matematyk i ekonomista Francis Ysidro Edgeworth ukuł później termin „queteletyzm”, który miał charakteryzować coraz powszechniejszą tendencję do dopatrywania się rozkładów normalnych w miejscach, w których takie rozkłady nie istniały lub w których nie były spełnione warunki wiążące się nieodłącznie z występowaniem właściwego rozkładu normalnego[20].

***

Galton zetknął się po raz pierwszy z dziełem Queteleta w 1863 roku i wywarło ono na nim głębokie wrażenie. „Wartość przeciętna to tylko pojedynczy fakt – pisał – lecz gdy dodamy do niej pewien inny pojedynczy fakt, zaczyna się potencjalnie wyłaniać cały rozkład normalny, który odpowiada w przybliżeniu rozkładowi wyników obserwacji. Niektórzy ludzie wzdrygają się na sam dźwięk słowa »statystyka«, ja jednak uważam, iż jest ona nader piękna i interesująca”[21].

Galton był urzeczony odkryciem Queteleta, że „bardzo osobliwe teoretyczne prawo odchylenia od średniej” – rozkład normalny – obowiązuje wszędzie, zwłaszcza w takich pomiarach, jak pomiary wzrostu czy klatki piersiowej[22]. Galton odkrył natomiast występowanie krzywych dzwonowych w

rejestrze 7643 stopni, jakie otrzymali studenci Uniwersytetu w Cambridge z końcowego egzaminu na Wydziale Matematyki, obejmujących wszystkie oceny, począwszy od najwyższych aż po „tak mierne, że trudno to wyrazić”[23]. Podobne prawidłowości statystyczne odkrył Galton, przeglądając stopnie egzaminacyjne kandydatów ubiegających się o przyjęcie do Królewskiego Kolegium Wojskowego w Sandhurst.

Aspektem krzywej dzwonowej, który najsilniej przemawiał do Galtona, była zawarta w nim wskazówka, że pewne dane należą do tej samej dziedziny i mogą być analizowane jako byt względnie jednorodny. Prawdziwe było zatem również twierdzenie odwrotne: nieobecność rozkładu normalnego miała wskazywać na występowanie „zróżnicowanych systemów”. Galton ujął to dobitnie: „Domniemanie to nigdy nie może okazać się fałszywe”[24].

Galton poszukiwał jednak różnic, a nie jednorodności – nie interesowała go kobieta w ogóle, lecz Kleopatra. Tworząc podstawy nowej dziedziny badawczej, eugeniki, starał się odnaleźć różnice nawet w grupach, których mierzalne własności zdawały się przyjmować rozkład odpowiadający krzywej dzwonowej. Jego celem było sklasyfikowanie ludzi według „naturalnych uzdolnień”, które pojmował jako [...] te cechy intelektu i usposobienia, które motywują człowieka i dają mu kwalifikacje do realizacji działań przynoszących rozgłos [...] Mam tutaj na myśli takie natury, które, pozostawione same sobie, będą, motywowane jakimś wewnętrznym impulsem, wspinać się ścieżką prowadzącą do wybitnych osiągnięć, i znajdą w sobie dość sił, by osiągnąć szczyt. [...] Ludźmi, którzy wspięli się na wyżyny, są w znacznej mierze ci ludzie, którzy posiadają naturalne uzdolnienia” [25].

Galton wyszedł od faktów. W latach 1866–1869 zgromadził ogromny zasób świadectw, które dowodziły, że talent i wybitne uzdolnienia są cechami dziedzicznymi. Wyniki przeprowadzonych badań Galton podsumował w swojej najważniejszej pracy, **Hereditary Genius** (w której zawarł również dodatek poświęcony badaniom Queteleta, a także własną zjadliwą ocenę przykrej osobowości, charakterystycznej dla rodziny Bernoullich). Na początku książki Galton próbuje oszacować, jaka część całkowitej populacji mogłaby zostać jego zdaniem sklasyfikowana jako „wybitnie uzdolniona”. Na podstawie nekrologów zamieszczanych w **London Times** i podręcznika zawierającego dane biograficzne wyliczył, że wybitne uzdolnienia wśród mieszkańców Anglii w sile wieku występowały w stosunku 1:4000, czyli u około 5000 osób w ówczesnej Wielkiej Brytanii.

Wprawdzie Galton mówił, że nie zamierza zajmować się ludźmi o uzdolnieniach niższych niż przeciętne, oszacował jednak liczbę „idiotów i imbecyli” wśród dwudziestu milionów mieszkańców ówczesnej Anglii na 50 000, to znaczy jednego na czterystu mieszkańców, uznając, iż występują oni dziesięciokrotnie częściej od wybitnych obywateli[26]. Obchodzili go jednak przede wszystkim ludzie wybitni. „Jestem pewien – pisał dobitnie – że niepodobna wątpić w to, iż istnieją wspaniałe ludzkie istoty, o najszlachetniejszych naturach, i indywidualnościach stworzonych do tego, by władać innymi ludźmi”[27]. Galton nie lekceważył wcale „wielce uzdolnionych niewiast”, doszedł jednak do wniosku, że „z punktu widzenia spokoju drugiej płci, pomyślną okolicznością jest to, że bardzo utalentowane kobiety są rzadkością”[28].

Galton był przekonany, że jeśli wzrost i obwód klatki piersiowej rozkładają się zgodnie z hipotezami Queteleta, powinno to być również prawdą w przypadku rozmiarów czaszki, wagi mózgu, budowy układu nerwowego – a także sprawności umysłu. Wykazywał, jak dalece ustalenia Queteleta zgadzają się z jego oszacowaniami dotyczącymi zakresu uzdolnień Brytyjczyków, począwszy od uzdolnień wybitnych, a na idiotyzmie skończywszy. Doszedł do „niepodważalnego, choć nieoczekiwanego wniosku, że ludzie wybitnie utalentowani wyrastają ponad przeciętność w takim stopniu, w jakim idioci sytuują się poniżej niej”[29].

Galton chciał jednak przede wszystkim dowieść, że sama dziedziczność jest źródłem szczególnych uzdolnień, a nie „opieka nianiek, szkoła, uniwersytet [czy] kariera zawodowa”[30]. Wydaje się, iż dziedziczenie istotnie odgrywa ważną rolę, przynajmniej z punktu widzenia parametrów opracowanych przez Galtona. Odkrył na przykład, że jeden na dziewięciu bliskich krewnych 286 sędziów był ojcem, synem lub bratem innego sędziego, przy czym był to stosunek dużo wyższy niż w całej populacji. Co więcej, udało mu się ustalić, że wielu krewnych sędziów było także admirałami, generałami, powieściopisarzami, poetami i lekarzami*. (Galton najwyraźniej nie zaliczał duchownych do grona ludzi wybitnych). Z wyraźnym rozczarowaniem konstatował, że odciski palców nie odróżniają ludzi wybitnych od „urodzonych idiotów”[31].

Galton odkrył jednak, że przekazywanie wybitnych uzdolnień nie trwa długo czy też – jak sformułowaliby to fizycy – że wybitne uzdolnienia mają krótki okres półtrwania. Udało mu się ustalić, że tylko 36 procent synów ludzi wybitnych również miało wybitne uzdolnienia, a co gorsza, tylko 9 procent ich wnuków mogło się poszczycić odpowiednimi osiągnięciami. Próbował wyjaśniać zanikanie wybitnie uzdolnionych rodzin, odwołując się do wyraźnie zauważalnego zwyczaju zawierania małżeństw z dziedziczkami wielkich fortun. Dlaczego mielibyśmy ich za to potępiać? Dlatego, że dziedziczki muszą wywodzić się z rodzin o niskiej płodności – argumentował Galton – gdyby bowiem posiadały liczne rodzeństwo, z którym musiałyby podzielić się rodzinnym majątkiem, nie odziedziczyłyby wystarczająco dużego spadku, by zasługiwać na miano dziedziczek wielkich fortun. Była to dość zaskakująca sugestia, biorąc pod uwagę dostatnie życie, jakie wiódł Galton, odziedziczywszy wraz z sześciorgiem rodzeństwa majątek zgromadzony przez jego ojca.

***

Po przeczytaniu **Hereditary Genius** Karol Darwin miał powiedzieć Galtonowi: „Nigdy w życiu nie przypuszczałem, że przeczytam coś równie interesującego i oryginalnego [...] niezapomniane dzieło”[32]. Darwin zaproponował, że sam podejmie się dalszych analiz statystyki dziedziczności, ale Galton nie potrzebował niczyjej pomocy. Był już na najlepszej drodze do stworzenia nauki eugeniki i gorąco pragnął wykryć i przyczynić się do zachowania tego, co uważał za najlepszą część rodzaju ludzkiego. Pragnął, by najlepsi ludzie mieli liczne potomstwo, a ludzie mierni zachowywali wstrzemięźliwość seksualną.

Na drodze Galtonowi stało jednak uporczywie prawo odchylenia od średniej. W jakiś sposób musiał bowiem wyjaśnić różnice występujące wewnątrz rozkładu normalnego. Galton zdawał sobie sprawę, iż można to wyjaśnić tylko wówczas, gdy zdołamy najpierw ustalić, dlaczego dane układają się w krzywą dzwonową. Dociekania te doprowadziły go do pewnego niezwykłego odkrycia, które nadal wywiera wpływ na większość wielkich i małych decyzji, jakie podejmujemy w codziennym życiu.

Pierwsze wyniki swoich badań Galton przedstawił w pewnym artykule opublikowanym w 1875 roku, w którym wysunął tezę, że powszechne występowanie symetrycznego rozkładu wokół średniej może być wynikiem oddziaływań, których struktura również odpowiada rozkładowi normalnemu – poczynając od warunków występujących najrzadziej aż po warunki, które występują najczęściej, a następnie przechodząc do zbioru oddziaływań przeciwnego rodzaju występujących z mniejszą częstotliwością. Galton wysunął również hipotezę, że nawet w ramach każdego rodzaju oddziaływań będzie występował podobny szereg obejmujący oddziaływania od najsłabszych po najsilniejsze, które osiągają następnie coraz niższe wartości. Rdzeń jego argumentacji sprowadzał się do tezy, iż oddziaływania umiarkowane występują znacznie częściej od oddziaływań skrajnych, zarówno pozytywnych, jak negatywnych.

Galton zademonstrował tę koncepcję za pomocą urządzenia, które nazwał kwinkunksem, na posiedzeniu Królewskiego Towarzystwa Naukowego w 1874 roku[33]. Kwinkunks przypominał z wyglądu ustawiony pionowo automat do kręgli mechanicznych. Miał wąską szyjkę przypominającą kształtem klepsydrę, a w okolicy szyjki wbitych było dwadzieścia szpilek. W dolnej, najszerszej części kwinkunksa znajdował się rząd niewielkich przegródek. Kiedy spuszczano przez szyjkę niewielkie kulki, uderzały one losowo o szpilki i układały się w przegródkach zgodnie z klasycznym modelem gaussowskim – większość z nich gromadziła się w środku, z coraz mniejszą liczbą kulek w kolejnych przegródkach położonych po obu stronach środkowej przegródki.

W 1877 roku, podczas odczytu poświęconego jednej ze swoich najważniejszych prac, zatytułowanej **Typical Laws of Heredity**, Galton zaproponował nowy model kwinkunksa (nie wiemy, czy istotnie zbudował to nowe urządzenie). Ów model zawierał zbiór przegródek umieszczonych w połowie drogi, do których wpadały kulki, układając się podobnie jak w dolnej części pierwszego modelu. Po otworzeniu którejkolwiek z owych przejściowych przegródek znajdujące się w niej kulki spadały do dolnych przegródek, w których układały się – nietrudno odgadnąć – zgodnie ze zwykłym kształtem rozkładu normalnego.

Było to odkrycie o przełomowym znaczeniu. Każda grupa, niezależnie od jej wielkości i różnic dzielących ją od jakiejś innej grupy, wykazuje tendencję do przyjmowania uporządkowania zgodnego z rozkładem normalnym, przy czym większość obserwacji sytuuje się w środku czy też, by posłużyć się bardziej rozpowszechnionym terminem, przy wartości przeciętnej. Kiedy wszystkie grupy łączą się ze sobą, jak to ma miejsce w przypadku kwinkunksa I, kulki również układają się zgodnie z rozkładem normalnym.

Kwinkunks II stanowił mechaniczną wersję koncepcji, która przyszła Galtonowi do głowy w trakcie przeprowadzania pewnego eksperymentu zaprojektowanego w 1875 roku przez Darwina. Eksperyment ów nie wymagał odwoływania się do kości, gwiazd, a nawet istot ludzkich. Dotyczył ziarnek pachnącego groszku – a raczej strączków groszku. Pachnący groszek jest rośliną płodną i odporną, wykazuje również niewielką tendencję do krzyżowania się. Ziarnka groszku w każdym strączku mają w zasadzie jednakowe rozmiary. Po przeprowadzeniu pomiarów tysięcy ziarnek pachnącego groszku Galton wysłał po dziesięć okazów ziarnek należących do siedmiu kategorii wagowych dziewięciu przyjaciołom (między innymi Darwinowi) mieszkającym w różnych regionach Wysp Brytyjskich, wraz z instrukcją szczegółowo precyzującą warunki, w jakich należy je zasadzić.
Po przeanalizowaniu wyników Galton zakomunikował, że potomstwo siedmiu różnych kategorii wagowych rozkładało się pod względem wagi dokładnie według przewidywań kwinkunksa. Potomstwo każdej pojedynczej kategorii wagowej okazów przyjmowało rozkład normalny, potomstwo każdej z siedmiu podstawowych grup również odpowiadało rozkładowi normalnemu. Według Galtona ten doniosły wynik nie był jednak konsekwencją „ubocznych oddziaływań rozmaitych układów". Przeciwnie: „Procesy dziedziczenia [...] nie wywierały wpływu ubocznego, lecz miały wpływ nader istotny"[34]. Skoro tylko kilka jednostek w pewnej grupie ludzi posiada wybitne uzdolnienia, tylko niewielka część ich potomstwa będzie posiadała wybitne uzdolnienia; a ponieważ większość ludzi ma przeciętne uzdolnienia, ich potomstwo również nie wybije się ponad przeciętność. Miernota ma zawsze przewagę liczbową nad talentem. Sekwencja małe–wielkie–małe powtarzająca się w rozkładach wielkości ziarnek groszku – zgodnie z rozkładem normalnym – utwierdziła Galtona w przekonaniu o dominującym wpływie pochodzenia na kształtowanie się cech potomstwa.
Eksperyment udowodnił również występowanie innych prawidłowości, jak to pokazuje poniższa tabela średnic ziaren matecznych i ich potomstwa:

Średnice ziaren matecznych i potomstwa[35] (w setnych częściach cala)

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Roślina mateczna | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| Potomstwo | 15,4 | 15,7 | 16,0 | 16,3 | 16,6 | 17,0 | 17,3 |

Możemy tutaj dostrzec, że rozproszenie średnic ziaren w przypadku roślin matecznych było większe niż w grupie roślin potomnych. Przeciętna średnica ziarna rośliny matecznej miała 0,18 cala, a średnice tych ziaren mieściły się w przedziale od 0,15 do 0,21 cala, czyli w przedziale ±0,03 cala od średniej. Przeciętna średnica ziarna rośliny potomnej wynosiła 0,163 cala, a średnice owych ziaren zawierały się w przedziale od 0,154 do 0,173 cala, to znaczy w przedziale ±0,01 cala od średniej. Ogólnie rzecz biorąc, średnice ziaren roślin potomnych rozkładały się bliżej średniej niż średnice ziaren roślin matecznych.
Opierając się na wynikach tego eksperymentu, Galton sformułował pewną ogólną zasadę, która stała się znana jako regresja czy też powrót do średniej: „Powrót do średniej – pisał – to tendencja idealnego przeciętnego typu synowskiego do oddalania się od typu rodzicielskiego i powracania do tego, co niezbyt ściśle, choć zapewne adekwatnie można scharakteryzować jako przeciętny typ ancestralny"[36]. Gdyby ów zawężający proces nie występował – gdyby duże ziarna rodziły jeszcze większe ziarna, a małe ziarna rodziły ziarna o jeszcze mniejszych rozmiarach – świat składałby się tylko z karłów i olbrzymów. W każdym następnym pokoleniu natura stawałaby się coraz bardziej kapryśna, zbliżając się do stanu totalnego chaosu lub popadając w skrajności, których nie potrafimy sobie nawet wyobrazić.
Galton podsumował wyniki swoich badań w jednym z najbardziej wymownych i sugestywnych ustępów, jakie wyszły spod jego pióra:
Dziecko dziedziczy swoje cechy częściowo po rodzicach, a częściowo po dalszych przodkach. [...] Im dalej wstecz sięga jego genealogia, tym liczniejsi i bardziej zróżnicowani są jego przodkowie, aż do momentu, gdy przestają się różnić od jakiejkolwiek równie licznej próbki wybranej losowo z danego gatunku. [...] Prawo to przemawia zdecydowanie przeciwko pełnemu dziedzicznemu przekazywaniu jakiejkolwiek zdolności [...] Jest to prawo bezstronne; nakłada taki sam podatek spadkowy na dziedziczenie zła, jak na dziedziczenie dobra. Jeśli odwodzi ono utalentowanych rodziców od

bezpodstawnych oczekiwań, że ich dzieci odziedziczą po nich wszystkie zdolności, to w równej mierze rozprasza ich bezpodstawne obawy, że odziedziczą po nich wszystkie słabości i choroby[37].
Niezależnie od elegancji, z jaką Galton sformułował owe wnioski, miały one dlań niepomyślną wymowę, ale skłoniło go to tylko do podjęcia wzmożonych wysiłków zmierzających do opracowania metod eugeniki. Oczywistym rozwiązaniem było maksymalizowanie wpływu „przeciętnego typu ancestralnego" przez ograniczanie rozrodczości potomstwa sytuującego się po lewej stronie skali, co miało prowadzić do skrócenia lewego ramienia rozkładu normalnego.
Kolejnych danych potwierdzających prawo regresji do średniej dostarczył Galtonowi pewien eksperyment, którego wyniki przedstawił w 1885 roku na posiedzeniu Brytyjskiego Towarzystwa na rzecz Rozwoju Nauki, na którym wybrano go na przewodniczącego owej organizacji. Na użytek tego eksperymentu Galton zgromadził ogromny zasób danych dotyczących populacji ludzkiej, które napłynęły do niego w odpowiedzi na publiczny apel poparty ofertą wynagrodzenia pieniężnego. Udało mu się ostatecznie zebrać dane dotyczące 928 dorosłych potomków 205 par rodzicielskich.
Galton skoncentrował w tym przypadku uwagę na wzroście czy też, ujmując to w ówczesnym języku, staturze. Cel badań Galtona był podobny do tego, jaki przyświecał eksperymentowi z pachnącym groszkiem – chodziło o ustalenie, jak pewna konkretna cecha jest dziedzicznie przekazywana przez rodziców ich potomstwu. Aby przeprowadzić analizę otrzymanych wyników, Galton musiał uwzględnić różnice wzrostu między mężczyznami i kobietami; wzrost kobiety mnożył w każdym przypadku przez 1,08, po czym dodawał wymiary obojga rodziców, a otrzymaną sumę dzielił przez dwa. Otrzymane w ten sposób byty określał mianem średnich par rodzicielskich. Musiał się również upewnić, czy nie występuje systematyczna tendencja do zawierania małżeństw między wysokimi mężczyznami i wysokimi kobietami oraz między niskimi mężczyznami i niskimi kobietami; swoje wyliczenia uznał za „wystarczająco ścisłe", by wykluczyć występowanie takiej tendencji[38].
Wyniki eksperymentu okazały się niezmiernie interesujące, co wyraźnie widać w tabeli zamieszczonej na sąsiedniej stronie. Odczytując liczby po przekątnej od lewego dolnego rogu do prawego górnego rogu tabeli, możemy się bezpośrednio przekonać, że wyżsi rodzice mieli wyższe dzieci – słowem, dziedziczność jest czynnikiem istotnym. Spiętrzenie się dużych liczb w środku tabeli wskazuje, że w każdej grupie wzrostowej potomstwa występował rozkład normalny i że każdy zbiór dzieci rodziców należących od poszczególnych grup wzrostowych również przyjmował rozkład normalny. Wreszcie warto porównać pierwszą i ostatnią kolumnę tabeli (termin „mediana" oznacza, że połowa grupy była wyższa, a połowa – niższa od wskazanej liczby). Wszystkie średnie pary rodzicielskie o wzroście wyższym od 68,5 cala miały potomstwo, u którego mediana wzrostu była niższa od wzrostu średnich par rodzicielskich; natomiast średnie pary rodzicielskie o wzroście niższym od 68,5 cala miały potomstwo, które górowało nad nimi wzrostem. Dokładnie tak samo jak w przypadku strączków pachnącego groszku.
Systematyczne występowanie rozkładów normalnych i regresji do średniej pozwoliło Galtonowi obliczyć matematyczne parametry owego procesu, takie jak stopień, w jakim najwyżsi rodzice wykazują tendencję do wydawania potomstwa, które góruje wzrostem nad rówieśnikami, ale jest niższe od swoich rodziców. Uzyskawszy potwierdzenie swoich wyników od pewnego profesjonalnego matematyka, Galton napisał: „Nigdy jeszcze nie przeżywałem tak głębokiego oddania i szacunku dla suwerenności i niezwykłej potęgi analizy matematycznej"[39].
Linia rozumowania Galtona doprowadziła ostatecznie do powstania pojęcia korelacji, które jest miarą stopnia współzmienności dwóch dowolnych szeregów, takich jak wymiary ciała rodziców i dzieci, wysokość opadów i wielkość zbiorów, inflacja i stopa procentowa czy kursy akcji General Motors i Biogenu.

***

Karl Pearson, autor najważniejszej biografii Galtona i wybitny matematyk w jednej osobie, poczynił uwagę, że Galton doprowadził do „rewolucji w naszych poglądach naukowych [która] miała zmodyfikować naszą filozofię nauki, a nawet samo życie"[40]. W słowach Pearsona nie ma żadnej przesady: regresja do średniej ma istotnie kolosalne znaczenie.
Galton przeobraził statyczne pojęcie prawdopodobieństwa, które opierało się na losowości i prawie wielkich liczb, w dynamiczny proces, w toku którego spadkobiercom wyrzutków pisane jest dołączyć do rzeszy gromadzącej się w środku. Zmiana i ruch od stanów skrajnych ku środkowi są stałe, nieuchronne

i przewidywalne. Z uwagi na nieusuwalne uwarunkowania owego procesu żaden inny rezultat poza rozkładem normalnym nie jest możliwy do pomyślenia. Siła napędowa tego procesu jest zawsze skierowana w stronę wartości przeciętnej, w stronę przywrócenia stanu normalnego, w stronę homme moyen Queteleta.
Regresja do średniej leży u podłoża niemal każdej formy podejmowania ryzyka i prognozowania przyszłości. Jest także źródłem takich przestróg, jak: „to, co rośnie, musi później spadać", „pycha poprzedza upadek" czy „od łachmanów do łachmanów w trzy pokolenia". Józef miał niewątpliwie na uwadze ów nieuchronny porządek rzeczy, kiedy przepowiadał faraonowi, że po siedmiu latach tłustych musi nadejść siedem lat chudych. Właśnie to miał na myśli J.P. Morgan, wypowiadając słowa: „Rynek giełdowy będzie podlegał wahaniom". Jest to maksyma, której przestrzegają inwestorzy grający przeciw opinii większości: kiedy mówią, że jakieś akcje są „przewartościowane" lub „niedowartościowane", mają na myśli to, że strach lub chciwość skłoniły tłum do wywindowania lub obniżenia ceny tych akcji w oderwaniu od ich istotnej wartości, do której z pewnością muszą powrócić. To właśnie regresja do średniej leży u podłoża marzenia każdego gracza, że długa niepomyślna passa powinna ustąpić miejsca długiej serii wygranych. Takiej porady udziela mi również mój lekarz, gdy przewiduje, że „kojące działanie czasu" uleczy moje dolegliwości. Na takich przesłankach opierał się także Herbert Hoover, przewidując, co nastąpi w 1931 roku, gdy obiecywał swoim rodakom, że pomyślna koniunktura czeka tuż za rogiem – na nieszczęście dla niego samego i wszystkich jego rodaków średnia nie znajdowała się jednak tam, gdzie tego oczekiwano.
Francis Galton nie był wolny od pychy, ale nigdy w życiu nie doświadczył upadku. Jego liczne dokonania naukowe zyskały mu powszechne uznanie. Swoje długie, bogate życie zakończył jako wdowiec zajmujący się pisarstwem i podróżujący po świecie w towarzystwie znacznie młodszej kuzynki. Nigdy nie dopuścił do tego, by zafascynowanie liczbami przesłoniło mu piękno przyrody, i wyrażał zachwyt nad jej różnorodnością: Trudno zrozumieć, dlaczego statystycy ograniczają na ogół swoje badania do wartości przeciętnych i nie znajdują upodobania w ujęciach bardziej wszechstronnych. Ich dusze wydają się tak niewrażliwe na uroki różnorodności jak dusza owego mieszkańca jednej z równinnych krain Anglii, który wspominając swój pobyt w Szwajcarii mówił, że gdyby szwajcarskie góry można było zepchnąć do tamtejszych jezior, za jednym zamachem zniknęłyby dwa kłopoty[41].

**Przypisy**

[1] Informacje biograficzne dotyczące Galtona pochodzą głównie z książki Forresta, 1974.
[2] Newman, 1988e, s. 1142.
[3] Tamże, s. 1143.
[4] Kevles, 1985.
[5] Przytoczone przeze mnie szczegóły owych zabawnych afrykańskich opowieści, a także cytaty, zaczerpnąłem z pracy Forresta, 1974, s. 38–57.
[6] Forrest, 1974, s. 4.
[7] Tamże, s. 12.
[8] Tamże, s. 12.
[9] Newman, 1988e.
[10] Galton, 1869, s. 20. Stephen Stigler zwrócił mi uwagę na ten cytat w prywatnej korespondencji.
[11] Podstawowe informacje dotyczące Queteleta zaczerpnąłem z prac Keynesa, 1921, s. 334–335, i Stiglera, 1986, s. 161–182 oraz 206–268.
[12] Stigler, 1986, s. 162.
[13] Tamże, s. 169.
[14] Tamże, s. 170.
[15] Tamże, s. 171.
[16] Znakomite omówienie poglądów Cournota na prawdopodobieństwo można znaleźć w książce Stiglera, 1986, s. 195–201.
[17] Stigler, 1986, s. 172.
[18] Szczegółowy opis eksperymentu Queteleta można znaleźć w dziele Galtona, 1869; odpowiedni fragment znajduje się na s. 1157 wypisów Newmana.
[19] Stigler, 1986, s. 171.

[20] Tamże, s. 203.
[21] Forrest, 1974, s. 202.
[22] Stigler, 1986, s. 268.
[23] Forrest, 1974, s. 89.
[24] Galton, 1883, s. 49. Cytat ten przytacza również Stigler, 1986, s. 271.
[25] Forrest, 1974, s. 92.
[26] Tamże, s. 91,
[27] Galton, 1869; cytat zaczerpnąłem z wypisów Newmana, s. 1153.
[28] Forrest, 1974, s. 201.
[29] Galton, 1869; cytat został zaczerpnięty z wypisów Newmana, s. 1162.
[30] Forrest, 1974, s. 89.
[31] Tamże, s. 217.
[32] Tamże, s. 101.
[33] Szczegółowy opis kwinkunksa, a także ilustrację przedstawiającą to urządzenie oraz fotografie oryginalnych notatek Galtona można znaleźć w książce Stiglera, 1986, s. 275–281.
[34] Stigler, 1986, s. 281.
[35] Forrest, 1974, s. 189.
[36] Tamże, s. 189.
[37] Tamże, s. 190.
[38] Omówienie badań Galtona, a także tabelę zaczerpnąłem z książki Stiglera, 1986, s. 283–290.
[39] Stigler, 1986, s. 289.
[40] Forrest, 1974, s. 199.
[41] Tamże, s. 201–202.
* Galton sklasyfikowałby niewątpliwie Cardana jako jednostkę wybitną, ale co musiałby pomyśleć o jego nieszczęsnych potomkach? Gauss, który również był człowiekiem wybitnym, uzyskałby lepszą ocenę. Spłodził pięcioro zdrowych dzieci, z których jedno zostało wybitnym inżynierem, a dwoje wyemigrowało do Stanów Zjednoczonych, gdzie z powodzeniem zajmowało się działalnością gospodarczą (choć przyczyną emigracji była również chęć uwolnienia się od dominującego wpływu ojca); jedno z nich było również znakomitym lingwistą, hazardzistą i utalentowanym matematykiem.

**Tabela krzyżowa 928 dorosłych potomków 205 średnich par rodzicielskich uporządkowanych według ich wzrostu oraz wzrostu średniej pary rodzicielskiej**

| Wzrost średniej pary rodzicielskiej (w calach) | Wzrost dorosłych potomków (w calach) | | | | | | | | | | | | | | Suma dorosłych potomków | Suma średnich rodzicieli |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | <61,7 | 62,2 | 63,2 | 64,2 | 65,2 | 66,2 | 67,2 | 68,2 | 69,2 | 70,2 | 71,2 | 72,2 | 73,2 | >75,7 | | |
| >73,0 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 1 | 3 | — | 4 | |
| 72,5 | | | | | | | | 1 | 2 | 1 | 2 | 7 | 2 | 4 | 19 | |
| 71,5 | — | — | — | — | 1 | 3 | 4 | 3 | 5 | 10 | 4 | 9 | 2 | 2 | 43 | |
| 70,5 | 1 | — | 1 | — | 1 | i | 3 | 12 | 18 | 14 | 7 | 4 | 3 | 3 | 68 | |
| 69,5 | — | — | 1 | 16 | 4 | 17 | 27 | 20 | 33 | 25 | 20 | 11 | 4 | 5 | 183 | |
| 68,5 | 1 | — | 7 | 11 | 16 | 25 | 31 | 34 | 48 | 21 | 18 | 4 | 3 | — | 219 | |
| 67,5 | — | 3 | 5 | 14 | 15 | 36 | 38 | 28 | 38 | 19 | 11 | 4 | — | — | 211 | |
| 66,5 | — | 3 | 3 | 5 | 2 | 17 | 17 | 14 | 13 | 4 | — | — | — | — | 78 | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 65,5 | 1 | — | 9 | 5 | 7 | 11 | 11 | 7 | 7 | 5 | 2 | 1 | — | — | 66 | |
| 64,5 | 1 | 1 | 4 | 4 | 1 | 5 | 5 | — | 2 | — | — | — | — | — | 23 | |
| <64,0 | 1 | — | 2 | 4 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | — | — | — | — | — | 14 | |
| Łącznie | 5 | 7 | 21 | 59 | 48 | 117 | 138 | 120 | 167 | 99 | 64 | 41 | 17 | 14 | 928 | |
| Mediany | — | — | 66,3 | 67,8 | 67,9 | 67,7 | 67,9 | 68,3 | 68,5 | 69,0 | 70,0 | — | — | — | — | |

Źródło: Francis Galton, *Regression Towards Mediocrity in Hereditary Stature*, *Journal of the Anthropological Institiute*, Vol. 15, 1886, s. 246–263.

## Rozdział 5

# Strączki groszku i stany podwyższonego ryzyka

Regresja do średniej stanowi filozoficzne podłoże wielu systemów podejmowania decyzji. Ma to swoje głębokie uzasadnienie. W naszym życiu występuje bowiem niewiele sytuacji, w których to, co wielkie, może stać się nieskończenie wielkie, a to, co małe – nieskończenie małe. Drzewa nigdy nie dosięgają do nieba. Kiedy mamy pokusę – a mamy ją nader często – by na podstawie minionych trendów wyciągać wnioski dotyczące przyszłości, powinniśmy przypomnieć sobie o galtonowskich strączkach groszku.

Jeśli jednak regresja do średniej występuje z tak regularną prawidłowością, dlaczego prognozowanie przyszłości jest tak frustrującym zajęciem? Dlaczego każdy z nas nie może być tak przewidujący jak Józef w rozmowie z faraonem? Najprostsza odpowiedź na to pytanie jest taka, że siły działające w przyrodzie nie są tożsame z siłami, które występują w ludzkiej psychice. Trafność większości naszych prognoz zależy raczej od decyzji podejmowanych przez ludzi niż od matki natury. Mimo wszystkich swych kaprysów matka natura jest bowiem o wiele bardziej przewidywalna od grupy istot ludzkich, które próbują podjąć jakąś decyzję.

Istnieją trzy powody, dla których regresja do średniej może okazać się zawodną wskazówką dla naszych decyzji. Po pierwsze, proces ów ma czasami tak powolny przebieg, że może zostać zahamowany w wyniku jakichś gwałtownych zmian. Po wtóre, regresja może być tak silna, że rzeczy nie pozostają w spoczynku z chwilą, gdy osiągną próg wartości przeciętnej. Najczęściej oscylują one wokół średniej, nieregularnie odchylając się w obu kierunkach. Wreszcie sama średnia nie musi być wartością stałą, tak że wczorajsza norma może ustąpić dzisiaj miejsca nowej normie, o której nic nie wiemy.

Postępujemy bardzo ryzykownie, przyjmując założenie, że pomyślna koniunktura czeka na nas tuż za rogiem, tylko dlatego, że zawsze mogliśmy tam ją spotkać.

***

Dziedziną, w której prawo regresji do średniej znajduje najpełniejsze potwierdzenie, jest rynek giełdowy. Folklor Wall Street obfituje w takie popularne powiedzonka, jak „Kupuj po niskiej cenie, sprzedawaj po wysokiej", „Nigdy nie zbiedniejesz, gdy będziesz sprzedawał z zyskiem", czy „Uszczkną coś byki i uszczkną niedźwiedzie, ale świnie odejdą z kwitkiem". Są to wariacje na ten sam temat, jeśli zakładasz, że to, co dzisiaj jest normą, pozostanie również normą zawsze w przyszłości, prędzej dorobisz się majątku i narazisz się na mniejsze ryzyko wpadki niż wówczas, gdy przyłączysz się do tłumu. Wielu inwestorów nie stosuje się jednak do tej rady w codziennej praktyce, ponieważ emocje nie pozwalają im kupować po niskich cenach, a sprzedawać po wysokich. Ulegając chciwości i lękowi, podążają za tłumem, zamiast podejmować samodzielne decyzje.

Niełatwo jest jednak pamiętać na każdym kroku o strączkach groszku. Ponieważ nigdy nie wiemy dokładnie, co wydarzy się jutro, łatwiej jest nam przyjąć założenie, że przyszłość będzie podobna do teraźniejszości, aniżeli pogodzić się z tym, iż może ona przynieść jakieś nieoczekiwane zmiany. Akcje, których ceny od jakiegoś czasu pięły się w górę, wydają się z jakichś powodów lepszym zakupem niż akcje, których kurs spada na łeb na szyję. Zakładamy, że wzrost kursu akcji oznacza, że spółka znajduje się w stanie rozkwitu, a spadek cen akcji musi oznaczać, że firma popadła w tarapaty. Dlaczegóż więc mielibyśmy nadstawiać karku?

Profesjonaliści nie różnią się od amatorów pod względem skłonności do unikania ryzyka. Na przykład w grudniu 1994 roku analitycy z firmy maklerskiej Sanford C. Bernstein & Co. ustalili, że profesjonalni inwestorzy, którzy prognozują wyższą od przeciętnej stopę wzrostu dla pewnej spółki, systematycznie przeceniają faktyczne wyniki, natomiast pesymiści systematycznie oceniają je zbyt nisko*.

„Przeciętnie rzecz biorąc – piszą analitycy – przewidywania inwestorów nie sprawdzają się”[1].
Konsekwencje takiego stanu rzeczy są oczywiste: ceny akcji, którym inwestorzy prognozują świetlaną przyszłość, osiągają nierealne wyżyny, natomiast ceny akcji, którym inwestorzy skłonni są przypisywać niepomyślne rokowania, spadają do nierealnie niskiego poziomu. Wówczas wkracza na scenę regresja do średniej. Bardziej realistyczni i śmiali inwestorzy kupują wtedy, gdy inni sprzedają w popłochu, i sprzedają wówczas, gdy innych ogarnia owczy pęd dokonywania zakupów. Pora rozliczeń przychodzi wówczas, gdy faktyczne dochody budzą zdumienie u tych, którzy ulegli powszechnemu trendowi.
Historia przypomina nam postaci wielu legendarnych inwestorów, którzy dorobili się fortun, stawiając na regresję do średniej – kupując po niskich i sprzedając po wysokich cenach. Należeli do tego grona Bernard Baruch, Benjamin Graham i Warren Buffett. Skuteczność inwestowania przeciw opinii większości potwierdzają również wyniki wielu badań teoretycznych.
Ale tylko nieliczni spośród tych, którzy osiągnęli sukcesy, odgadując oczekiwania tłumu, zyskali tak wielki rozgłos. Rzadko słyszymy o inwestorach, którzy próbowali stosować tę samą strategię i ponieśli porażkę, już to dlatego, że działali zbyt pospiesznie albo nie działali w ogóle, już to dlatego, że średnia, do której według ich przewidywań miały powrócić kursy akcji, nie była średnią, do której się faktycznie zbliżyły.
Pomyślmy o tych inwestorach, którzy lekkomyślnie kupowali akcje na początku lat trzydziestych, po latach wielkiego kryzysu, kiedy ceny akcji spadły o 50 procent w stosunku do poprzednich maksymalnych kursów. Ceny akcji obniżyły się wówczas o dalsze 80 procent, zanim dotarły do najniższego poziomu jesienią 1932 roku. Pomyślmy także o tych ostrożnych inwestorach, którzy sprzedawali akcje w pierwszych miesiącach 1955 roku, kiedy wskaźnik Dow Jones ponownie osiągnął swój szczytowy poziom z 1929 roku i wzrósł trzykrotnie w ciągu poprzednich sześciu lat. Zaledwie dziewięć lat później ceny akcji znajdowały się dwukrotnie wyżej w stosunku do

najwyższych kursów z lat 1929 i 1955. W obu wypadkach oczekiwany powrót do „stanu normalnego” nie nastąpił: norma znalazła sobie już inne miejsce.

***

Rozpatrując kwestię, czy regresja do średniej rządzi zachowaniami rynku giełdowego, próbujemy w istocie udzielić odpowiedzi na pytanie, czy kursy akcji są przewidywalne, a jeśli tak, to w jakich warunkach. Żaden inwestor nie może decydować, jakiego rodzaju ryzyko powinien podjąć, dopóki nie udzieli sobie odpowiedzi na to pytanie.

Istnieją pewne świadectwa wskazujące, że ceny niektórych akcji osiągnęły „zbyt wysoki” poziom lub spadły „zbyt nisko”. Na dorocznym zjeździe Amerykańskiego Towarzystwa Finansowego w 1985 roku ekonomiści Richard Thaler i Werner De Bondt wygłosili odczyt pod tytułem **Czy rynek giełdowy jest nadreaktywny?**[2]. Aby sprawdzić, czy gwałtowne jednokierunkowe ruchy kursów akcji uruchamiają proces regresji do średniej i towarzyszą im następnie gwałtowne ruchy w przeciwnym kierunku, przeanalizowali oni trzyletnie stopy zwrotu z akcji ponad tysiąca spółek w okresie od stycznia 1926 roku do grudnia 1982 roku. Thaler i De Bondt sklasyfikowali następnie wszystkie akcje, które odnotowały większy wzrost lub niższy spadek w stosunku do średniej rynkowej w każdym okresie trzyletnim, jako „zwycięzców”, natomiast akcje, które odnotowały niższy wzrost lub większy spadek względem średniej rynkowej, zaliczyli do kategorii „przegranych”. Obliczyli następnie przeciętne wyniki dla obu grup w kolejnym okresie trzyletnim. Otrzymane wyniki były jednoznaczne: „Na przestrzeni ostatniego półwiecza portfele przegrane [...] osiągały wyniki lepsze od rynku przeciętnie o 19,6 procent w okresie 36 miesięcy po stworzeniu portfela. Natomiast portfele zwycięskie przynosiły stopy zwrotu mniejsze o około 5 procent od rynku”[3].

Wprawdzie metody badawcze De Bondta i Thalera poddano krytyce, ale ich ustalenia zostały potwierdzone przez wyniki badań przeprowadzonych przez analityków posługujących się innymi metodami. Kiedy inwestorzy reagowali przesadnie na nowe

informacje i ignorowali trendy długofalowe, regresja do średniej obracała przeciętnego zwycięzcę w przegranego, a przeciętnego przegranego – w zwycięzcę. To odwrócenie ról występowało przeważnie z pewnym opóźnieniem, które stwarza dogodne okoliczności do zyskownych transakcji: można by w istocie powiedzieć, że rynek najpierw reaguje przesadnie na doraźne informacje, a następnie reaguje z opóźnieniem, wyczekując na pojawienie się nowych doraźnych informacji o odmiennej treści[4].
Powody takiego stanu rzeczy są dość proste. Kursy akcji odzwierciedlają na ogół zmiany, które mają wpływ na kondycję spółki. Inwestorzy, którzy przykładają zbyt dużą wagę do trendów krótkofalowych, ignorują liczne świadectwa wskazujące, że większość trendów wzrostowych nie może się na dłuższą metę utrzymać. Z drugiej strony, spółki, które przeżywają trudności, podejmują kroki, które mają zapobiec dalszemu pogarszaniu się sytuacji. Menedżerowie muszą przystąpić do pracy, podejmując trudne decyzje, aby postawić spółkę na nogi – albo muszą poszukać sobie innej pracy, a w ich miejsce przychodzą inni, bardziej energiczni.
Prawo regresji do średniej głosi, że nie może być inaczej. Gdyby zwycięzcy odnosili dalsze zwycięstwa, a przegrani ponosili kolejne porażki, nasza gospodarka składałaby się z malejącej garstki gigantycznych monopoli i nie byłoby w niej właściwie miejsca dla małych spółek. Tak niegdyś podziwiane japońskie i koreańskie monopole podlegają obecnie procesom odwrotnym, gdyż regresja do średniej w postaci nieuchronnych trendów wzrostu importu stopniowo osłabia ich gospodarczą siłę.
Wyniki uzyskiwane przez profesjonalnych menedżerów inwestycyjnych również podlegają prawu regresji do średniej. Istnieje duże prawdopodobieństwo, że menedżerowi, któremu powiodło się dzisiaj, powinie się noga jutro, a przynajmniej pojutrze, i na odwrót. Nie oznacza to, że skuteczni menedżerowie utracą nagle swoje umiejętności, a menedżerowie o skromnym dorobku pójdą w końcu po rozum do głowy – choć i takie rzeczy się zdarzają.

Menedżerowie inwestycyjni tracą często grunt pod nogami, ponieważ każdy styl zarządzania kiedyś wychodzi z mody.
Rozważając paradoks petersburski, zwróciliśmy już uwagę na trudności, z którymi musieliby się borykać inwestorzy, oceniając wartość akcji, które wydają się rokować nieskończone zyski. Miałoby to tę nieuchronną konsekwencję, że nieograniczony optymizm inwestorów wywindowałby ceny owych wzrostowych akcji do nierealistycznego poziomu. Kiedy regresja do średniej spowodowałaby gwałtowny spadek kursów owych akcji, nawet najlepsi menedżerowie portfela mogliby tylko przyglądać się z niemądrą miną temu, co się dzieje. Tego rodzaju obłęd ogarnął pod koniec lat siedemdziesiątych inwestorów kupujących akcje małych spółek, kiedy badania naukowe dowiodły, że pomimo większego ryzyka były one na dłuższą metę najkorzystniejszą inwestycją. Już w roku 1983 dała jednak o sobie znać regresja do średniej i akcje małych spółek uzyskały gorsze wyniki w kolejnych latach. Tym razem nawet najlepszy menedżer inwestycyjny od akcji małych spółek mógł tylko przyglądać się spadkom kursów akcji z niemądrą miną.
W 1994 roku pismo **Morningstar Mutual Funds**, czołowy periodyk poświęcony wynikom funduszy powierniczych, opublikowało zamieszczoną poniżej tabelę, która pokazuje, jak radziły sobie rozmaite rodzaje funduszy w dwóch okresach pięcioletnich: do marca 1989 roku i do marca 1994 roku[5].

| Cel inwestycyjny | 5 lat do marca | 5 lat do marca 1994 |
|---|---|---|
| Akcje zagraniczne | 20,6 % | 9,4 % |
| Dochód z kapitału | 14,3 % | 11,2 % |
| Wzrost i dochód | 14,2 % | 11,9 % |
| Wzrost | 13,3 % | 13,9 % |
| Małe spółki | 10,3 % | 15,9 % |
| Agresywny wzrost | 8,9 % | 16,1 % |
| Przeciętna | 13,6 % | 13,1 % |

Tabela w spektakularny sposób demonstruje wpływ regresji do średniej. Przeciętne wyniki w obu okresach były niemal identyczne, występowały jednak ogromne wahania między wynikami poszczególnych rodzajów funduszy w pierwszym i drugim okresie. Trzy grupy funduszy, które spisywały się lepiej niż przeciętnie w pierwszym okresie, spadły w drugim okresie poniżej przeciętnej, natomiast trzy grupy, które w pierwszym okresie uzyskiwały wyniki gorsze od przeciętnych, osiągnęły rezultaty lepsze od przeciętnej w drugim okresie.

Z tych przekonujących świadectw występowania regresji do średniej wypływa cenna wskazówka dla inwestorów, którzy ciągle zmieniają menedżerów inwestycyjnych. Otóż sugerują one, że najmądrzejszą strategią jest zwalnianie menedżerów, którzy w przeszłości uzyskiwali najlepsze wyniki, i powierzanie swoich aktywów menedżerom, którym dotychczas wiodło się najgorzej: strategia ta nie różni się w istocie od strategii sprzedawania akcji, które odnotowały najwyższy wzrost cen, i kupowania akcji, które odnotowały największy spadek. Jeżeli trudno jest ci zastosować się do takiej strategii gry przeciw trendowi, istnieje inny sposób, by osiągnąć ten sam cel. Nie namyślając się długo, pójdź za swoim naturalnym instynktem. Zwolnij nieudolnego menedżera i dorzuć swoje aktywa do zasobów skutecznego menedżera, ale zanim to zrobisz, odczekaj dwa lata.

***

Czy to samo można również powiedzieć o rynku giełdowym jako całości? Czy popularne średnie giełdowe, takie jak Dow Jones i obejmujący 500 akcji wskaźnik S&P, zachowują się w sposób przewidywalny?

Wykresy przedstawione w rozdziale 3 części trzeciej (s. 215) dowodzą, że zachowania rynku w okresach rocznych lub dłuższych od jednego roku nie wykazują podobieństwa do rozkładu normalnego, natomiast wyniki miesięczne i kwartalne są zgodne z rozkładem normalnym, choć nie jest to zgodność zupełna. Quetelet zinterpretowałby owe świadectwa jako dowód na to, że ruchy cen giełdowych w krótkich okresach są niezależne – że dzisiejsze zmiany cen akcji nie mówią nam nic o jutrzejszych kursach. Rynek giełdowy

jest nieprzewidywalny. Aby wyjaśnić przyczyny takiego stanu rzeczy, odwoływano się do procesu błądzenia przypadkowego.
Czy dotyczy to również perspektyw długofalowych? Większość inwestorów, nawet tych najbardziej niecierpliwych, nie wycofuje się przecież z rynku już po upływie miesiąca, kwartału czy roku. Wprawdzie zawartość ich portfeli ulega stopniowym zmianom, ale poważni inwestorzy trzymają przeważnie kapitały na rynku giełdowym przez wiele lat, a nawet dziesięcioleci. Czy długofalowe perspektywy rynku rzeczywiście różnią się od perspektyw krótkofalowych?
Jeśli ceny akcji podlegają błądzeniu przypadkowemu, aktualne ceny akcji odzwierciedlają wszystkie istotne informacje. Jedynym czynnikiem, który może doprowadzić do zmiany kursów, jest pojawienie się nowych informacji. Ponieważ nie możemy wiedzieć, jaka będzie treść tych nowych informacji, nie istnieje średnia, do której mogłyby powracać ceny akcji. Innymi słowy, nie istnieje nic takiego jak przejściowa cena akcji – to znaczy cena, która pozostaje niejako w czyśćcu dopóty, dopóki nie przesunie się w jakieś inne miejsce. Oto dlaczego zmiany na rynku giełdowym są nieprzewidywalne.
Istnieją wszakże dwie inne ewentualności. Jeżeli hipotezę De Bondta i Thalera, mówiącą o nadreaktywności inwestorów na nowe informacje, stosuje się do rynku jako całości, a nie tylko do akcji pojedynczych spółek, regresja do średniej w zachowaniach najważniejszych indeksów rynkowych powinna wychodzić na jaw wówczas, gdy dają o sobie znać czynniki długofalowe. Z drugiej strony, jeśli w pewnych warunkach gospodarczych inwestorzy zachowują się bardziej bojaźliwie niż w innych – na przykład w 1932 lub 1974 roku, w odróżnieniu od roku 1968 czy 1986 – kursy akcji będą spadały dopóty, dopóki inwestorzy nie nabiorą odwagi, i zaczną ponownie piąć się w górę, gdy warunki ulegną zmianie, co stwarza podstawy do optymistycznych rokowań co do przyszłego biegu wypadków.
Obie możliwości przemawiają za tym, by zignorować krótkofalowe wahania i uzbroić się w cierpliwość. Niezależnie od zmian, jakie w międzyczasie zachodzą na rynku, zyski inwestorów powinny się

przeciętnie kształtować na poziomie pewnego rodzaju długofalowej normy. Jeśli jest tak w istocie, rynek giełdowy może być ryzykownym miejscem w perspektywie miesięcy, a nawet paru lat, ale ryzyko poniesienia istotnych strat w okresie pięcioletnim i dłuższym powinno być znikome.

Pogląd ten znajduje potwierdzenie we frapujących danych zawartych w monografii opublikowanej w 1995 roku przez Stowarzyszenie Menedżerów i Analityków Inwestycyjnych – organizację skupiającą większość ludzi zajmujących się profesjonalnie inwestowaniem – której autorami byli dwaj profesorowie Baylor University, William Reichenstein i Dovalee Dorsett[6]. Na podstawie gruntownych badań doszli oni do wniosku, iż można przewidzieć, że po okresach bessy na rynku giełdowym będą występowały okresy dobrej koniunktury, i na odwrót. Wyniki badań Reichensteina i Dorsetta pozostają w bezpośredniej sprzeczności z koncepcją błądzenia przypadkowego, która przeczy temu, by zmiany kursów akcji miały przewidywalny charakter. Ceny akcji, podobnie jak strączki groszku, nie wykazują tendencji do nieskończonego ruchu w takim czy innym kierunku.

Matematyka poucza nas, że wariancja – miara tendencji, z jaką wyniki obserwacji rozkładają się wokół ich przeciętnej wartości – ciągu liczb losowych będzie rosła wprost proporcjonalnie do długości owego ciągu. Wyniki obserwacji w okresach trzyletnich powinny wykazywać trzykrotnie wyższą wariancję od wyników obserwacji rocznych. Z drugiej strony, w przypadku gdy dane nie są liczbami losowymi ze względu na oddziaływanie regresji do średniej, z wyliczeń matematycznych wynika, że współczynnik zmiany wariancji względem przyrostu czasu będzie mniejszy od jedności**.

Po przeanalizowaniu zmian indeksu S&P w latach 1926–1993 Reichenstein i Dorsett ustalili, że wariancja trzyletnich stóp zwrotu była tylko 2,7 razy wyższa od wariancji rocznych stóp zwrotu; z kolei wariancja ośmioletnich stóp zwrotu była zaledwie 5,6 razy wyższa od wariancji rocznych stóp zwrotu. Kiedy skonstruowali realistyczne portfele zawierające mieszankę akcji i obligacji, współczynniki zmian wariancji względem przyrostu czasu były jeszcze niższe niż w przypadku portfeli składających się wyłącznie z akcji.

Rzecz jasna, długofalowa zmienność kursów na rynku giełdowym jest mniejsza, niż byłaby wówczas, gdyby istniała możliwość, że dominujący wpływ uzyskają tendencje skrajne. *Pofolgowawszy swoim emocjom, inwestorzy skłonni są jednak w końcu słuchać Galtona, a nie tańczyć, jak im zagra Szczurołap z Hameln.*
Ustalenia te mają doniosłe implikacje dla inwestorów długoterminowych, ponieważ oznaczają, że na dłuższą metę niepewność wiążąca się ze stopą zwrotu jest mniejsza niż w krótszych okresach. Reichenstein i Dorsett przytaczają wiele danych historycznych i formułują prognozy dotyczące przyszłych możliwości, ale przytoczony poniżej ustęp wskazuje podstawowe wyniki ich badań (po uwzględnieniu inflacji)[7]:
W przypadku rocznego okresu posiadania akcji istnieje pięcioprocentowe prawdopodobieństwo, że inwestorzy giełdowi stracą co najmniej 25 procent zainwestowanych pieniędzy; istnieje również pięcioprocentowe prawdopodobieństwo, że osiągną zyski wyższe od 40 procent. Natomiast w okresie trzydziestoletnim istnieje zaledwie pięcioprocentowe prawdopodobieństwo, że wartość portfela złożonego wyłącznie z akcji wzrośnie o mniej niż 20 procent; istnieje także pięcioprocentowe prawdopodobieństwo, że właściciel takiego portfela będzie ponadpięćdziesięciokrotnie bogatszy, niż był na początku.
W dłuższym okresie różnica między stopami zwrotu z inwestycji w ryzykowne papiery wartościowe a zachowawczą strategią inwestowania osiąga poważne rozmiary. W okresie dwudziestoletnim występuje zaledwie pięcioprocentowe prawdopodobieństwo, że wartość portfela złożonego z długoterminowych obligacji przedsiębiorstw wzrośnie co najmniej czterokrotnie, podczas gdy wartość portfela złożonego wyłącznie z akcji zwykłych z pięcioprocentowym prawdopodobieństwem wzrośnie co najmniej ośmiokrotnie.
Wyniki tych drobiazgowych badań nie dają jednak łatwych recept, jak dorobić się fortuny. Każdy z nas ma kłopoty z wyborem właściwej strategii zarówno w tłustych, jak i chudych latach. A przecież Reichenstein i Dorsett mówią tylko o tym, co wydarzyło się w latach

1926–1993. Niezależnie od tego, jak atrakcyjne wydają się w świetle ich ustaleń inwestycje długoterminowe, ich analizy dotyczą wyłącznie faktów minionych. Co gorsza, nawet niewielkie różnice rocznych stóp zwrotu owocują po wielu latach kolosalnymi różnicami w bogactwie inwestorów.

***

Nadreaktywność na nowe informacje, którą De Bondt i Thaler zaobserwowali w zachowaniach kursów akcji, była wynikiem ludzkiej skłonności do przeceniania nowych świadectw i ignorowania trendów długofalowych. Ostatecznie wiemy znacznie więcej o tym, co dzieje się tu i teraz, niż kiedykolwiek będziemy mogli wiedzieć o tym, co zdarzy się w jakimś nieokreślonym terminie w przyszłości. Niemniej przykładanie zbyt wielkiej wagi do teraźniejszości może zniekształcać obraz rzeczywistości i prowadzić do niemądrych decyzji i nietrafnych ocen. Na przykład niektórzy obserwatorzy ubolewali nad rzekomym spadkiem tempa wzrostu wydajności w Stanach Zjednoczonych w ostatnim ćwierćwieczu. W rzeczywistości wyniki gospodarki amerykańskiej w tym okresie były o wiele lepsze, niż starali się nas przekonać. Świadomość występowania regresji do średniej skorygowała błędne oceny pesymistów.

W 1986 roku William Baumol, ekonomista z Princeton, opublikował wnikliwe studium poświęcone długofalowym trendom wydajności. Zgromadził dane dotyczące 72 krajów i sięgające wstecz aż do roku 1870. W swoim studium Baumol koncentruje uwagę na tym, co określa mianem procesu konwergencji. Zgodnie z prawidłami owego procesu kraje o najniższym poziomie wydajności w 1870 roku miały najwyższe wskaźniki wzrostu w następnych latach, natomiast kraje o największej wydajności w 1870 roku odnotowywały wolniejszy wzrost – innymi słowy, znów dają o sobie znać strączki groszku. Różnice tempa wzrostu wydajności powoli, ale nieuchronnie zmniejszały przepaść między poziomem wydajności krajów najbardziej zacofanych a poziomem wydajności państw najbardziej rozwiniętych.

Na przestrzeni 110 lat uwzględnionych w analizach Baumola różnica między państwem o najwyższej wydajności a państwem o najniższym poziomie wydajności, która wyrażała się początkowo

stosunkiem 8:1, zmniejszyła się do stosunku 2:1. Baumol zwraca uwagę, że „[...] uderzające jest to, iż wypływa stąd wyraźnie wniosek, że tylko jedna zmienna, produkt krajowy brutto danego kraju w 1870 roku przypadający na godzinę pracy [...] odgrywa jakąkolwiek istotną rolę”[9]. Czynniki, w których ekonomiści upatrują zwykle przyczyn wzrostu wydajności – wolny rynek, skłonność do oszczędzania i inwestowania oraz zdrowa polityka gospodarcza – wydają się nie odgrywać większej roli. „Niezależnie od jego zachowań – podsumowuje Baumol – [każdy naród] zmierza nieuchronnie do stanu, który jest mu pisany”[10]. Oto zjawisko o światowej skali, w którym występują dokładnie takie same prawidłowości, jak w zakrojonych na niewielką skalę eksperymentach Galtona.

Ocena wyników gospodarki Stanów Zjednoczonych ulega radykalnej zmianie, gdy przyjrzymy się jej z tej perspektywy. W przypadku państwa osiągającego od początku dwudziestego wieku najwyższy produkt krajowy brutto na godzinę pracy wśród krajów uprzemysłowionych stosunkowo niskie tempo wzrostu wydajności w Stanach Zjednoczonych nie powinno nas dziwić. Każda efektywna nowinka technologiczna ma coraz mniejsze znaczenie, gdy punkt odniesienia naszych wyliczeń znajduje się coraz wyżej. Dane Baumola dowodzą w istocie, że tempo wzrostu wydajności w Stanach Zjednoczonych było „tylko takie sobie” przez większą część stulecia, a nie jedynie w ostatnich kilku dekadach. W latach 1899–1913 było ono już wolniejsze od tempa wzrostu wydajności takich krajów, jak Szwecja, Francja, Niemcy, Włochy i Japonia. Wprawdzie Japonia ma najwyższe długofalowe wskaźniki tempa wzrostu ze wszystkich krajów rozwiniętych, pomijając okres drugiej wojny światowej, ale Baumol zwraca uwagę, że Japonia miała najniższy poziom produkcji na osobę w 1870 roku i nadal pozostaje w tyle za Stanami Zjednoczonymi. Jednak proces konwergencji posuwa się naprzód z nieubłaganą konsekwencją wraz z rozwojem technologii, upowszechnianiem edukacji i wzrostem produkcji, który pozwala uzyskać korzyści skali.

Baumol sugeruje, że niezadowolenie z wyników gospodarki Stanów Zjednoczonych jest wynikiem krótkowzroczności części komentatorów, którzy przykładają nadmierną wagę do najnowszych wyników i ignorują trendy długofalowe. Podkreśla, że gwałtowny wzrost wydajności w Ameryce w latach 1950–1970 nie był czymś z góry przesądzonym, nawet w wypadku kraju tak wyraźnie zorientowanego na rozwój technologii jak Stany Zjednoczone. Rozpatrywany z dłuższej perspektywy ów skokowy wzrost był tylko aberracją, która w jakiejś mierze rekompensowała gwałtowny spadek historycznego tempa wzrostu w latach trzydziestych i w okresie drugiej wojny światowej.

Wprawdzie studium Baumola jest poświęcone zupełnie innej problematyce, ale jego podstawowe tezy są podobne do wniosków De Bondta i Thalera:

Nie możemy zrozumieć aktualnych zjawisk [...] nie podejmując systematycznych badań nad zdarzeniami minionymi, które wywierają wpływ na teraźniejszość i które będą miały również doniosłe konsekwencje w przyszłości [...] Uwzględnianie dłuższej perspektywy jest istotne, ponieważ ekonomiści i twórcy polityki gospodarczej postępowaliby nieracjonalnie próbując przewidzieć długofalowe trendy i ich konsekwencje na podstawie kierunku trendów krótkofalowych, które mogą być uzależnione od przejściowych warunków[11].

***

Długofalowe trendy dają czasami o sobie znać zbyt późno, by wybawić nas z tarapatów, nawet jeśli działa prawo regresji do średniej. Wielki angielski ekonomista John Maynard Keynes poczynił następującą słynną uwagę:

W dłuższej perspektywie każdy z nas będzie martwy. Ekonomiści stawiają sobie zbyt łatwe i niezbyt pożyteczne zadanie, jeśli w czasie burzy poprzestają na stwierdzeniu, że kiedy minie sztorm, uspokoją się wzburzone fale oceanu[12].

Życie zmusza nas jednak do uwzględniania perspektywy krótkoterminowej. Sprawą najwyższej wagi jest to, by utrzymać się na wodzie, i nie możemy oczekiwać dnia, w którym uspokoją się fale

oceanu. Nawet wówczas cisza na morzu może być tylko krótkim antraktem między dwoma sztormami.
Prognozowanie przyszłości opierające się na regresji do średniej może okazać się ryzykowne w przypadku, gdy sama średnia jest płynna. Prognozy Reichensteina i Dorsetta opierają się na założeniu, że przyszłość będzie podobna do przeszłości, ale żadne prawo przyrody nie mówi, że będzie tak zawsze. Jeśli w przyszłości oczekuje nas globalne ocieplenie klimatu, po długiej serii ciepłych lat niekoniecznie musi nastąpić seria lat chłodnych. Jeżeli pacjent wykazuje objawy psychotyczne, a nie neurotyczne, depresja może okazać się trwała, a nie przejściowa. Jeśli ludziom uda się zniszczyć środowisko naturalne, po suszach nie będą przychodzić powodzie. Jeżeli przyroda odmawia czasami posłuszeństwa prawu regresji do średniej, działania ludzkie, w odróżnieniu od strączków groszku, będą narażone na skokowe zmiany i wszystkie systemy kontrolowania ryzyka okażą się zawodne. Galton zdawał sobie sprawę z tej możliwości i przestrzegał: „Wartość przeciętna jest tylko pojedynczym faktem, ale jeśli dodamy do niego inny pojedynczy fakt, wyłania się potencjalnie cały rozkład normalny, który odpowiada w przybliżeniu zaobserwowanemu rozkładowi obserwacji”[13].
W poprzednich rozdziałach tej książki mówiłem o niezmiennym porządku codziennego życia większości ludzi kolejnych stuleci. Wraz z nadejściem rewolucji przemysłowej przed dwoma wiekami tak wiele „innych pojedynczych faktów” zaczęło się nakładać na średnią, że zdefiniowanie rozkładu normalnego stawało się coraz trudniejsze. Kiedy zapowiadają się skokowe zmiany, postępujemy nader ryzykownie, podejmując decyzje na podstawie stałych tendencji, co zawsze wydawało się nam najzupełniej roztropne, ale nagle straciło sens.
Oto dwa przykłady na to, jak można paść ofiarą nadmiernego zaufania do regresji do średniej.
Kiedy prezydent Hoover obwieścił w 1930 roku, że „dobra koniunktura czeka na nas tuż za rogiem”, nie próbował wcale

zbałamucić społeczeństwa chwytliwym sloganem czy tendencyjną interpretacją faktów.
Hoover wierzył w to, co mówi. Ostatecznie historia zawsze potwierdzała słuszność jego poglądu. Depresja przychodziła, a następnie ustępowała miejsca okresowi lepszej koniunktury***. Poza okresem pierwszej wojny światowej spadek aktywności gospodarczej wystąpił tylko w pojedynczych siedmiu latach między rokiem 1869 a 1929. Jedyny dwuletni regres w tym okresie przypadł na lata 1907–1908, ale był to regres z wysokiego pułapu; przeciętny roczny spadek realnego produktu krajowego brutto był mniejszy od 1,6 procent, przy czym jeden z rocznych spadków produktu krajowego brutto sięgnął 5,5 procent.
Jednakże w roku 1930 produkcja spadła o 9,3 procent, a w 1931 o dalsze 8,6 procent. W najgorszym okresie, w czerwcu 1932 roku, produkt krajowy brutto obniżył się o 55 procent w stosunku do najwyższego poziomu z roku 1929 i przekroczył nawet najniższy pułap, jaki osiągnął w trakcie krótkotrwałego kryzysu z 1920 roku. Sześćdziesiąt lat historii utraciło nagle jakiekolwiek znaczenie. Źródłem owych trudności była po części utrata młodzieńczego dynamizmu po długim okresie intensywnego rozwoju przemysłu; nawet w czasach boomu lat dwudziestych wzrost gospodarczy nie osiągnął poziomu długofalowego trendu występującego w latach 1870–1918. Słabnięcie impetu wzrostu, w połączeniu z kolejnymi błędami politycznymi w kraju i za granicą i wstrząsem wywołanym załamaniem się rynku giełdowego w 1929 roku, przegnało pomyślną koniunkturę zza rogu, za którym miała się podobno znajdować.
Oto drugi przykład: w 1959 roku, trzydzieści lat od czasów wielkiego kryzysu, nastąpiło pewne wydarzenie, które z punktu widzenia historii jest najzupełniej niezrozumiałe. Aż do końca lat pięćdziesiątych inwestorzy osiągali wyższe dochody z akcji niż z obligacji. Za każdym razem, gdy różnica między dochodami z akcji i obligacji zaczynała się kurczyć, stopa dywidendy, jaką przynosiły akcje zwykłe, podnosiła się powyżej stopy zwrotu z obligacji. Ceny akcji spadały, skutkiem czego dolar zainwestowany w akcje przynosił większy dochód.

Wydawało się, iż tak być powinno. Ostatecznie akcje są bardziej ryzykowną lokatą kapitału niż obligacje. Obligacja jest bowiem umową, która dokładnie precyzuje, kiedy pożyczkobiorca musi zwrócić podstawową kwotę długu; zawiera również terminarz spłaty odsetek. Jeśli pożyczkobiorcy nie dotrzymają warunków umowy, musi się to skończyć ich bankructwem, utratą zaufania i objęciem ich aktywów przez wierzycieli.
W przypadku akcji roszczenia udziałowców do aktywów spółki są jednak bezpodstawne dopóty, dopóki nie wywiąże się ona ze swoich zobowiązań wobec wierzycieli. Akcje to forma majątku z ograniczonym prawem własności: nie określają one ostatecznego terminu, w jakim aktywa spółki mają zostać rozdzielone pomiędzy jej właścicieli. Co więcej, dywidendy z akcji są wypłacane według widzimisię zarządów spółek; spółka nie ma obowiązku wypłacania dywidendy udziałowcom. Łączne dywidendy wypłacane przez spółki dopuszczone do publicznego obrotu były zmniejszane dziewiętnastokrotnie w latach 1871–1929: obcinano je o ponad 50 procent w latach 1929–1933 i o około 40 procent w roku 1938.
Nie można się więc dziwić, że inwestorzy kupowali akcje tylko wówczas, gdy przynosiły one większe dochody od obligacji. Nie ma również nic zaskakującego w tym, że ceny akcji spadały za każdym razem, gdy wpływy z nich zbliżały się do wpływów z obligacji.
W każdym razie było tak aż do roku 1959. W tym okresie ceny akcji pięły się dynamicznie w górę, a ceny obligacji spadały. Oznaczało to, że stosunek odsetek z obligacji do ceny obligacji wzrósł gwałtownie, obniżył się natomiast stosunek dywidend z akcji do ceny akcji. Dawne relacje między obligacjami i akcjami stały się nieaktualne, co wytworzyło tak ogromną przepaść, że ostatecznie wpływy z obligacji przewyższyły dochody z akcji w jeszcze większym stopniu niż wówczas, gdy akcje przynosiły większe dochody od obligacji.
Przyczyna takiego odwrócenia ról nie mogła być banalna. Podstawowym czynnikiem, który odróżnia teraźniejszość od przeszłości, jest inflacja. W latach 1800–1940 koszty utrzymania rosły przeciętnie tylko o 0,2 procent w skali rocznej i aż 69 razy spadały do niższego poziomu. W 1940 roku wskaźnik kosztów utrzymania był tylko o 28 procent wyższy od stanu sprzed 140 lat. W

takich warunkach posiadanie aktywów wycenionych na pewną stałą ilość dolarów dawało rozkoszne bezpieczeństwo, natomiast posiadanie aktywów o niestałej wartości pieniężnej było wysoce ryzykowne.

Druga wojna światowa i jej pokłosie zmieniły ten stan rzeczy. W latach 1941–1959 inflacja kształtowała się przeciętnie na poziomie 4 procent w skali rocznej, a wskaźnik kosztów utrzymania osiągał przez wszystkie te lata, z wyjątkiem jednego roku, coraz wyższe wartości. Uporczywie rosnący poziom cen uczynił z obligacji – instrumentu finansowego, który na pozór dawał nienaruszalne gwarancje dochodów – niezmiernie ryzykowną inwestycję. Do roku 1959 cena obligacji skarbowych z kuponem 2 1/2 procent wypuszczonych w 1945 roku spadła z 1000 dolarów do 820 dolarów – a przy tym siła nabywcza dolara w 1959 roku była dwukrotnie mniejsza od jego siły nabywczej z 1949 roku!

W tym samym czasie dywidendy z akcji dynamicznie pięły się w górę, zwiększając się trzykrotnie w latach 1945–1959 i odnotowując w tym czasie spadek tylko w okresie jednego roku – i to spadek zaledwie 2-procentowy. Inwestorzy przestali postrzegać akcje jako ryzykowną lokatę kapitału, której cena i ewentualne dochody zmieniają się w sposób nieprzewidywalny. Cena, jaką płacono za aktualną dywidendę, wydawała się coraz mniej istotna. Liczył się tylko rosnący strumień dochodów z dywidendy, które miały się pojawić w przyszłości. Można było oczekiwać, że owe dywidendy przekroczą z czasem wpływy z odsetek z obligacji, przy czym nastąpi odpowiedni wzrost kapitałowej wartości akcji. Mądrym posunięciem było kupowanie akcji po wyższej cenie ze względu na ich możliwości wzrostowe oraz asekurację od skutków inflacji, i stronienie od obligacji z ich dochodami o stałej wartości pieniężnej.

Wprawdzie zarysy tego nowego świata były widoczne już przed rokiem 1959, ale dawne relacje na rynkach kapitałowych przetrwały dopóty, dopóki głównymi inwestorami na rynku byli ludzie pamiętający dawne czasy. Na przykład moi partnerzy, weterani wielkiego kryzysu, zapewniali mnie, że ten coraz bardziej widoczny trend jest tylko przejściową aberracją. Zaręczali, że w ciągu zaledwie

kilku miesięcy wszystko powróci do normalnego stanu – że kursy akcji spadną, a ceny obligacji się poprawią.
Nie doczekałem się tego do dzisiaj. Fakt, iż może się zdarzyć coś tak niewiarygodnego, wywarł trwały wpływ na moje zapatrywania na życie, a zwłaszcza na inwestowanie na giełdzie. W dalszym ciągu ma on wpływ na moją postawę wobec przyszłości i skłania mnie do sceptycyzmu wobec mądrości, która każe nam szukać wizerunku przyszłych zdarzeń w przeszłości.

***

W jakim stopniu możemy zatem polegać na regresji do średniej, próbując wyrokować, co przyniesie nam przyszłość? Jak powinniśmy interpretować pojęcie, które jest niezmiernie efektywnym narzędziem w pewnych okolicznościach, ale prowadzi do katastrofalnych następstw w innych?
Keynes przyznawał, że „jako istoty żywe i aktywne, zmuszeni jesteśmy działać [...] [nawet wówczas] gdy istniejący stan wiedzy nie daje nam podstaw do formułowania prognoz opartych na wyliczeniach matematycznych”[14]. Uzbroiwszy się w praktyczne zasady, doświadczenie, instynkt i utarte nawyki – innymi słowy, w odwagę – szukamy jednak po omacku drogi od teraźniejszości ku przyszłości. Termin „mądrość potoczna”, użyty przez Johna Kennetha Galbraitha, ma często pejoratywny wydźwięk, jak gdyby to, w co wierzy większość z nas, musiało być nieuchronnie błędne. Bez owej potocznej mądrości nie moglibyśmy jednak podejmować długofalowych decyzji i z trudem rozwiązywalibyśmy nasze codzienne problemy.
Sztuka polega na tym, by być na tyle elastycznym, aby uświadomić sobie, że regresja do średniej jest tylko narzędziem, a nie systemem religijnym z niezmiennym dogmatem i obrzędowością. Gdy używa się jej do mechanicznego rzutowania przeszłości w przyszłość, jak to czynili prezydent Hoover i moi starsi koledzy, regresja do średniej jest warta tyle co wróżenie z fusów. Nie powinieneś nigdy liczyć na to, że regresja do średniej wpłynie na bieg wypadków, jeśli przez cały czas nie analizujesz zasadności założeń, na których opiera się ta procedura. Francis Galton udzielił nam mądrej rady, gdy nalegał,

byśmy „znajdowali upodobanie w bardziej wszechstronnych ujęciach” niż wartość przeciętna.

## Przypisy

[1] Sanford C. Bernstein & Co., 1995.
[2] De Bondt i Thaler, 1986.
[3] Tamże.
[4] Zob. Dreman i Berry, 1995.
[5] Morningstar Mutual Funds, 1 April, 1994.
[6] Reichenstein i Dorsett, 1995, s. 46–47.
[7] Przytoczone powyżej wyniki są najistotniejszymi wnioskami, jakie można wyciągnąć z badań Reichensteina i Dorsetta, 1995, tabela II, s. 32.
[8] Baumol, 1986. Obszerną analizę tej procedury badawczej można znaleźć w pracy Baumola, Nelsona i Wolffa, 1994.
[9] Baumol, 1986, s. 1077.
[10] Tamże, s. 1077.
[11] Tamże, s. 1084.
[12] Keynes, 1924, s. 88.
[13] Forrest, 1974, s. 201–202.
[14] Pomimo usilnych starań moich współpracowników nie zdołałem ustalić źródła, z którego pochodzi ten cytat, choć przechowuję go od dłuższego czasu w moim archiwum. Podobne uwagi pojawiają się w książce Keynesa z 1936 roku na s. 152–153.
* Nawiasem mówiąc, z Sanfordem C. Bernsteinem nie łączą mnie żadne więzy pokrewieństwa.
** W historii zmian, jakim podlegały stopy procentowe, występują antagonistyczne tendencje, które odzwierciedlają zjawisko awersji do średniej. Prawdopodobieństwo, że trend aktualnie występujący się utrzyma, było wyższe od prawdopodobieństwa pojawienia się przeciwnego trendu. Dla okresów dwuletnich wariancja stóp rentowności dziewięćdziesięciodniowych bonów skarbowych była 2,2 razy większa niż w przypadku okresów rocznych; w okresach ośmioletnich była już prawie 32 razy większa od wariancji rocznej; w

przypadku długoterminowych stóp procentowych występuje podobna, choć nieco mniej wyraźna prawidłowość.
*** W owych czasach nazywano depresję paniką, natomiast „depresja” to eufemistyczny termin, który został ukuty na tę okoliczność. W późniejszym okresie utartym eufemizmem stało się słowo „recesja”. Można się tylko zastanawiać, jak głęboka musiałaby być recesja, aby eksperci gotowi byli ją nazwać depresją.

## Rozdział 6

# Gmach szczęścia

Nasza opowieść koncentrowała się do tej pory na teoriach prawdopodobieństwa i pomysłowych metodach jego mierzenia: mówiliśmy o trójkącie Pascala, urnie z czarnymi i białymi kulami, w której Jakob Bernoulli poszukiwał praktycznej pewności, stole bilardowym Bayesa, krzywej dzwonowej Gaussa i kwinkunksie Galtona. Nawet Daniel Bernoulli, który jako pierwszy zagłębił się w dziedzinę psychologii decyzji, żywił niezłomne przekonanie, że to, co nazywał użytecznością, poddaje się pomiarowi.

Zajmiemy się teraz innymi kwestiami: jakiego rodzaju ryzyko powinniśmy podjąć? Od jakiego ryzyka powinniśmy trzymać się z dala? Jakie informacje są istotne? Z jakim stopniem pewności możemy podtrzymywać nasze przekonania dotyczące przyszłych zdarzeń? Krótko mówiąc, w jaki sposób możemy zacząć kontrolować nasze spotkania z ryzykiem?

W warunkach niepewności podejmowanie decyzji wymaga zarówno racjonalnego myślenia, jak przeprowadzania pomiarów. Ludzie racjonalni przetwarzają informacje w sposób obiektywny: wszystkie błędy, które popełniają, formułując prognozy przyszłych zdarzeń, są tylko błędami przypadkowymi, a nie efektem uporczywej skłonności do dostrzegania wyłącznie dodatnich lub ujemnych stron życia. Reagują oni na nowe informacje, kierując się wyraźnie określonym zbiorem preferencji. Wiedzą, czego chcą, i wykorzystują informacje w sposób im odpowiadający.

Preferencja oznacza, że wolimy jedną rzecz od drugiej: pojęcie to implikuje zatem rezygnację z czegoś na rzecz czegoś innego. Jest to pożyteczna koncepcja, ale staje się bardziej uchwytna dopiero wówczas, gdy rozporządzamy jakąś metodą pomiaru preferencji.

To właśnie miał niewątpliwie na myśli Daniel Bernoulli, kiedy, pisząc w 1738 roku swą znakomitą rozprawę, chełpił się: „Byłoby błędem zlekceważyć [jego idee] jako abstrakcje opierające się na wątpliwych

hipotezach". Bernoulli wprowadził użyteczność jako podstawę pomiaru preferencji – obliczania, w jakim stopniu lubimy bardziej jedną rzecz od drugiej. Świat jest pełen rzeczy godnych pożądania – mówił Bernoulli – ale nie wszyscy ludzie byliby gotowi zapłacić za nie tyle samo. Ponadto im więcej czegoś mamy, tym mniej skłonni jesteśmy zapłacić za to, by mieć jeszcze więcej.
Pojęcie użyteczności Bernoullego było imponującym wynalazkiem, ale on sam posługiwał się nim w sposób jednostronny. Uważamy obecnie, że pragnienie osiągnięcia wyższego statusu społecznego może skłaniać nas do dążenia do powiększania naszego stanu posiadania, nawet wówczas, gdy według obiektywnych kryteriów pomiaru mamy już dostatecznie dużo. Ponadto podstawą argumentacji Bernoullego jest gra, w której Paweł wygrywa wówczas, gdy Piotr po raz pierwszy wyrzuci orła, jednakże Paweł nie ponosi żadnej straty, jeśli wypadnie reszka. Słowo „strata" w ogóle nie pojawia się w rozprawie Bernoullego; nie występuje ono również w żadnej z prac poświęconych teorii użyteczności, jakie ukazywały się przez następne dwa stulecia. Ale dopiero wówczas, gdy „strata" wkracza na scenę, teoria użyteczności staje się paradygmatem teoretycznej refleksji nad procesami podejmowania decyzji jako metoda ustalania, jakie ryzyko skłonni są podjąć ludzie żywiący nadzieję na osiągnięcie jakichś pożądanych, ale niepewnych zysków. O wartości koncepcji Bernoullego świadczy jednak wpływ, jaki jeszcze dziś wywierają jego poglądy dotyczące natury ludzkiej. Każde nowe odkrycie w dziedzinie teorii podejmowania decyzji i szacowania ryzyka ma swoje źródło w jego badaniach zmierzających do sformułowania definicji, zasad kwantyfikacji i praktycznych wskazówek dla racjonalnych decyzji.
Można by zatem przypuszczać, że dominującą rolę w dziejach teorii decyzji odegrali badacze z klanu Bernoullich, zwłaszcza jeśli uwzględni się rozgłos, jaki zyskały sobie naukowe dokonania Daniela Bernoullego. Historia potoczyła się jednak inaczej: wyniki uzyskane w dziedzinie teorii użyteczności przez późniejszych badaczy były przeważnie nowymi odkryciami, a nie rozwinięciami oryginalnych sformułowań Bernoullego.

Czy przeszkodą był w tym przypadku fakt, że Bernoulli pisał po łacinie? Kenneth Arrow zwrócił uwagę, że rozprawa Bernoullego dotycząca nowej teorii pomiaru ryzyka została przełożona na język niemiecki dopiero w 1896 roku, a pierwszy przekład angielski ukazał się w pewnym amerykańskim periodyku naukowym w roku 1954. Łaciną posługiwano się jednak powszechnie w pracach matematycznych jeszcze w wieku dziewiętnastym, a rozgłos, jaki zyskały idee Gaussa, świadczy o tym, że publikowanie w języku łacińskim nie stanowiło poważniejszej przeszkody. Być może jednak decyzja Bernoullego, by wydać swą rozprawę o pomiarze ryzyka po łacinie, wyjaśnia w jakiejś mierze przyczyny, dla których jego dokonania wzbudziły znacznie większe zainteresowanie wśród matematyków niż wśród ekonomistów i badaczy ludzkiego zachowania.

Arrow wskazuje głębsze przyczyny takiego stanu rzeczy. Bernoulli ujmował użyteczność w kategoriach liczbowych, natomiast późniejsi badacze woleli rozpatrywać ją w kategoriach deklaracji preferencji: powiedzenie „Bardziej lubię to niż tamto” nie jest tym samym co powiedzenie „To jest dla mnie warte x jednostek użyteczności”.

***

Teoria użyteczności została ponownie wynaleziona u schyłku osiemnastego wieku przez Jeremy’ego Benthama, głośnego angielskiego filozofa, który żył w latach 1748–1832. Można go nadal oglądać przy szczególnie uroczystych okazjach w gmachu londyńskiego University College, gdzie zgodnie z ostatnią wolą Benthama jego zmumifikowane ciało tkwi w szklanym futerale z woskową repliką głowy filozofa i jego ulubionym kapeluszem u stóp. Najważniejsze dzieło Benthama, *The Principles of Morals and Legislation*, utrzymane było w duchu filozofii oświecenia:

> Natura oddała ludzkość we władanie dwóch suwerennych panów: cierpienia i przyjemności. Tylko one mogą wskazywać nam, co powinniśmy czynić, i tylko one mogą dyktować nam, co czynić będziemy [...] Zasada użyteczności uwzględnia tę podległość i przyjmuje ją za podstawę owego systemu, którego celem jest wzniesienie gmachu szczęścia przy pomocy rozumu i prawa[2].

Bentham wyjaśnia następnie, co rozumie przez użyteczność: „[...] ta własność dowolnego przedmiotu, dzięki której przynosi on pożytek, korzyść, przyjemność, dobro lub radość [...] o ile tylko wykazuje on większą tendencję do pomnażania szczęścia społeczności aniżeli uszczuplania tegoż szczęścia".
Bentham mówi tutaj o życiu jako całości. Ekonomiści dziewiętnastego wieku wykorzystali jednak skwapliwie pojęcie użyteczności jako narzędzie służące do ustalania, w jaki sposób ceny powstają w wyniku wzajemnych oddziaływań decyzji sprzedających i kupujących. Ta okrężna droga zawiodła ich wprost do prawa popytu i podaży.
Według klasyków dziewiętnastowiecznej ekonomii przyszłość pozostaje w spoczynku, kiedy kupujący i sprzedający zastanawiają się nad możliwościami, które się przed nimi otwierają. W centrum zainteresowania ówczesnych ekonomistów znajdowało się to, czy jedna alternatywa jest lepsza od innej. Ewentualność poniesienia straty nie była w ogóle przedmiotem ich rozważań. W konsekwencji rozterki niepewności i cykle koniunkturalne nie pojawiają się w ogóle w tym scenariuszu. Zamiast tego ówcześni ekonomiści poświęcali cały swój czas analizie psychologicznych i subiektywnych czynników, które skłaniają ludzi do płacenia takiej-to-a-takiej kwoty za bochenek chleba czy butelkę porto – albo dziesięć butelek porto. Myśl, że ktoś mógłby nie mieć dość pieniędzy, by kupić choćby jedną butelkę porto, nie mieściła się nikomu w głowie. Alfred Marshall, wybitny ekonomista epoki wiktoriańskiej, poczynił kiedyś uwagę: „Nikt nie powinien podejmować pracy, która nie pozwalają mu żyć na poziomie godnym dżentelmena"[3].
William Stanley Jevons, zagorzały zwolennik benthamizmu i miłośnik matematyki, był jednym z pierwszych uczonych, którzy przyczynili się do rozwoju owego nurtu myślenia. Urodzony w Liverpoolu w 1837 roku, już za młodu pragnął zostać naukowcem. Kłopoty finansowe skłoniły go jednak do przyjęcia posady urzędnika od spraw probierstwa w Królewskiej Mennicy w Sydney, australijskim mieście, którego liczba mieszkańców wzrosła w okresie gorączki złota do 100 000. Dziesięć lat później Jevons powrócił do Londynu, gdzie

studiował ekonomię i gdzie spędził pozostałe lata swego życia jako profesor ekonomii politycznej w University College. Był pierwszym ekonomistą od czasów Williama Petty'ego, którego przyjęto w poczet członków Królewskiego Towarzystwa Naukowego. Pomimo swego akademickiego tytułu Jevons był jednym z pierwszych uczonych, którzy sugerowali, by usunąć słowo „polityczna" z wyrażenia „ekonomia polityczna". Wskazywał w ten sposób poziom abstrakcji, ku któremu zmierzała ta dyscyplina badawcza.

Swoje największe dzieło, które zostało opublikowane w 1871 roku, Jevons zatytułował jednak *The Theory of Political Economy*[A]. Na wstępie Jevons formułuje twierdzenie, iż „wartość zależy wyłącznie od użyteczności". Pisze następnie, że „[...] musimy jedynie starannie prześledzić naturalne prawa określające poziom użyteczności, w zależności od ilości dóbr, które posiadamy, aby sformułować zadowalającą teorię wymiany handlowej".

Jest to przeformułowanie podstawowego twierdzenia Bernoullego, iż użyteczność zmienia się w zależności do ilości dóbr uprzednio posiadanych. W dalszej części książki Jevons obwarowuje jednak tę ogólną tezę zastrzeżeniem charakterystycznym dla prawdziwego dżentelmena epoki wiktoriańskiej: „im bardziej wyrafinowane i w im większym stopniu intelektualne stają się nasze potrzeby, tym trudniej jest je zaspokoić".

Jevons był przekonany, iż udało mu się rozwiązać problem wartości. Twierdził, że możliwość wyrażenia wszystkiego w kategoriach ilościowych usuwa w cień mgliste uogólnienia, jakie formułowali na ogół wcześniejsi ekonomiści. Łatwo rozprawił się z kwestią niepewności, mówiąc, że musimy jedynie stosować w praktyce prawdopodobieństwa, które są nam znane na podstawie wcześniejszych doświadczeń i obserwacji: „Probierzem poprawności oszacowania prawdopodobieństwa jest to, czy nasze obliczenia, przeciętnie rzecz biorąc, zgadzają się z faktami. [...] Mniej lub bardziej trafne obliczenia tego rodzaju przeprowadzamy zajmując się wszystkimi sprawami codziennego życia".

Jevons poświęca wiele stron swego dzieła opisom wcześniejszych prób zastosowania matematyki w badaniach ekonomicznych, ale nie

wspomina w ogóle o dokonaniach Daniela Bernoullego. Nie pozostawia jednak najmniejszych wątpliwości co do wagi własnych dokonań:

Czy przed Pascalem ktokolwiek rozpatrywał w ogóle możliwość mierzenia wątpliwości i przekonań? Czy ktoś był w stanie wyobrazić sobie, że badania nad nieistotnymi grami losowymi doprowadzą do stworzenia zapewne najsubtelniejszej dyscypliny matematycznej – teorii prawdopodobieństwa?

Otóż nie sposób powątpiewać w to, że przyjemność, cierpienie, praca, użyteczność, wartość, zamożność, pieniądz, kapitał itd. są pojęciami, które poddają się kwantyfikacji; co więcej, wszystkie nasze działania w sferze przemysłu i handlu są niewątpliwie uzależnione od porównywania wielkości korzyści i strat.

***

Duma, z jaką Jevons mówi o swoich osiągnięciach, odzwierciedla entuzjastyczną postawę wobec pomiaru, charakterystyczną dla epoki wiktoriańskiej. W miarę upływu czasu kolejne aspekty życia zostały poddane kwantyfikacji. Erupcja naukowych badań wprzęgniętych w proces rewolucji przemysłowej stanowiła dodatkowy potężny impuls sprzyjający rozwojowi tej tendencji.

Pierwszy systematyczny spis ludności w Wielkiej Brytanii przeprowadzono już w roku 1801, a towarzystwa ubezpieczeniowe wprowadzały w dziewiętnastym wieku do swojej działalności coraz bardziej wyrafinowane metody statystyczne. Wielu ludzi o wrażliwych sumieniach zajęło się wówczas pomiarami socjologicznymi, żywiąc nadzieję, że pomogą one naprawić szkodliwe społecznie następstwa industrializacji. Czynili oni starania, by podnieść poziom życia w slumsach, zwalczając przestępczość, analfabetyzm i alkoholizm, które szerzyły się wśród rosnącej rzeszy biedoty.

Niektóre z propozycji dotyczących zastosowania pomiaru użyteczności w badaniach nad społeczeństwem miały jednak mniej praktyczny charakter. Francis Edgeworth, ekonomista, który żył w tych samych czasach co Jevons i wprowadził do ekonomii nowatorskie metody matematyczne, wysunął nawet propozycję skonstruowania „hedonimetru”. Jeszcze w połowie lat dwudziestych naszego stulecia Frank Ramsey, młody wybitny matematyk z

Cambridge, zastanawiał się nad możliwością stworzenia „psychogalwanometru".
W epoce wiktoriańskiej pojawiły się jednak również głosy krytyczne, że powszechny pęd do przeprowadzania pomiarów trąci materializmem. Kiedy w 1860 roku, po skonsultowaniu się z Galtonem i innymi uczonymi, Florence Nightingale zaproponowała, że ufunduje Katedrę Statystyki Stosowanej na uniwersytecie oksfordzkim, spotkała się z kategoryczną odmową. Maurice Kendall, wielki statystyk i historyk statystyki, pisze, że „[...] wydaje się, iż na naszych najbardziej zasłużonych uczelniach nadal szeptano z wyniosłych wież ostatnie średniowieczne zaklęcia [...] Po trzydziestu latach starań Florence zrezygnowała ze swojego projektu"*[5].
W miarę upływu czasu dążenie do wprowadzenia nauk społecznych na taki sam poziom matematyzacji, na jakim znajdowały się nauki przyrodnicze, przybierało jednak na sile. Terminologia nauk przyrodniczych przenikała stopniowo do badań ekonomicznych. Jevons mówił na przykład o „mechanice" użyteczności i dążeniu do własnej korzyści. Takie pojęcia, jak „równowaga", „pęd", „ciśnienie" czy „funkcje", krążyły w różnych dziedzinach badawczych. We współczesnym świecie finansów posługujemy się często takimi terminami, jak „inżynieria finansowa", „sieci neuronowe" czy „algorytmy genetyczne".
Warto wspomnieć o jeszcze innym ekonomicznym aspekcie badań Jevonsa. Jako człowiek posiadający gruntowną wiedzę z zakresu nauk przyrodniczych Jevons nie mógł nie dostrzec, że gospodarka podlega ciągłym zmianom. W 1873 roku, dwa lata po opublikowaniu **The Theory of Political Economy**, okres niezwykłej koniunktury gospodarczej w Stanach Zjednoczonych i Europie, który utrzymywał się przez dwadzieścia lat, dobiegł końca. Aktywność gospodarcza spadała przez kolejne trzy lata, a oznaki ożywienia pojawiały się bardzo powoli. Produkcja przemysłowa w Stanach Zjednoczonych w 1878 roku była wyższa tylko o 6 procent od stanu z roku 1872. Przez następne 23 lata ceny towarów i usług w Stanach Zjednoczonych spadały niemal nieprzerwanie do poziomu niższego o 40 procent, co

doprowadziło do poważnego zubożenia społeczeństw Europy Zachodniej i Stanów Zjednoczonych.
Czy owe katastrofalne wydarzenia skłoniły Jevonsa do postawienia pytania, czy system gospodarczy może osiągnąć wewnętrzną równowagę na optymalnym poziomie produkcji i zatrudnienia, jak zapewniał David Ricardo i jego następcy? W żadnym razie. Wysunął natomiast teorię cykli koniunkturalnych, która odwoływała się do wpływu plam słonecznych na warunki pogodowe, warunków pogodowych na zbiory zbóż, zbiorów zbóż na ceny, płace i poziom zatrudnienia. Według Jevonsa rozwiązań problemów nękających gospodarkę należało szukać na niebie i na ziemi, a nie w filozoficznych przesłankach ekonomii.
Teorie dotyczące ludzkich decyzji i wyborów wydawały się oderwane od codziennego życia w realnym świecie, miały jednak odgrywać dominującą rolę przez cały wiek dziewiętnasty. Jeszcze w latach wielkiego kryzysu pokutował pogląd, że gwałtowne zmiany koniunktury gospodarczej są raczej przypadkowymi wydarzeniami niż zjawiskami wpisanymi w samą naturę systemu gospodarczego, którego siłę napędową stanowią ryzykowne decyzje. Zapewnienia Hoovera z 1930 roku, że pomyślna koniunktura czeka na nas tuż za rogiem, były wyrazem przeświadczenia, że wielki kryzys był tylko następstwem przejściowej aberracji, a nie jakiegoś błędu strukturalnego. W 1931 roku sam John Maynard Keynes nie tracił jeszcze optymizmu typowego dla ludzi wychowanych w duchu epoki wiktoriańskiej, gdy dawał wyraz „[...] głębokiemu przekonaniu, że problemy gospodarcze [...] są tylko wynikiem straszliwego bałaganu, krótkotrwałego i *niekoniecznego* zamętu”[6]. Słowo „niekonieczny” napisał kursywą sam Keynes.

## Przypisy

[1] Bernoulli, 1738.
[2] Jevons przytacza te fragmenty w **The Theory of Political Economy**. Pojawiają się one również w wypisach Newmana, 1988a, s. 1293–1212.
[3] Cytuję za Skidelskym, 1983, s. 47.

[4] Wszystkie cytaty, które przytaczam poniżej, pochodzą z książki Jevonsa, 1970.
[5] Kendall, 1972, s. 43.
[6] Keynes, 1931.
* Edward Cook, jeden z biografów Florence Nightingale, opisuje ją jako „namiętną miłośniczkę badań statystycznych”. Podobnie jak Galton gromadziła nałogowo wszelkie dane i odnosiła się z entuzjazmem do prac badawczych Queteleta, które zainspirowały jej pionierskie badania z zakresu statystyki medycznej i innych gałęzi statystyki społecznej. Zob. Kendall i Plackett, 1977, s. 310–327.

**Część czwarta**

# Błądząc w ciemnościach w poszukiwaniu światła: 1900–1960

## Rozdział 1

# Miara ignorancji

Nasza wiara w możliwość zmierzenia wszystkiego często zawodzi i właśnie dlatego zmuszeni jesteśmy się jej wyrzec. Gdy ktoś wykrzykuje „Eureka”, naszym ulubionym wytłumaczeniem takiego zdarzenia jest powołanie się na zbieg okoliczności lub łut szczęścia, zależnie od przypadku, z jakim mamy do czynienia.

Gdyby wszystko zależało od ślepego losu, kontrolowanie ryzyka byłoby tylko bezsensownym przedsięwzięciem. Odwoływanie się do szczęśliwego zbiegu okoliczności fałszuje rzeczywistość, ponieważ oddziela skutek od przyczyny.

Kiedy mówimy, że ktoś miał pecha, zwalniamy daną osobę z wszelkiej odpowiedzialności za to, co się stało. Natomiast twierdząc, że komuś dopisało szczęście, odmawiamy danej osobie honorów należnych jej za włożony wysiłek, który najpewniej doprowadził do pomyślnego finału. W tym miejscu należy postawić pytanie – do jakiego stopnia możemy być czegokolwiek pewni? Co spowodowało określony skutek? Czy była to kwestia przypadku czy też świadomego wyboru?

Dopóki nie potrafimy odróżnić zdarzeń będących dziełem przypadku od tych, które są następstwem określonej przyczyny, dopóty nie możemy stwierdzić, czy to, na co się zanosi, naprawdę się zdarzy, ani też jak stało się to, co się stało. W momencie, gdy podejmujemy ryzyko, stawiamy na określony skutek będący następstwem decyzji, którą mamy podjąć. Do końca nie mamy jednak pewności, jaki będzie ostateczny wynik naszych działań. Istota kontrolowania ryzyka polega na maksymalizowaniu zakresu zagadnień, w odniesieniu do których jesteśmy w stanie, choćby w pewnym stopniu, przewidzieć skutki zdarzeń, oraz minimalizowaniu tych obszarów, gdzie związki przyczynowo-skutkowe pozostają całkowicie poza naszą kontrolą i są nam nieznane.

***

W tym miejscu warto się zastanowić, co rozumiemy przez szczęśliwy zbieg okoliczności? Laplace był przekonany, że nic takiego jak przypadek czy traf, jak to „coś" nazywał, nie istnieje. W swojej pracy zatytułowanej **Essai philosophique sur les probabilites** Laplace stwierdził: Obecne zdarzenia wynikają ze zdarzeń przeszłych. Wynika to z podstawowej zasady, zgodnie z którą żadne zdarzenie nie może zaistnieć bez przyczyny [...] Wszystkie zdarzenia podlegają prawom natury, wliczając w to nawet te, które ze względu na swoje znikome znaczenie pozornie nie są ich wynikiem[1].

Powyższe stwierdzenie jest reminiscencją poglądów Jakoba Bernoullego, który uważał, że jeśli byłoby możliwe powtórzenie wszystkich zdarzeń, jakie mają miejsce w nieskończenie długim okresie, to bylibyśmy w stanie stwierdzić, że każde z nich wystąpiło w odpowiedzi na „określoną przyczynę" oraz że nawet najbardziej przypadkowe zdarzenia wcale takie nie są i wynikają wprost z „pewnej konieczności, żeby nie rzec, PRZEZNACZENIA". W tym samym duchu de Moivre odwoływał się do PIERWOTNEGO PLANU. Laplace, domyślając się istnienia jakiejś „siły wyższej" zdolnej do ogarnięcia wszystkich przyczyn i skutków, podważył samą koncepcję niepewności. Będąc pod wrażeniem wielkich wydarzeń, jakie nastąpiły za jego życia, Laplace wyrokował, że istoty ludzkie osiągną ten sam poziom rozwoju, bazując na już dokonanych odkryciach w astronomii, mechanice, geometrii i poznanych prawach ciążenia. Jego zdaniem postęp wynikał ze „skłonności charakterystycznej dla rodzaju ludzkiego [która] świadczy o jej wyższości nad zwierzętami; z tego punktu widzenia rozwój nauki pozwala zauważyć różnice pomiędzy narodami i epokami, świadcząc o ich prawdziwej chwale"[2]. Laplace przyznaje, że czasem bardzo trudno jest odnaleźć przyczynę, zwłaszcza że na pierwszy rzut oka można sądzić, że ona w ogóle nie istnieje. Jednocześnie ostrzega nas przed skłonnością do wiązania określonych przyczyn ze skutkami, jeśli w rzeczywistości wzajemne powiązania między nimi podlegają wyłącznie prawom rachunku prawdopodobieństwa. Na poparcie swoich słów przedstawia poniższy przykład: „Na stole ułożono litery według kolejności

KONSTANTYNOPOL; z całą pewnością będziemy uważać, że układ ten nie jest dziełem przypadku. [Jednak] jeżeli słowo to nie należałoby do żadnego języka, wówczas nawet przez chwilę nie wątpilibyśmy, że litery ułożono w przypadkowej kolejności”[3]. W przypadku gdyby litery ułożono w kolejności BZUXRQVICPRGAB, bez namysłu wskazalibyśmy na przypadkowość układu liter, chociaż w każdym losowaniu szanse wyciągnięcia liter w kolejności BZUXRQVICPRGAB są dokładnie takie same jak w porządku KONSTANTYNOPOL. Z pewnością bylibyśmy bardzo zaskoczeni wylosowaniem liczby 1000 z pojemnika zawierającego 1000 liczb; jednak szanse uzyskania liczby 457 również kształtują się jak 1:1000. Laplace konkluduje: „Im bardziej wyjątkowe zdarzenie, tym większa rodzi się potrzeba wyjaśnienia go w sposób racjonalny”[4]. W październiku 1987 ceny akcji na giełdzie spadły o ponad 20 procent. Tak znaczny spadek notowań giełdowych zdarzył się dopiero cztery razy w historii, wliczając w to krach z 1926 roku. Załamania cen na giełdzie w 1987 roku nikt się nie spodziewał. Po dziś dzień toczą się spory odnośnie do przyczyn październikowej paniki na rynku, która przecież nie mogła zdarzyć się bez powodu. Mimo że krach z pewnością jest wydarzeniem bardzo wyjątkowym, nikt jak dotąd nie był w stanie w sposób racjonalny wyjaśnić przyczyn jego wystąpienia.

***

Koncepcję przyczyny i skutku rozwinął dopiero inny francuski matematyk, który przyszedł na świat niemal sto lat po Laplasie. Uwypuklił on także rolę informacji jako czynnika niezbędnego przy podejmowaniu decyzji. Henri Jules Poincaré, o nim bowiem mowa, był według słów Jamesa Newmana: [...] typowym francuskim uczonym. Był więc niski i pulchny, miał wyjątkowo dużą głowę, czarną spiczastą brodę oraz okazałe wąsy. Zawsze roztargniony, przygarbiony krótkowidz z binoklami na czarnej, jedwabnej wstążce[5]. Poincaré był kolejnym cudownie uzdolnionym dzieckiem, które spotykamy w trakcie naszej wędrówki przez wieki. Z czasem stał się jednym z najbardziej cenionych matematyków francuskich.

Niemniej jednak Poincaré popełnił w swoim życiu wielki błąd, nie doceniając osiągnięć jednego ze swoich studentów, Louisa Bacheliera, który w 1900 roku obronił na Sorbonie pracę doktorską pod tytułem **Teoria spekulacji**[6]. Recenzując ją Poincaré zauważył: „Monsieur Bachelier wykazał, że posiada wielce oryginalny i precyzyjny umysł [ale] temat przezeń zaprezentowany jest nieco odległy od zagadnień, którymi zajmują się inni nasi studenci". Praca została oceniona jako **mention honorable**, ale w praktyce dopiero ocena **mention tres honorable** dawała szanse na otrzymanie przyzwoitej pracy w społeczności akademickiej. Bachelier nigdy takowej nie znalazł.

Praca Bacheliera ujrzała światło dzienne zupełnie przypadkowo pięćdziesiąt lat później. Zaproponowane przez niego matematyczne metody wyceny opcji na obligacje rządu francuskiego wyprzedziły aż o 5 lat odkrycie ruchu elektronów przez Einsteina – co z kolei stworzyło podwaliny teorii błądzenia przypadkowego w finansach. Co więcej, podany przez Bacheliera opis procesu spekulacji dał początek wielu do dziś stosowanym teoriom. Doprawdy **mention honorable**!

Podstawowa idea rozprawy Bacheliera sprowadzała się do następującego stwierdzenia: „W przypadku spekulacji nadzieja matematyczna jest równa zeru". Konsekwencje tego wstrząsającego stwierdzenia są po dziś dzień widoczne we wszystkich niemal dziedzinach, poczynając od strategii inwestycyjnych i wykorzystania instrumentów pochodnych, aż po najbardziej wyszukane techniki zarządzania portfelem. Pomimo obojętności, z jaką przyszło mu się spotkać, Bachelier wiedział, że odkrył coś wyjątkowego. „Jest oczywiste – pisał – że dzięki zastosowaniu rachunku prawdopodobieństwa teoria ta pozwala rozwiązać wiele problemów związanych z analizą działań spekulacyjnych".

Powróćmy jednak do Poincarégo, sprawcy wszelkich kłopotów Bacheliera. Poincaré, podobnie jak Laplace, wierzył, że wszystko musi mieć swoją przyczynę, pomimo że zwykli śmiertelnicy nie są w stanie pojąć i zrozumieć przyczyn wszystkich zachodzących zdarzeń. „Umysł nieskończenie potężny, posiadający nieskończoną wiedzę o prawach natury, mógłby przewidzieć [wszystkie wydarzenia] od

początku istnienia świata. Gdyby taki umysł istniał, nie moglibyśmy prowadzić z nim żadnej gry, w której zwycięstwo zależy od przypadku, ponieważ niechybnie przegralibyśmy z kretesem”[7].
Aby uświadomić nam, jak ważną rolę odgrywa w przyrodzie zasada skutku i przyczyny, Poincaré pokazał, jak wyglądałby świat, w którym zasada ta by nie obowiązywała. W tym celu nawiązał do stworzonej przez współczesnego mu francuskiego astronoma Nicolasa Camille’a Flammariona wizji świata, w którym możliwe jest odbywanie podróży międzygwiezdnych z prędkością większą od prędkości światła.
Dla podróżnika odbywającego taką podróż czas zmieniłby znak [z dodatniego na ujemny]. Bieg historii zostałby odwrócony, bitwa pod Waterloo poprzedziłaby Austerlitz [...] Wyglądałoby na to, że wszystkie zdarzenia wyłaniają się z chaosu. Nasz podróżnik odniósłby wrażenie, że światem rządzi przypadek[8].
W świecie, w którym obowiązuje zasada przyczyny i skutku, znając przyczynę, jesteśmy w stanie przewidzieć efekt. Tak więc „to, co dla ignoranta jest dziełem przypadku, dla naukowca może być czymś zupełnie innym. Albowiem przypadek jest tylko miarą naszej ignorancji”[9].
W tym momencie Poincaré pyta jednak, czy definicja przypadku jest w pełni zadowalająca. W końcu nic nie stoi na przeszkodzie, aby zaprzęgnąć prawa rachunku prawdopodobieństwa do przewidywania przyszłości. Nigdy nie wiadomo, która z dwóch drużyn biorących udział w wielkim finale amerykańskich lig baseballowych zwycięży, ale posługując się trójkątem Pascala, łatwo można obliczyć, że prawdopodobieństwo wygrania czterech gier przez drużynę, która przegrała swój pierwszy mecz, zanim drużyna przeciwna odniesie brakujące jej trzy zwycięstwa, wynosi 22/64. Przy jednokrotnym rzucie kostką do gry prawdopodobieństwo wyrzucenia trzech oczek ma się jak jeden do sześciu. Meteorolodzy prognozują dziś, że prawdopodobieństwo wystąpienia deszczu jutro wynosi 30 procent. Bachelier pokazał, że prawdopodobieństwo wzrostu ceny dowolnej akcji wynosi dokładnie 50 procent. Z kolei Poincaré wskazał na fakt, że dyrektor firmy ubezpieczeniowej nie musi dokładnie wiedzieć, kiedy nastąpi śmierć osób, które wykupiły polisy ubezpieczeniowe na

życie. Wystarczy, że „polega on na rachunku prawdopodobieństwa oraz prawie wielkich liczb; jest to metoda bardzo skuteczna, o czym świadczy choćby wielkość dywidend wypłacanych przez firmy ubezpieczeniowe swoim akcjonariuszom”[10].
Poincaré stwierdza również, że niektóre zdarzenia, które jawią się jako zupełnie przypadkowe, wcale takie nie są; wręcz przeciwnie, ich przyczyny istnieją, są jednak bardzo trudne do uchwycenia. Na przykład doskonale wyważona szyszka postawiona na swoim wierzchołku z pewnością się przewróci, jeżeli nie będzie doskonale symetryczna; a nawet jeśli będzie, to wystarczy nawet „najmniejsze drżenie, podmuch wiatru”, aby szyszka się przewróciła. Opierając się na powyższym rozumowaniu, Poincaré wyjaśnił, dlaczego szanse meteorologów na sporządzenie trafnej prognozy pogody są tak ograniczone: Wiele osób uważa wznoszenie modłów o deszcz lub słoneczną pogodę za całkiem naturalne, podczas gdy proszenie bogów o zaćmienie Słońca wydałoby się im po prostu śmieszne [...] Zmiana o jedną dziesiątą stopnia powoduje, że tornado pojawia się w zupełnie innym miejscu, niszcząc kraje, które początkowo miało oszczędzić. Moglibyśmy to przewidzieć, gdybyśmy o tej zmianie wiedzieli, ale cóż [...] wszystko wydaje się kwestią przypadku[11].
Nawet obroty koła ruletki oraz rzuty kośćmi do gry będą różniły się między sobą w zależności od siły, która wprawiła je w ruch. Ponieważ nie jesteśmy w stanie zaobserwować, a tym bardziej zmierzyć oddziaływania tak drobnych zmian, wszystko, co się z nimi wiąże, zrzucamy na karb przypadku. Dlatego też Poincaré w odniesieniu do gry w ruletkę nie waha się stwierdzić, że „Oto dlaczego moje serce bije szybciej i zmuszony jestem zawierzyć mojemu szczęściu”[12].
Teoria chaosu, która jest nieco późniejszym wynalazkiem, opiera się na podobnej przesłance. Według niej większość na pozór przypadkowych zdarzeń wynika z ukrytego porządku podlegającego wpływowi wielu drobnych oddziaływań, które koniec końców są przyczyną krachów i długotrwałych zwyżek. W gazecie **The New York Times** z 10 lipca 1994 roku opublikowano artykuł pióra Jamesa Crutchfielda, pracownika naukowego uniwersytetu w

Berkeley, w którym autor przedstawił niezwykłe zastosowania teorii chaosu. James Crutchfield „oszacował, że przyciąganie grawitacyjne elektronu krążącego na obrzeżach Drogi Mlecznej może mieć wpływ na wynik gry w bilard odbywającej się na Ziemi".

***

Laplace i Poincaré mieli świadomość trudności związanych ze zdobywaniem wystarczającej ilości informacji niezbędnych przy korzystaniu z praw rachunku prawdopodobieństwa. Pewnego razu, podczas konferencji poświęconej profesjonalnemu inwestowaniu, otrzymałem od znajomego notatkę o następującej treści:

**Informacja, którą posiadasz, nie jest informacją, której szukasz. Informacja, której szukasz, nie jest informacją, której potrzebujesz.**

**Informacja, której potrzebujesz, nie jest informacją, którą możesz uzyskać. Informacja, którą możesz uzyskać, kosztuje więcej, niż możesz za nią zapłacić.**

Możemy zbierać różne informacje, ale nigdy nie zgromadzimy ich wszystkich. Nigdy nie będziemy wiedzieli, jak dobre są informacje, które już mamy. To właśnie brak pewności powoduje, że dochodzenie do pewnych wniosków jest tak trudne, a poleganie na nich tak ryzykowne. Nie możemy być nawet w stu procentach pewni, że i jutro wzejdzie Słońce; nasi przodkowie, którym takie przeświadczenie zawdzięczamy, przewidywali wschód Słońca na podstawie bardzo ograniczonych danych dotyczących historii wszechświata.

W przypadku gdy nie posiadamy kompletnych informacji, powinniśmy zawierzyć naszej umiejętności wnioskowania indukcyjnego i spróbować domyślić się tego, czego nie wiemy. John Maynard Keynes w swojej rozprawie poświęconej prawdopodobieństwu doszedł jednak do wniosku, że podejście statystyczne często zawodzi: „Chociaż można stwierdzić występowanie pewnych zależności pomiędzy zewnętrznymi oznakami charakterystycznymi dla danego zdarzenia i samym zdarzeniem, to jednak niekoniecznie muszą one być mierzalne"[13].

Podczas zmagań z niepewnością oraz ryzykiem, jakie podejmujemy, metoda wnioskowania indukcyjnego może doprowadzić nas do ciekawych wniosków. Kenneth Arrow, laureat Nagrody Nobla, przeprowadził jedne z najbardziej znaczących badań w tej dziedzinie. Arrow urodził się pod koniec pierwszej wojny światowej. Dorastał w Nowym Jorku, który w tym okresie był sceną ożywionej aktywności intelektualnej i gorących sporów. Początkowo uczęszczał do szkoły publicznej, później do miejskiego college'u. Po latach został wykładowcą na uniwersytetach Harvarda i Stanforda. Obecnie jest honorowym kierownikiem Katedry Badań Operacyjnych oraz Katedry Ekonomii.

Arrow dość wcześnie przekonał się, że większość ludzi przecenia ilość informacji, do których ma dostęp. Fakt, że ekonomiści nie potrafili wyjaśnić przyczyn wielkiego kryzysu, uświadomił mu, że ich wiedza o gospodarce jest „wielce ograniczona". Doświadczenia zdobyte przezeń w czasie drugiej wojny światowej, kiedy to pracował jako meteorolog w Siłach Powietrznych USA, „uświadomiły mu, że przyroda jest również nieprzewidywalna" [14]. Chciałbym w tym miejscu przedstawić szerszy fragment tekstu, do którego nawiązałem we wstępie: Moim zdaniem nasza wiedza o zachowaniu wszelkich rzeczy w przyrodzie bądź w społeczeństwie owiana jest mgłą niepewności. Wiara w pewność co do nieuchronności biegu historii, bezgraniczne zaufanie, jakim obdarzono wielkie inicjatywy dyplomatyczne, czy też skrajne poglądy na politykę gospodarczą prowadzą do katastrofalnych następstw. Podczas realizowania określonej polityki, która może wywrzeć duży wpływ na jednostkę lub społeczeństwo, należy zachować najdalej posuniętą ostrożność, ze względu na to, że nikt nie jest w stanie do końca przewidzieć wszystkich konsekwencji[15].

Pewna sytuacja, w jakiej znalazł się Arrow, wykonując pracę meteorologa, doskonale odzwierciedla zarówno nieprzewidywalność pewnych zjawisk, jak i właściwą ludzkiej naturze niechęć do zaakceptowania jej.

Niektórzy oficerowie Sił Powietrznych mieli za zadanie przygotowywanie miesięcznych prognoz pogody, jednak Arrow wraz

ze swoimi współpracownikami zauważył, że tworzone przez nich prognozy długoterminowe wcale nie są lepsze od prognoz sporządzanych na chybił trafił. Meteorolodzy zgodzili się z nim i zwrócili się do swoich przełożonych z prośbą o zwolnienie z tego obowiązku. Odpowiedź, jaką uzyskali, brzmiała następująco: „Głównodowodzący zdaje sobie sprawę z tego, że przygotowywane prognozy pogody nie są najlepsze. Jednak prognozy te są dlań niezbędne do planowania zadań”[16].

W swoim eseju na temat ryzyka Arrow zadaje pytanie, dlaczego większość z nas oddaje się hazardowi od czasu do czasu oraz dlaczego regularnie płacimy składki na rzecz firm ubezpieczeniowych. Rachunek prawdopodobieństwa pokazuje, że w obu przypadkach stracimy nasze pieniądze. Jak dowodzi statystyka, w przypadku gier hazardowych nie można liczyć na nic więcej niż to, że się wyjdzie na zero (chociaż czasem udaje się wygrać), ponieważ organizator gry przechyla szalę na swoją stronę. Natomiast jeśli chodzi o firmy ubezpieczeniowe, to okazuje się, że wysokość składek, jakie płacimy, jest niewspółmierna do statystycznego prawdopodobieństwa, że nasz dom spłonie lub że nasze kosztowności zostaną skradzione.

Dlaczego jednak zajmujemy te z góry przegrane pozycje? Okazuje się, że uprawiamy hazard, ponieważ jesteśmy skłonni zaakceptować duże prawdopodobieństwo poniesienia niewielkiej straty w zamian za niewielkie prawdopodobieństwo zdobycia fortuny; należy jednak pamiętać, że większość osób utożsamia hazard bardziej z rozrywką niż z ryzykiem. Wykupujemy polisy ubezpieczeniowe, ponieważ nie możemy pozwolić sobie na ryzyko utraty domu w wyniku pożaru lub straty życia, zanim przyjdzie nasz czas. Oznacza to, że bardziej skłaniamy się ku grze, w której występuje niemal stuprocentowe prawdopodobieństwo poniesienia niewielkiej straty (składka ubezpieczeniowa, którą musimy zapłacić) oraz minimalne szanse na odniesienie dużej korzyści (odszkodowanie wypłacane w przypadku zaistnienia okoliczności, przeciwko którym się ubezpieczyliśmy), aniżeli ku grze, w której zagwarantowany mamy niewielki zysk

(pieniądze zaoszczędzone na składkach ubezpieczeniowych) oraz niewielkie szanse poniesienia ogromnych strat.
Arrow zdobył Nagrodę Nobla między innymi dzięki rozważaniom nad funkcjonowaniem hipotetycznej firmy ubezpieczeniowej lub innej instytucji, która gotowa byłaby przyjąć ryzyko związane z ubezpieczaniem się klienta przed dowolną stratą w każdej wysokości i na, jak to określił, „rynku pełnym". Według Arrowa świat byłby lepszy, gdyby ludzie mogli ubezpieczyć się od następstw każdego zdarzenia. Gdyby taka możliwość istniała, ludzie chętniej podejmowaliby ryzyko, bez którego rozwój gospodarczy jest niemożliwy.
Często się zdarza, że nie jesteśmy w stanie przeprowadzić wystarczającej liczby prób, aby w procesie podejmowania decyzji móc wykorzystać prawa rachunku prawdopodobieństwa. Podejmujemy decyzje na podstawie dziesięciu zamiast stu rzutów monetą. Idąc dalej tym tropem, doszlibyśmy do wniosku, że w przypadku braku możliwości ubezpieczenia się przed ryzykiem każdy wynik, jaki uda się nam uzyskać, będzie w naszym mniemaniu kwestią przypadku. Możliwość ubezpieczania się przed ryzykiem przez rozkładanie ryzyka na wiele osób pozwala każdej jednostce wykorzystać możliwości, jakie daje stosowanie prawa wielkich liczb. W praktyce ubezpieczenie się przed ryzykiem jest możliwe tylko w tych przypadkach, które podlegają prawu wielkich liczb. Oznacza to, że zdarzenia, od których następstw chcemy się ubezpieczyć, powinny być zarówno liczebnie znaczące, jak i niezależne jedno od drugiego, podobnie jak dzieje się w przypadku kolejnych rozdań w grze w pokera.
Pojęcie „niezależne" jest wieloznaczne: na przykład w przypadku pożaru oznacza ono, że przyczyna pożaru musi być niezależna od postępowania posiadacza polisy ubezpieczeniowej. Pojęcie to oznacza również, że zdarzenia, od których następstw chcemy się ubezpieczyć, nie mogą być ze sobą powiązane, tak jak w przypadku ruchów cen danych akcji na giełdzie w okresie silnej zniżki na całym rynku lub w przypadku zniszczeń wojennych. W końcu oznacza to, że można ograniczyć ryzyko związane tylko ze zdarzeniami, dla których da się w racjonalny sposób ocenić ryzyko przegranej. Jest to

ograniczenie, które uniemożliwia ubezpieczenie się na przykład przed ryzykiem związanym z wprowadzaniem na rynek nowego modelu sukni, który według zamysłu producenta powinien stać się przebojem, a także przed tym, że dany kraj będzie w stanie wojny w ciągu najbliższych dziesięciu lat.

***

Liczba zdarzeń, od których możemy się ubezpieczyć, jest zatem dużo mniejsza od liczby zdarzeń, w jakich uczestniczymy w ciągu całego naszego życia. Często zdarza się nam dokonać niewłaściwego wyboru, za co przychodzi nam później słono zapłacić. Składka, jaką płacimy firmie ubezpieczeniowej, jest tylko jednym z wielu kosztów, które musimy ponieść, aby uniknąć niebezpieczeństwa poniesienia większej straty. Dlatego też jesteśmy skłonni wiele dać, ażeby uchronić się przed konsekwencjami popełnionej pomyłki. To właśnie Keynes zadał kiedyś następujące pytanie: „[Dlaczego] nawet osoby zdrowe na ciele i umyśle traktują pieniądz jako środek przechowywania wartości?", i sam udzielił na nie odpowiedzi: „Posiadanie pieniędzy tłumi niepokój, któremu ulegamy; rekompensata, jakiej wymagamy powierzając komuś nasze pieniądze, jest miarą naszego niepokoju"[17].

W przypadku działalności gospodarczej wszystkie transakcje przypieczętowujemy podpisaniem kontraktu lub podaniem ręki. Te czysto formalne zachowania określają nasz przyszły sposób postępowania, nawet jeśli warunki zmienią się w takim stopniu, że przyjdzie nam żałować, że nie poczyniliśmy innych ustaleń. Taki sposób postępowania chroni nas zarazem przed wykorzystaniem nas przez drugą stronę. Firmy handlujące takimi towarami, jak pszenica czy złoto, których ceny podlegają silnym wahaniom na rynku, zabezpieczają się przed poniesieniem strat, zawierając transakcje terminowe, które pozwalają im sprzedać towar, zanim jeszcze zostanie on wytworzony. Tracą w ten sposób możliwość sprzedania towaru w przyszłości po wyższej cenie, w zamian za gwarancję, że cena nie spadnie poniżej określonego poziomu.

W roku 1971 Kenneth Arrow wraz z ekonomistą Frankiem Hahnem wskazali na zależności występujące pomiędzy pieniądzem, umowami

handlowymi oraz niepewnością. „Gdyby rozważyć gospodarkę bez przeszłości i przyszłości”[18], to w umowach handlowych nie odwoływano by się do instytucji pieniądza. Jednak przyszłość i przeszłość jest dla gospodarki tym, czym wątek i osnowa dla tkaniny. Tak czy inaczej, nie jesteśmy w stanie podjąć żadnej decyzji bez uwzględnienia przeszłości, w odniesieniu do której dysponujemy pewną sprawdzoną wiedzą, oraz przyszłości, o której nic nie wiemy. Zawieranie umów oraz płynność rynku zabezpieczają nas przed niepożądanymi konsekwencjami nawet wtedy, gdy zmagamy się z mgłą niepewności, o której mówił Arrow.
Niektóre osoby w inny sposób zabezpieczają się przed tym, co nieprzewidywalne. Korzystają one z usług przedsiębiorstw wypożyczających limuzyny, aby uniknąć ryzyka związanego z korzystaniem z taksówek lub środków transportu miejskiego, czy też zakładają systemy alarmowe w swoich mieszkaniach, aby zabezpieczyć się przed włamaniem. Jak łatwo zauważyć, obniżanie ryzyka kosztuje, i to sporo.

***

Zaprezentowana przez Arrowa koncepcja rynku pełnego wyrasta z poczucia wartości ludzkiego życia. „W mej wizji dobrego społeczeństwa – pisał – przede wszystkim przywiązuję wagę do innych ludzi [...] Z zasady tej wynika bardzo ogólne podejście do zagadnienia wolności [...] Podstawowym sposobem na zapewnienie ludziom większego zakresu swobody jest rozwój gospodarczy oraz nieustanne dawanie im szans”[19]. Ale strach przed poniesieniem straty często krępuje nasze ruchy. I to jest właśnie powód, dla którego Arrow tak bardzo pochwala wszelkie sposoby ubezpieczenia pozycji oraz rozłożenia ryzyka na więcej podmiotów. Służą temu zarówno kontrakty terminowe na towary, jak i publiczny rynek akcji i obligacji. Mechanizmy te zachęcają inwestorów do dywersyfikowania portfeli zamiast stawiania wszystkiego na jedną kartę.
Arrow ostrzega jednak, że społeczeństwo, którego członkowie nie obawiają się konsekwencji podejmowania ryzyka, może stworzyć podatny grunt dla zachowań antyspołecznych. Na przykład w latach osiemdziesiątych, kiedy to deponenci kas oszczędnościowo-

pożyczkowych mieli ułatwiony dostęp do ubezpieczenia wkładów, właściciele tych instytucji mieli szanse odniesienia sporych korzyści w przypadku, gdyby wszystko ułożyło się pomyślnie, a gdyby sprawy przybrały niekorzystny obrót, ponieśliby tylko nieznaczną stratę. Kiedy ostatecznie okazało się, że wszystko poszło nie tak, jak trzeba, koszty z tym związane były opłacane z kieszeni podatników. Zawsze, gdy jest mowa o ubezpieczaniu się, będzie występowało ryzyko związane z przestrzeganiem zasad moralnych*.

Pomiędzy Poincarém i Laplace'em z jednej strony oraz Arrowem i jemu współczesnymi z drugiej istniała olbrzymia przepaść. Po dramacie pierwszej wojny światowej prysnął sen o zgłębieniu przez człowieka wszelkich tajemnic oraz o zastąpieniu niepewności przez pewność. Zamiast tego gwałtowny rozwój wiedzy na przestrzeni lat uczynił życie jeszcze bardziej niepewnym, a świat jeszcze trudniejszym do ogarnięcia.

Z tego punktu widzenia Arrow jest najbardziej nowoczesnym teoretykiem, jaki pojawia się w opowiadanej przez nas historii. Arrow pominął w swoich rozważaniach zagadnienia związane ze skutecznością rachunku prawdopodobieństwa. Nie próbował również wyjaśniać, jak to się dzieje, że wyniki kolejnych doświadczeń dążą do wartości średniej. Zamiast tego skoncentrował się na procesie podejmowania decyzji w warunkach niepewności oraz na konsekwencjach decyzji podjętych w przeszłości. Arrow rozwinął odpowiednią metodologię pozwalającą prowadzić w bardziej uporządkowany sposób badania nad procesem decyzyjnym związanym z alternatywą przyjęcia bądź odrzucenia ryzyka. Wprawdzie już autorzy **Logiki** z Port-Royal oraz Daniel Bernoulli przewidywali, że w przyszłości analizę ryzyka będzie można stosować na dużą skalę, ale to Kennetha Arrowa uznaje się za ojca koncepcji kontrolowania ryzyka jako praktycznej sztuki.

***

Uznanie zarządzania ryzykiem za sztukę, którą można stosować w praktyce, ma źródło w banalnym przeoczeniu obarczonym niezwykle poważnymi konsekwencjami: kiedy powstawał nasz świat, nikt nie zatroszczył się o to, aby włączyć doń element pewności. **Nigdy nie możemy mieć absolutnej pewności; zawsze, choćby w**

**niewielkim stopniu, towarzyszyć nam będzie niewiedza.**
Większość informacji, które posiadamy, jest albo nieadekwatna, albo niekompletna.
Załóżmy, że nieznajoma osoba namawia cię do obstawienia wyniku rzutu monetą. Zapewnia przy tym, że moneta, którą będzie rzucała, jest symetryczna. Skąd masz wiedzieć, że to prawda? Proponujesz więc, że zanim zgodzisz się zagrać, sprawdzisz monetę, rzucając nią dziesięć razy.
Jeżeli zdarzy się, że osiem razy wypadnie orzeł i tylko dwa razy reszka, z pewnością orzekniesz, że moneta nie jest symetryczna. Wówczas twój przeciwnik wręczy ci podręcznik statystyki, w którym przeczytasz, że niesymetryczne wyniki mogą wystąpić raz na dziewięć prób po dziesięć rzutów każda.
Upokorzony odwołujesz się natychmiast do wyników badań Jakoba Bernoullego i prosisz o czas na przeprowadzenie stu prób. Okazuje się jednak, że orzeł wypada osiemdziesiąt razy! Z podręcznika statystyki dowiadujesz się, że prawdopodobieństwo wyrzucenia orła osiemdziesiąt razy na sto rzutów monetą jest tak małe, że policzenie wszystkich zer po przecinku będzie kosztowało cię trochę wysiłku. W tym wypadku prawdopodobieństwo ma się bowiem jak jeden do miliarda.
Jednak w dalszym ciągu nie możesz być w stu procentach pewien, że moneta jest niesymetryczna. Jak się okazuje, nigdy nie będziesz mógł być tego pewien w stu procentach, nawet gdybyś rzucał monetą przez sto lat. Jedna szansa na miliard powinna przekonać cię, że twój przeciwnik może być nie do pokonania, ale ciągle istnieje prawdopodobieństwo, że niesłusznie posądzasz niewinną osobę. To właśnie Sokrates powiedział, że podobieństwo do prawdy prawdą jeszcze nie jest, a Jakob Bernoulli twierdził, że pewność praktyczna nie jest pewnością absolutną.
W warunkach niepewności nie wybiera się pomiędzy odrzuceniem a przyjęciem hipotezy, tylko pomiędzy jej odrzuceniem i nieodrzuceniem. Można uznać, że prawdopodobieństwo popełnienia pomyłki jest tak małe, że nie powinno się odrzucać danej hipotezy. Może się również zdarzyć, że prawdopodobieństwo popełnienia błędu jest tak duże, że **wskazane** będzie odrzucenie hipotezy. Ale,

gdy prawdopodobieństwo popełnienia pomyłki jest większe od zera, danej hipotezy nie można **przyjąć.**
To autorytatywne stwierdzenie pozwala oddzielić poważne badania naukowe od hochsztaplerstwa. Hipoteza, aby zostać przyjęta, musi zostać zweryfikowana – czyli powinna dać się sprawdzić w taki sposób, aby alternatywa pomiędzy odrzuceniem i nieodrzuceniem była oczywista oraz by wyznaczenie interesującego nas prawdopodobieństwa było możliwe. Zdanie „On jest miłym facetem" jest zbyt ogólne, aby można je było zweryfikować. Można za to udowodnić, że zdanie „Ten facet nie je czekolady po każdym posiłku" jest możliwe do podważenia w tym sensie, iż możemy zdobyć dowody świadczące o tym, że w przeszłości mężczyzna ten jadł czekoladę bądź jej nie jadł po każdym posiłku. Jeżeli dowody byłyby zbierane tylko przez tydzień, prawdopodobieństwo, że odrzucimy hipotezę (wątpimy, że mężczyzna ten nie je czekolady po każdym posiłku), byłoby wyższe niż w przypadku, gdyby dowody zbierano przez cały rok. Po sprawdzeniu hipotezy podejmiemy decyzję o jej nieodrzuceniu, jeśli nie znajdziemy dowodu świadczącego o tym, że nasz bohater regularnie je czekoladę. Ale jeśli nawet nie zbierzemy dowodów na poparcie hipotezy w dłuższym okresie, nie możemy z całą pewnością stwierdzić, że człowiek ten nigdy w przyszłości nie zacznie jeść czekolady. Jeśli nie spędziliśmy z nim każdej minuty jego życia, nie możemy być pewni, że w przeszłości człowiek ten nie objadał się regularnie czekoladą.
Sądowe sprawy kryminalne dostarczają wielu przykładów potwierdzających tę zasadę. Zgodnie z naszym systemem prawnym, oskarżony nie musi dowodzić prawości swojego postępowania; nie występuje nic takiego jak **orzeczenie prawości.** Stawia się natomiast hipotezę, że oskarżony jest winny, a zadaniem prokuratora jest przekonanie członków ławy przysięgłych do nieodrzucania tej hipotezy. Z kolei zadaniem obrony jest nakłonić ławę przysięgłych, by w uzasadniony sposób odrzuciła hipotezę postawioną przez prokuratora, biorąc pod uwagę to, że wokół argumentów przywoływanych przez oskarżenie jest wystarczająco dużo wątpliwości. Dlatego werdykt wydany przez członków ławy przysięgłych może brzmieć tylko „winny" lub „niewinny".

***

Sala posiedzeń ławy przysięgłych nie jest jedynym miejscem, w którym weryfikacja hipotezy prowadzi do gorących debat nad tym, jak znaczny powinien być stopień niepewności uzasadniający jej odrzucenie. Trudno określić stopień niepewności raz na zawsze. Dlatego za każdym razem zmuszeni jesteśmy sami decydować, na jaki poziom niepewności możemy sobie pozwolić.

Na przykład osoby zarządzające funduszami powierniczymi narażone są na dwa rodzaje ryzyka. Przede wszystkim chodzi tu o ryzyko uzyskania słabych wyników. Po drugie, wchodzi tu w grę ryzyko niedotrzymania obietnic złożonych wcześniej potencjalnym inwestorom.

Zaprezentowany powyżej wykres[20] przedstawia stopę zwrotu z inwestycji przed opodatkowaniem uzyskaną w latach 1983–1995 przez udziałowców funduszu powierniczego American Mutual, jednego z najstarszych i największych funduszy powierniczych inwestujących w akcje. Linia ciągła przedstawia wyniki uzyskane przez fundusz, natomiast na wykresie słupkowym zaznaczono roczne zmiany indeksu S&P 500.

Chociaż stopy zwrotu z inwestycji w udziały funduszu American Mutual wykazują duży stopień korelacji z indeksem S&P 500, to jednak stopa zwrotu, jaką przyniósł fundusz, przewyższyła stopę zwrotu mierzoną indeksem zaledwie trzy razy – w roku 1983 i 1993, kiedy stopa zwrotu z udziałów funduszu była wyższa od średniej stopy zwrotu z akcji mierzonej indeksem S&P 500, oraz w 1990 roku, kiedy udziały American Mutual przyniosły mniejszą stratę. Jednak ogólnie rzecz biorąc, na przestrzeni dziesięciu lat inwestycje w udziały funduszu powierniczego American Mutual dały taki sam lub mniejszy zysk niż inwestycje w portfel papierów wartościowych odpowiadający strukturze indeksu S&P 500.

Czy była to po prostu czarna seria czy też zarządzającym funduszem American Mutual brakuje odpowiednich kwalifikacji, które pozwoliłyby dobrać lepszy portfel od niepodlegającego żadnej kontroli ogromnego portfela złożonego z akcji pięciuset spółek? Należy tu jednak zauważyć, że ze względu na to, iż stopy zwrotu z

udziałów w funduszu powierniczym wykazywały mniejszą zmienność niż indeks S&P 500, przez dwanaście spośród trzynastu wzrostowych lat stopy zwrotu z udziałów nie dorównywały stopom zwrotu z indeksu. Można zauważyć, że fundusz osiągał jednak nieco lepsze wyniki w latach, w których sytuacja na rynku ulegała pogorszeniu lub się nie zmieniała.

Niemniej jednak, jeśli zdobyte przez nas informacje poddamy obróbce matematycznej w celu określenia znaczenia uzyskanych wyników, spostrzeżemy, że w istocie menedżerom z American Mutual prawdopodobnie zabrakło umiejętności[21]. Prawdopodobieństwo, że otrzymane wyniki są kwestią przypadku, wynosi ledwie 20 procent. Innymi słowy, gdybyśmy poddali podobnemu testowi pięć innych trzynastoletnich okresów, moglibyśmy oczekiwać, że w czterech spośród nich wyniki uzyskane przez fundusz będą gorsze niż indeksu S&P 500.

Wielu komentatorów zapewne nie zgodziłoby się z powyższym wywodem, twierdząc, że okres 12 lat jest zbyt krótki, aby na podstawie uzyskanych w nim wyników można było wyciągnąć tak daleko idące wnioski. Co więcej, 20-procentowe prawdopodobieństwo wcale nie jest małe, pomimo że nie daje przecież nawet 50 procent szans. Zgodnie z przyjmowaną obecnie w świecie finansów konwencją, zanim zaakceptujemy wnioski płynące z analizy danych, powinniśmy mieć 95-procentową pewność, że dane zjawisko jest „statystycznie istotne” (współczesny ekwiwalent praktycznej pewności). Jakob Bernoulli twierdził, że dopiero szanse rzędu 1000 do 1001 pozwalają być czegoś praktycznie pewnym; tymczasem nam wystarcza jedna szansa na 20, że określone zjawisko jest przypadkowe.

Ale skoro na podstawie dwunastoletnich obserwacji nie jesteśmy w stanie zdobyć 95-procentowej pewności (jak w naszym przykładzie), to ile obserwacji powinniśmy przeprowadzić? Kolejna próba pokazuje, że powinniśmy dysponować danymi o wynikach funduszu American Mutual oraz indeksu S&P 500 za okres 30 lat, aby zdobyć 95-procentową pewność, że gorsze w porównaniu z indeksem wyniki funduszu nie są dziełem przypadku. Ponieważ przeprowadzenie tego

typu badań jest rzeczą praktycznie niemożliwą, zmuszeni jesteśmy oddać honor zarządzającym funduszem powierniczym American Mutual; przez wzgląd na okoliczności ich postępowanie jest do zaakceptowania.

Na wykresie zaprezentowano nieco inną sytuację. Wykres przedstawia wyniki niewielkiego, agresywnego funduszu powierniczego AIM Constellation. Jak łatwo zauważyć, stopy zwrotu tego funduszu cechowały się znacznie większą zmiennością w porównaniu ze stopami zwrotu funduszu American Mutual czy wynikami indeksu S&P 500. Proszę zwrócić uwagę na to, że skala na osi rzędnych jest dwa razy większa niż na poprzednim wykresie. Wprawdzie w roku 1984 fundusz AIM poniósł bardzo dotkliwe straty, ale w pięciu innych okresach wyniki przezeń uzyskiwane były dużo lepsze niż rentowność inwestycji w portfel akcji odpowiadający strukturze indeksu S&P 500. W okresie trzynastu lat przeciętna rentowność funduszu AIM wyniosła 19,8 procent w porównaniu z 16,7 procent indeksu S&P 500 oraz 15-procentową rentownością funduszu American Mutual.

Czy tak dobry wynik to kwestia przypadku czy umiejętności? Pomimo dużej różnicy pomiędzy stopami zwrotu z inwestycji w fundusz AIM oraz rentownością indeksu S&P 500 większa zmienność AIM sprawia, że odpowiedź na powyższe pytanie nie jest wcale oczywista. W dodatku zmiany rentowności funduszu AIM oraz zmiany stóp zwrotu z indeksu nie były zawsze takie same; w jednym przypadku zmiany te miały kierunek przeciwny, natomiast w roku 1986 wynik mierzony indeksem S&P 500 pogorszył się w stosunku do roku poprzedniego, podczas gdy rentowność funduszu utrzymała się na takim samym poziomie. Wykres przedstawiający zmiany wyników inwestycji w udziały funduszu wykazuje tak dalece posuniętą nieregularność, że byłoby nam niezwykle trudno przewidzieć jego przyszłe zachowanie, nawet jeśli bylibyśmy w stanie przewidzieć zmiany indeksu S&P 500. Ze względu na wysoki poziom zmienności i niski wskaźnik korelacji próby matematycznej weryfikacji otrzymanych wyników pokazują, że w przypadku funduszu AIM element losowy był równie znaczący jak w przypadku funduszu American Mutual. W rzeczywistości potrzebowalibyśmy danych obejmujących okres przeszło stu lat, aby

móc stwierdzić z 95-procentową pewnością, że wyniki uzyskane przez fundusz AIM nie są przypadkowe. Z punktu widzenia kontrolowania ryzyka zarząd AIM prawdopodobnie podjął bardzo wysokie ryzyko, które pozwoliło mu osiągnąć wyniki lepsze od przeciętnych.

***

Wiele osób niepalących, obawiając się skutków tak zwanego biernego palenia, nie ustaje w działaniach na rzecz zakazu palenia tytoniu w miejscach publicznych. Jak duże jest ryzyko zachorowania na raka płuc, jeśli ktoś obok nas w restauracji czy też w samolocie zapala papierosa? Czy należy zaakceptować to ryzyko czy też powinniśmy nalegać, aby papieros został zaraz zgaszony?
W styczniu 1993 roku Urząd Ochrony Środowiska wydał 510-stronicowy raport noszący złowieszczy tytuł **Wpływ biernego palenia papierosów na układ oddechowy: Rak płuc oraz inne zaburzenia zdrowotne**[22]. Rok później Carol Browner, dyrektor Urzędu Ochrony Środowiska, zwróciła się do Kongresu z żądaniem przyspieszenia prac nad ustawą o środowisku wolnym od dymu, która wprowadziłaby w życie pakiet regulacji prawnych zakazujących palenia papierosów w budynkach publicznych. Pani Browner wystosowała powyższe zalecenie, opierając się na wnioskach płynących z powyższego raportu, z których wynika, że dym papierosowy „uznawany jest za przyczynę powstawania raka płuc”[23].
Co jednak wiemy o wpływie dymu papierosowego na zdrowie ludzi? Jak duże jest ryzyko zachorowania na raka, jeśli znajdujemy się w towarzystwie osoby palącej?
Istnieje tylko jeden sposób pozwalający udzielić pewnej odpowiedzi: należałoby zbadać każdą osobę, która kiedykolwiek w swoim życiu była wystawiona na działanie dymu papierosowego. Tego typu badania powinny objąć dzieje ludzkości od momentu, gdy człowiek zapalił pierwszego papierosa. Jednak nawet wtedy zależność wykazana pomiędzy dymem papierosowym a rakiem płuc nie stanowiłaby dowodu na to, że dym papierosowy powoduje raka płuc. Brak możliwości zbadania wszystkich osób żyjących gdziekolwiek lub kiedykolwiek powoduje niepewność wyników wszelkich badań

naukowych. To, co wygląda na silną zależność, może okazać się niczym więcej jak tylko zbiegiem okoliczności. W przypadku oparcia badań na innej próbie z innego okresu lub innego miejsca, lub nawet na innej próbie z tego samego okresu i miejsca, wyniki mogłyby być zupełnie inne.
Jednego możemy być tylko pewni: prawdopodobieństwo występowania zależności (a nie relacji przyczyny i skutku) pomiędzy dymem papierosowym a rakiem płuc wynosi mniej niż 100 procent. Różnica między wartością 100 procent i wykazanym prawdopodobieństwem odzwierciedla prawdopodobieństwo tego, że dym papierosowy nie ma nic wspólnego z rakiem płuc i że w przypadku innej próby wyniki mogłyby być zupełnie inne. Ryzyko zachorowania na raka płuc zależy więc od przypadku, tak samo jak w każdej grze losowej zwycięstwo zależy od prawdopodobieństwa wygranej.
Większość eksperymentów o charakterze podobnym do badania wpływu dymu papierosowego na zdrowie ludzi odbywa się na podstawie porównywania wyników uzyskanych w grupie osób wystawionych na działanie określonego czynnika z wynikami uzyskanymi w grupie kontrolnej, niewystawionej na wpływ niekorzystnych czynników. Do testów nad nowymi lekarstwami wykorzystuje się z reguły dwie grupy ludzi. Pierwszej z nich podaje się badany lek, drugiej zaś placebo, po czym porównuje się reakcje przedstawicieli obu grup.
W przypadku badań nad konsekwencjami biernego palenia skoncentrowano się na analizowaniu ilości przypadków zachorowań na raka płuc wśród niepalących kobiet mieszkających z palącymi mężczyznami. Uzyskane w ten sposób wyniki porównano z ilością przypadków zachorowań na raka płuc w grupie kontrolnej obejmującej niepalące kobiety mieszkające z niepalącymi mężczyznami. Stosunek pozytywnych wyników uzyskanych w badanej grupie do pozytywnych wyników z grupy kontrolnej zwany jest statystyką testową. Bezwzględna wartość statystyki testowej oraz związany z nią stopień niepewności dają podstawę do wydania decyzji o podjęciu określonych kroków. Innymi słowy, statystyka testowa pozwala dokonać rozróżnienia pomiędzy wspomnianym

wcześniej układem KONSTANTYNOPOL a BZUXRQVICPRGAB, a także przypadkami, w których jeszcze trudniej o uchwycenie różnic. Ze względu na wszystkie elementy niepewności ostateczna decyzja podejmowana jest często na podstawie przeczucia zamiast dokładnych kalkulacji, podobnie jak było to w przypadku monety i związanych z nią wątpliwości.
Epidemiolodzy – czyli statystycy zdrowia – przyjęli sposób podobny do tego, jaki wykorzystywany jest przy ocenianiu wyników pracy osób odpowiedzialnych za podejmowanie decyzji inwestycyjnych. Zazwyczaj przyjmują oni, że wynik jest statystycznie istotny, jeśli prawdopodobieństwo, że jest on przypadkowy, wynosi mniej niż 5 procent.
Wyniki badań Urzędu Ochrony Środowiska nad konsekwencjami biernego palenia nie są tak pewne jak rezultaty znacznie większej liczby badań nad efektami aktywnego palenia. Chociaż na pierwszy rzut oka ryzyko zachorowania na raka płuc jest silnie skorelowane z intensywnością oddziaływania niekorzystnych czynników – czyli ilością papierosów wypalanych przez współlokatora – odsetek kobiet chorych na raka płuc, które narażone były na wpływ dymu papierosowego, jest zaledwie 1,19 razy wyższy niż w grupie kobiet mieszkających z niepalącym mężczyzną. Co więcej, ten skromny wynik statystyczny uzyskano na podstawie zaledwie 30 testów, z których 6 wykazało brak szkodliwego oddziaływania dymu papierosowego. Ponieważ większość doświadczeń uwzględniała małe próby, tylko 9 z nich jest statystycznie istotnych[24]. Żaden z 11 testów przeprowadzonych w Stanach Zjednoczonych nie spełniał powyższego kryterium, a 7 spośród nich objęło próby liczące mniej niż 45 przypadków[25].
Na koniec, przyznając, że „Urząd Ochrony Środowiska nigdy nie twierdził, że bierne palenie, nawet na niewielką skalę, powoduje olbrzymie ryzyko zachorowania na raka płuc”[26], urzędnicy tej instytucji oszacowali, że „około 3000 niepalących Amerykanów umiera każdego roku na raka płuc w wyniku wdychania dymu wydychanego przez palaczy”[27]. Wniosek ten zmobilizował Kongres do

uchwalenia ustawy o środowisku wolnym od dymu wraz z licznymi regulacjami prawnymi dotyczącymi miejsc użyteczności publicznej.

***

W naszej opowieści dotarliśmy do punktu, w którym niepewność oraz będący na jej usługach przypadek usytuowały się na środku sceny. Ponieważ w ciągu 75 lat, jakie upłynęły od zakończenia pierwszej wojny światowej, świat musiał podjąć niemal wszystkie znane i nieznane rodzaje ryzyka, nasze otoczenie uległo olbrzymim zmianom.

Potrzeba kontrolowania ryzyka pojawiła się wraz ze wzrostem liczby zdarzeń, w których istotną rolę odgrywa element ryzyka. Nikt nie był na to bardziej wyczulony niż Frank Knight i John Maynard Keynes, których pionierskie dzieło w tej dziedzinie poznamy w następnym rozdziale. Wprawdzie obaj już nie żyją – ich najważniejsze prace poprzedziły prace Arrowa – ale niemal wszystkie koncepcje, jakie jeszcze poznamy, są nadal żywe, tak jak sam Arrow. Świadczą one o tym, jak młoda jest idea kontrolowania ryzyka.

Koncepcje, które poznamy w następnym rozdziale, nigdy nie zaprzątały umysłów matematyków ani filozofów, którzy byli zbyt zaabsorbowani odkrywaniem praw rachunku prawdopodobieństwa, aby zgłębiać tajemnice niepewności.

## Przypisy

[1] Laplace, 1814, s. 1301.

[2] Tamże, s. 1302.

[3] Tamże, s. 1307.

[4] Tamże, s. 1308.

[5] Newman, 1988b, s. 1353.

[6] Więcej szczegółów na temat Louisa Bacheliera można znaleźć w pracy Bernsteina z 1992 roku, s. 19–20.

[7] Poincaré według opisu Newmana, 1988a, s. 1359.

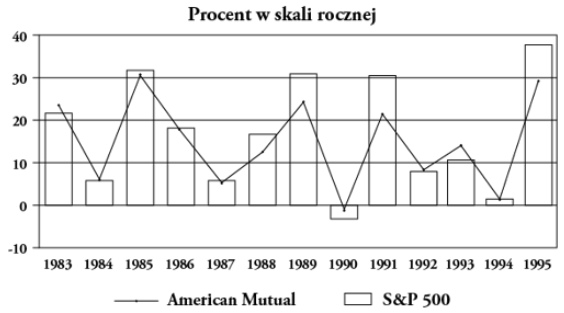
[8] Tamże, s. 1362–1363.

[9] Tamże, s. 1359.

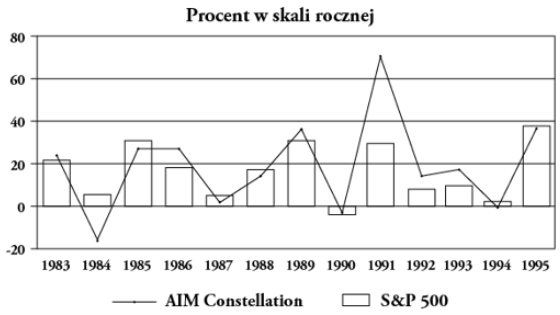
[10] Tamże, s. 1360.

[11] Tamże, s. 1361.

[12] Tamże, s. 1362.
[13] Keynes, 1921, s. 3.
[14] Korespondencja prywatna.
[15] Arrow, 1992, s. 46.
[16] Tamże, s. 47.
[17] Keynes, 1937, s. 213.
[18] Arrow i Hahn, 1971.
[19] Arrow, 1992, s. 45.
[20] Dane wykorzystane do sporządzenia wykresów zaczerpnięto z dwutygodnika *Morningstar Mutual Funds*.
[21] Przykład tego szczególnego testu podajemy za Rubinsteinem, 1991. Mark Kritzman służył mi pomocą podczas opracowywania tego testu na nasze potrzeby.
[22] EPA, 1992.
[23] Tamże, s. 1–1.
[24] Tamże, s. 1–8.
[25] Tamże, tabela 5–2.
[26] Tamże, 1994, s. 3.
[27] Tamże, 1992, s. 1–1.
* Można jednak wyobrazić sobie sytuację odwrotną. Ryzyko pobudza często do dalszego działania. Istnieje więc niebezpieczeństwo, że społeczeństwo pozbawione ryzyka może być bierne wobec wyzwań, jakie stawia przed nim przyszłość.




Całkowite stopy zwrotu (1983–1995) American Mutual w porównaniu z indeksem S&P 500.




Całkowite stopy zwrotu (1983–1995) AIM Constellation w porównaniu z indeksem S&P 500.

## Rozdział 2

# Zupełnie inny punkt widzenia

Francis Galton zmarł w roku 1911. Henri Poincaré – rok później. Ich odejście oznaczało koniec ery kwantyfikacji, której początek dała pięć wieków wcześniej gra w **balia** Paciolego. Od dnia, w którym Pacioli postawił swoje pytanie, świat przebył długą drogę do punktu, w którym o przyszłości zaczęto mówić w języku rachunku prawdopodobieństwa. Wszyscy wielcy matematycy oraz filozofowie, których udało się nam wcześniej poznać, wątpili w przydatność narzędzi, jakimi dysponowali, do przewidywania tego, co niosła ze sobą przyszłość. Warto o tym pamiętać.

Nie mam zamiaru twierdzić przez to, że Galton i Poincaré znaleźli ostateczne rozwiązanie problemu: zasady kontrolowania ryzyka odkrywane są w dalszym ciągu. Ale zgłębienie przez nich problemu ryzyka, a także ich śmierć, miały miejsce tuż przed wybuchem pierwszej wojny światowej – jakże istotnym punktem zwrotnym w dziejach świata.

Ofiary pól bitewnych, kruchy powojenny pokój oraz złe duchy wywołane rosyjską rewolucją przyczyniły się do rozwiania nadziei żywionych przez reprezentantów epoki wiktoriańskiej. Nigdy więcej ludzie nie uwierzą już zapewnieniom Roberta Browninga, że „Bóg czuwa w niebie:/Na świecie wszystko w najlepszym porządku". Nigdy więcej ekonomiści nie będą już przekonywać, że niestabilność gospodarki jest teoretycznie niemożliwa.

Nauka nigdy więcej nie będzie tak przyjazna, a koncepcja religii czy rodziny równie bezkrytycznie przyjmowana przez kulturę Zachodu. Wybuch pierwszej wojny światowej położył kres temu wszystkiemu. Radykalne przemiany zachodzące w sztuce, literaturze oraz muzyce zaowocowały abstrakcyjnymi, często szokującymi odbiorców formami będącymi przeciwieństwem spokojnych klimatów dziewiętnastego wieku. Kiedy Albert Einstein udowodnił, że geometria euklidesowa jest pełna niedoskonałości, a Zygmund Freud stwierdził, że

nieracjonalność jest cechą wrodzoną gatunku ludzkiego, z dnia na dzień obaj stali się sławni.
Aż do tej chwili przedstawiciele ekonomii klasycznej traktowali ekonomię jak pozbawiony ryzyka system gwarantujący uzyskanie najlepszych z możliwych wyników. Ich zdaniem system był stabilny i nie mogło być co do tego żadnych wątpliwości. Jeśli ludzie podjęliby decyzję o zwiększeniu oszczędności oraz obniżeniu wydatków, spadek stóp procentowych spowodowałby wzrost poziomu inwestycji lub ograniczyłby skłonność do oszczędzania w stopniu zapewniającym powrót systemu do równowagi. Gdyby menedżerowie postawili na dynamiczny rozwój przedsiębiorstw przy niewystarczającym poziomie oszczędności gospodarstw domowych, stopy procentowe wzrosłyby na tyle, że wszystko ponownie powróciłoby do normy. W takiej gospodarce nie ma miejsca na przymusowe bezrobocie lub niezadowalające zyski, z wyjątkiem krótkich okresów dostosowawczych. Wprawdzie pojedyncze firmy oraz inwestorzy podejmują ryzyko, ale gospodarka jako całość jest od niego wolna.
Nawet w obliczu problemów gospodarczych, jakie niosła ze sobą wojna, myślenie tego typu miało wielu zwolenników. Nieliczni odważyli się głosić pogląd, że świat się zmienił. Frank Knight, ekonomista związany z Uniwersytetem w Chicago, w swojej pracy z 1921 roku użył dziwnych jak na przedstawiciela swej profesji słów: „Istnieje bardzo ważne pytanie, a mianowicie do jakiego stopnia można w ogóle zrozumieć świat [...] Jedynie w naprawdę specjalnych oraz wyjątkowych przypadkach można pokusić się o przeprowadzenie rozumowania na podobieństwo analizy matematycznej”[1]. W najtrudniejszym okresie wielkiego kryzysu John Maynard Keynes poparł pesymistyczny punkt widzenia Knighta: Na każdym kroku spotykamy się z zagadnieniem organicznej jedności, dyskretności, nieciągłości – całość nie jest równa sumie składników, porównania ilościowe zawodzą nas, małe zmiany wywołują ogromne efekty, a założenia jednolitego i homogenicznego kontinuum nie zostają spełnione[2].

W 1936 roku w swoim głównym dziele **Ogólna teoria zatrudnienia, procentu i pieniądza** Keynes stanowczo odrzucił wiarę Jevonsa w uniwersalny charakter podejścia matematycznego: „[Większość decyzji] odnoszących się do tego, aby zrobić coś naprawdę [...] zostaje podjęta instynktownie [...] nie zaś w wyniku kalkulacji średniej ważonej ilościowych korzyści pomnożonych przez ilościowe prawdopodobieństwa”[3].

W okresie powojennych napięć jedynie najbardziej naiwni teoretycy nauki mogli udawać, że wszelkie problemy można rozwiązać dzięki sensownemu zastosowaniu rachunku różniczkowego oraz praw rachunku prawdopodobieństwa w odniesieniu do właściwie ustalonych priorytetów.

Zarówno matematycy, jak i filozofowie musieli przyznać, że na rzeczywistość składają się całe grupy czynników, których ludzie nigdy przedtem nie dostrzegali. Rozkład prawdopodobieństwa przestał odpowiadać rozkładowi Pascala. Symetria krzywej w kształcie dzwonu została zachwiana, a regresja odnosiła się do średnich, które okazały się dużo mniej stabilne, niż wynikało to z opisu Galtona.

Badacze wskazali na cztery sposoby przeprowadzenia systematycznej analizy tego, co nieprzewidywalne. W okresie przedwojennym skupiali się na danych wykorzystywanych w procesie podejmowania decyzji. Później zdali sobie sprawę z tego, że podjęcie decyzji to dopiero początek. Istota sprawy leży w konsekwencjach decyzji, nie zaś w niej samej. Australijski ekonomista Robert Dixon stwierdził: „Stopień niepewności w procesie podejmowania decyzji nie jest aż tak duży, ponieważ istnieje przyszłość, która jest oraz będzie przeszłością [...] Jesteśmy więźniami przyszłości, ponieważ będziemy osaczeni przez przeszłość”[4]. Równie wielki realista Omar Chajjam doszedł do podobnych wniosków niemal pięć tysięcy lat temu: Poruszający się palec pisze; napisawszy,
Porusza się dalej: ani twoja Pobożność ani Mądrość
Nie jest władna cofnąć go i zmazać połowę Linii,
Tak, jak twoje Łzy nie zmyją Słowa, które z niej powstało.

Co byś zrobił, gdyby podjęta przez ciebie decyzja przyniosła skutki, których nie wziąłeś pod uwagę, określając prawdopodobieństwa poszczególnych zdarzeń? Albo gdyby mało prawdopodobne zdarzenia występowały częściej, niż powinny? Czyż nie jest tak, że schematy wzięte z przeszłości zawsze określają drogę ku przyszłości? Knight i Keynes, pierwsi, którzy na serio próbowali znaleźć odpowiedzi na powyższe pytania, byli nonkonformistami, którym udało się stworzyć definicję ryzyka obowiązującą po dzień dzisiejszy.

***

Frank Knight urodził się w 1885 roku na farmie w White Oak Township w stanie Illinois. Był najstarszym dzieckiem spośród siedmiorga rodzeństwa[5]. Mimo że nie posiadał świadectwa ukończenia szkoły średniej, uczęszczał na zajęcia na dwóch niewielkich uniwersytetach, najlepszych, jakie mogła mu zapewnić jego uboga rodzina. Pierwszym z nich był American University (niemający jednak nic wspólnego z noszącym taką samą nazwę uniwersytetem w Waszyngtonie); uczelnia ta kładła nacisk przede wszystkim na wstrzemięźliwość, a w murach jej wykładano nawet „podstawy ekonomii politycznej w odniesieniu do spożycia napojów wyskokowych". Uczelnia ta, reklamując się w kraju, zachęcała „rodziców do wysyłania swoich kłopotliwych synów na American University, by nabrali dyscypliny". Drugim uniwersytetem był Milligan. W dniu rozdania dyplomów rektor uczelni przedstawił Knighta jako „najlepszego studenta, jakiego kiedykolwiek miałem [...] najbardziej oczytanego [...] z zacięciem handlowym oraz znajomością techniki". Knight utrzymywał później, że został ekonomistą, ponieważ praca na roli była dla niego zbyt ciężka. Zanim poświęcił się ekonomii, napisał pracę dyplomową z dziedziny filozofii na Cornell University; z czasem zmienił jednak obiekt swoich zainteresowań i zajął się ekonomią. Stało się to po tym, jak pewien profesor zwrócił się do niego w tych oto słowach: „Przestań tyle mówić albo zrezygnuj ze studiów na wydziale filozofii!". Jak się okazuje, nie tylko nadużywanie wysokiego, piskliwego głosu wpędzało go w kłopoty; jeden z jego profesorów filozofii stwierdził: „On będzie niszczył ducha filozofii za każdym razem, gdy będzie miał z nim do czynienia". Zawsze, gdy była mowa

o naturze ludzkiej, Knight nie krył się ze swoim chorobliwym cynizmem. Jeden z bardziej życzliwych mu profesorów powiedział: „Wyrwałeś się z cuchnącego środowiska, gdzie każdy rozumny człowiek wątpi we wszystko".
W roku 1919 Knight zaczął wykładać ekonomię na University of Iowa, a w 1928 roku przeniósł się na Uniwersytet w Chicago, gdzie wykładał aż do 1972 roku, kiedy to zmarł w wieku 87 lat; nauczanie było jego pasją – pewnego razu stwierdził nawet: „To jest znacznie lepsze niż praca". Jednak obiektywnie rzecz biorąc, jego wykłady były często źle przygotowane, chaotyczne, wygłaszane w prostacki sposób i pełne ciężkiego humoru.
Chociaż Knight już od wczesnego dzieciństwa obcował z religią oraz że w trakcie całego swojego życia poświęcił jej wiele lat studiów, uważany był za nieprzejednanego wroga wszelkich przejawów zorganizowanego życia religijnego. W 1950 roku w swoim wystąpieniu adresowanym do Amerykańskiego Towarzystwa Ekonomicznego przyrównał on nawet papieża do Hitlera i Stalina. Kiedyś powiedział, że to właśnie religii zawdzięcza bezsenne noce: „To wszystko przez tę przeklętą religię. Po prostu nie mogę przestać o niej myśleć".
Był wybuchowym, ale skorym do poświęceń i prawym człowiekiem, pesymistycznie nastawionym do ludzi, którzy brali życie zbyt poważnie. Utrzymywał, że teoria ekonomii wcale nie jest niejasna ani skomplikowana, ale że ludzie mają wrodzony dar niedostrzegania tego, co jest „kompromitująco oczywiste". Słowa Lorda Kelvina wyryte na kamieniu wmurowanym w ścianę gmachu wydziału Nauk Socjologicznych na Uniwersytecie w Chicago – „Kiedy nie można czegoś zmierzyć [...] nasza wiedza o tym staje się uboga i niezadowalająca" – Knight poddał własnej, sarkastycznej interpretacji: „Jeśli nie można czegoś zmierzyć, należy zmierzyć to tak, jak się da"[6].

***

Cynizm Knighta oraz jego troska o wartości moralne utrudniały mu pogodzenie się z egoizmem oraz drapieżnością kapitalizmu. Pogardliwie odnosił się do stawiania interesu własnego ponad

wszystko, sposobu bycia tak charakterystycznego dla wszystkich uczestników rynku, nawet mimo że był przekonany, że to interes własny stanowi podstawę działania całego systemu. Knight pozostał jednak wierny kapitalizmowi, ponieważ alternatywne rozwiązania były dla niego nie do przyjęcia.

Knight nie był zainteresowany zdobywaniem empirycznych dowodów na poparcie swojej teorii. Miał zbyt wiele wątpliwości związanych z racjonalnością oraz logiką postępowania istot ludzkich, aby wierzyć, że próba zmierzenia ich zachowania mogłaby dać jakiekolwiek godne uwagi wyniki. Wyjątkowo sarkastycznie reagował na, jak to określił: „zdominowanie [ekonomii] przez ludzi, którzy przyjmują określony punkt widzenia, moim zdaniem nie do utrzymania i w swej istocie płytki. Mam na myśli przenoszenie na grunt nauk humanistycznych idei oraz osiągnięć nauk przyrodniczych".

Stosunek do problemu zasygnalizowany w powyższym cytacie został w pełni zaprezentowany w pracy doktorskiej Knighta, obronionej na Cornell University w 1916 roku i opublikowanej w roku 1921. **Risk, Uncertainty and Profit** jest pierwszą istotną pracą naukową, która w sposób bezpośredni omawia zagadnienie procesu podejmowania decyzji w warunkach niepewności.

U podstaw analizy Knighta leży rozróżnienie pomiędzy ryzykiem a niepewnością:

Pojęcie niepewności należy wyraźnie odróżnić od bliskiego nam pojęcia ryzyka, z którym niepewność mylona była od zawsze [...] Okazuje się, że mierzalna niepewność lub właściwie „ryzyko" [...] tak bardzo różni się od niepewności niemierzalnej, że w rezultacie nie jest ona żadną niepewnością[7].

Knight, zwracając swą uwagę ku temu, co niepewne, odciął się od obowiązującej w tamtych czasach teorii ekonomicznej, opisującej proces podejmowania decyzji w warunkach absolutnej pewności lub na podstawie określonych praw rachunku prawdopodobieństwa – teorii ekonomicznej, która po dziś dzień ma swoich zagorzałych zwolenników. Knight twierdził, przywołajmy tu słowa Arrowa, że rachunek prawdopodobieństwa jest zawodny, gdy chodzi o „odzwierciedlenie płochej i jednocześnie twórczej natury umysłu

ludzkiego w obliczu tego, co niepewne”[8]. Knight bezspornie należy więc do dwudziestego wieku.

***

Knight dowodził, że element zaskoczenia nie jest niczym nadzwyczajnym w systemie, w którym podejmowanie większości decyzji zależy od trafnego przewidywania przyszłych zdarzeń. Jego zdaniem największa wada klasycznej ekonomii kładącej nacisk na tak zwaną doskonałą konkurencję leżała w jej upraszczającym założeniu „praktycznej i zupełnej wiedzy ze strony każdego uczestnika systemu konkurencji”[9]. Ekonomia klasyczna zakłada bowiem, że zarówno kupujący, jak i sprzedający, pracownicy i pracodawcy, zawsze i w każdych okolicznościach mają dostęp do wszelkich potrzebnych im informacji. Natomiast gdy przyszłość pozostaje nieznana, wynik określą prawa rachunku prawdopodobieństwa. Nawet Karol Marks w swej oryginalnej wersji ekonomii klasycznej nie podjął się choćby próby rozpatrzenia tego, co może się zdarzyć w przyszłości. W ekonomii Marksa zarówno pracownicy, jak i pracodawcy odgrywają jedynie swoje role, zgodnie z jasnym i czytelnym dla wszystkich scenariuszem, nie będąc w stanie wpłynąć na zakończenie dramatu, którego są głównymi bohaterami.

Knight przekonywał, że trudność przewidywania przyszłości wykracza daleko poza niemożność stosowania formuł matematycznych. Wprawdzie nie czyni jednoznacznych aluzji pod adresem Bayesa, ale wyraża swoje głębokie wątpliwości odnośnie do ludzkich możliwości zdobywania wiedzy na podstawie empirycznej oceny częstości występowania zdarzeń w przeszłości. Jego zdaniem aprioryczne rozumowanie nie jest w stanie wykluczyć z przyszłości elementu nieokreśloności. Na zakończenie stwierdza, że poleganie na wnioskach wyciągniętych z obserwacji częstości występowania zdarzeń w przeszłości jest wyjątkowo ryzykowne.

Dlaczego? Ekstrapolacja wyników z przeszłości jest najbardziej znaną metodą przewidywania przyszłości. Zdolność ekstrapolacji jest tym, co odróżnia ludzi dorosłych od dzieci. Ludzie z doświadczeniem dojdą zapewne do wniosku, że inflacja jest w jakiś sposób powiązana z wysokimi stopami procentowymi, że do gry w pokera, jak i do

małżeństwa należy dobierać osoby z odpowiednimi cechami charakteru, że zachmurzone niebo często zwiastuje złą pogodę oraz że jazda przez miasto z dużą prędkością jest niebezpieczna. Biznesmeni dokonują zazwyczaj ekstrapolacji przyszłości na podstawie informacji o przeszłości, ale najczęściej nie potrafią rozpoznać chwili, w której warunki zaczynają się pogarszać lub poprawiać. Próby zlokalizowania punktów przełomowych podejmują dopiero po fakcie. Gdyby jednak zdobyli oni umiejętność przeczuwania nadchodzących zmian, dochodowość firm nie podlegałaby gwałtownym i jakże częstym wahaniom. Dominacja elementu zaskoczenia w świecie biznesu świadczy tylko o tym, że niepewność nie ustąpi miejsca matematycznemu prawdopodobieństwu.
Powód tego jest według Knighta następujący:
[Każde] „zdarzenie" [...] jest tak bardzo wyjątkowe, że w efekcie można uznać, iż nie ma dwóch takich samych zdarzeń lub liczba identycznych zdarzeń jest tak mała, że nie da się ich uporządkować w sposób umożliwiający oszacowanie wartości rzeczywistego prawdopodobieństwa dla przypadku, który nas interesuje. **To samo odnosi się do różnych rodzajów aktywności, nie tylko do świata biznesu**[10] *(kursywa jest moja)*.
Prawdopodobieństwo matematyczne odnosi się do dużej liczby niezależnych obserwacji dotyczących jednorodnych zdarzeń, takich jak na przykład rzuty kostką do gry – w przypadku której prawdopodobieństwo matematyczne Knight nazywa niepodważalną pewnością gier losowych[11]. Nigdy dotychczas nie wystąpiły dwa identyczne zdarzenia – nigdy też nie wystąpią. W każdym razie ludzkie życie jest zbyt krótkie, aby można było w czasie jego trwania zgromadzić próby odpowiednio duże na potrzeby takiej analizy Jedyne, co możemy robić, to wygłaszać oświadczenia typu: „Możemy być w sześćdziesięciu procentach pewni, że w przyszłym roku zyski wzrosną", lub: „W przyszłym roku popyt na sześćdziesiąt procent oferowanych przez nas wyrobów wzrośnie". Knight twierdził, że ewentualne błędy, jakimi mogą być obarczone prognozy, „muszą być jednoznacznie odróżnione od prawdopodobieństwa czy szansy [...]

Utożsamianie prawdopodobieństwa, w sensie przedmiotowym, z pewnością jest zupełnie bez sensu i prowadzi do licznych nieporozumień”[12]. Knight, podobnie jak Arrow, nie przepadał za sytuacjami niejasnymi.
Koncepcje Knighta mają szczególne znaczenie dla rynków finansowych, gdzie wszystkie decyzje odzwierciedlają oczekiwania odnośnie do przyszłości oraz gdzie element zaskoczenia jest stały. Dawno temu Louis Bachelier zauważył: „Jest oczywistym, że najbardziej prawdopodobna cena rynkowa to aktualna cena: gdyby rynek uważał inaczej, ustaliłby nie tę, ale inną, niższą lub wyższą cenę”. Zgodność oczekiwań wyrażona odpowiednimi cenami papierów wartościowych oznacza, że w przypadku trafności prognoz ceny papierów wartościowych nie ulegną zmianie. Zmienność cen akcji oraz obligacji świadczy tylko o tym, jak często oczekiwania zawodzą, a inwestorzy się mylą. Zmienność cen jest pochodną niepewności i musi być uwzględniana przy ocenie ryzyka inwestycyjnego.
Galton, człowiek epoki wiktoriańskiej, uważał, że ceny powinny się zmieniać wokół pewnej stałej średniej wielkości. Żyjący w innych czasach Knight oraz Bachelier nie udzielają odpowiedzi na pytanie, która tendencja, jeśli jest to w ogóle możliwe, przeważy. Zagadnienie zmienności omówimy szerzej w dalszej części książki.

***

Knight zapałał niechęcią do Maynarda Keynesa z chwilą, gdy w 1940 roku Uniwersytet w Chicago przyznał mu honorowy tytuł doktora tej uczelni. Knight wystosował wówczas protest do Jacoba Vinera, znanej osobistości związanej z Wydziałem Ekonomii Uniwersytetu w Chicago. Knight uważał, że Viner był odpowiedzialny „bardziej niż ktokolwiek inny” za przyznanie tego tytułu Keynesowi, dlatego więc był „odpowiednią osobą, której koniecznie musiałem powiedzieć, jak bardzo zaszokowała mnie ta wiadomość”[13].
Knight narzekał, że badania Keynesa oraz towarzyszący im entuzjazm wyrażany zarówno przez koła akademickie, jak i rządowe stały się „jednym z największych [...] źródeł kłopotów w ostatnich latach”. Po tym, jak określił Keynesa jako „bardzo niezwykły umysł,

biorąc pod uwagę jego pomysłowość oraz zdolności dialektyczne", dał upust swojej goryczy: Doszedłem do wniosku, że marnotrawienie takich zdolności na tak chybione, wręcz wywrotowe cele, stanowi jedno z najbardziej poważnych niebezpieczeństw w całym procesie nauczania [...] Obrazowo mówiąc uważam, że [poglądy] pana Keynesa, zwłaszcza w odniesieniu do teorii pieniądza oraz monetaryzmu [...] są jak oddanie oblegającym twierdzę Filistynom kluczy do jej bram.

Wprawdzie większość ekonomistów z Uniwersytetu w Chicago popierających wolny rynek nie zgadzała się z przekonaniem Keynesa, że system kapitalistyczny, aby przetrwać, potrzebuje częstych interwencji rządu, ale powstrzymywała się od równie lekceważących komentarzy. Ich zdaniem uhonorowanie Keynesa jako wybitnego nowatora w dziedzinie teorii ekonomii było jak najbardziej na miejscu.

Knight mógł być po prostu zazdrosny, ponieważ obaj wyznawali tę samą filozofię. Na przykład obaj nie dowierzali teoriom klasycznym opierającym się na prawach prawdopodobieństwa matematycznego lub na przyjętych z góry niepodważalnych założeniach stosowanych w procesie podejmowania decyzji. Obaj pogardliwie odnosili się do „statystycznego spojrzenia na życie"[14]. W eseju z 1938 roku zatytułowanym **My Early Beliefs** Keynes potępił założenie poczynione przez klasyków ekonomii, że człowiek z natury postępuje racjonalnie, i określił je jako „bezpodstawne [i] błędne, katastrofalne w skutkach"[15]. Przywołuje tu „głębokie i dzikie namiętności", a także „obłąkane i nieracjonalne wybuchy złośliwości cechujące większość ludzi". Trudno uwierzyć, aby były to poglądy człowieka oddającego oblegającym twierdzę Filistynom klucze do jej bram.

Knighta mogło rozzłościć to, że Keynesowi udało się przeprowadzić studia dotyczące ryzyka, niepewności oraz różnic pomiędzy nimi na znacznie większą skalę. Na pewno zaś musiał go rozsierdzić fakt, że Keynes w swoim dziele zatytułowanym **Ogólna teoria zatrudnienia, procentu i pieniądza** powołał się na Knighta zaledwie jeden raz, i to w odnośniku na dole strony, lekceważąco odnosząc się do jednej z jego prac poświęconych zagadnieniom

stopy procentowej – z jednej strony mówiąc o niej cynicznie, że została napisana we „wzorowej tradycyjnej, klasycznej formie", z drugiej jednak zauważając, że „zawiera ona wiele interesujących i rzetelnych spostrzeżeń dotyczących istoty kapitału"[16]. Tylko tyle, po piętnastu latach pionierskich odkryć Knighta w dziedzinie ryzyka oraz niepewności.

***

Keynes wywodził się z zupełnie innego niż Knight środowiska. Urodził się w 1883 roku w zamożnej i poważanej angielskiej rodzinie, szczycącej się przodkiem, który towarzyszył Wilhelmowi Zdobywcy, kiedy ten podbijał Anglię. Robert Skidelsky mówi o Keynesie „nie jak o zwykłym człowieku z wyższych sfer, lecz jak o należącym do każdej elity z wyższych sfer, do których się zaliczał. Nie bardzo można wskazać okres, w którym nie spoglądałby on z wyższością na Anglię oraz większą część świata"[17]. Do bliskich przyjaciół Keynesa zaliczali się premierzy Przedstawiciele finansjery, filozofowie Bertrand Russell oraz Ludwig Wittgenstein oraz artyści i pisarze, tacy jak Lytton Strachey, Roger Fry, Duncan Grant oraz Virginia Woolf.
W Eton i Cambridge Keynes studiował pod kierunkiem wybitnych profesorów ekonomię, matematykę oraz filozofię. Był wyśmienitym eseistą, co udowodnił, prezentując umiejętnie swoje kontrowersyjne idee i propozycje.
Keynes rozpoczynał karierę w Ministerstwie Skarbu, którego był przedstawicielem w dalekich Indiach. W czasie pierwszej wojny światowej wykazał się głębokim zaangażowaniem w działalność prowadzoną przez to ministerstwo. Po zakończeniu wojny brał udział w negocjacjach pokojowych w Wersalu jako przewodniczący delegacji Ministerstwa Skarbu. Uważając zawarty traktat za niesprawiedliwy i będąc przekonanym, że doprowadzi on do ekonomicznej i politycznej destabilizacji, zrezygnował z zajmowanego stanowiska. Wydarzenia, których był świadkiem, opisał w książce zatytułowanej **The Economic Consequences of the Peace,** która w krótkim czasie stała się bestsellerem, zapewniając autorowi międzynarodową sławę.

Po tych wydarzeniach Keynes powrócił do swojego ukochanego King's College w Cambridge, gdzie wykładał, pisał oraz pracował jako kwestor i urzędnik odpowiedzialny za inwestycje, sprawując jednocześnie funkcję prezesa oraz dyrektora do spraw inwestycji w jednej z większych firm ubezpieczeniowych. Był aktywnym graczem na giełdzie papierów wartościowych, ze zmiennym zresztą powodzeniem (podobnie jak większości mu współczesnych, jemu również nie udało się przewidzieć krachu giełdowego w 1929 roku). Przyczynił się do poprawy sytuacji finansowej King's College dzięki ryzykownym inwestycjom giełdowym. Wartość majątku zdobytego przez Keynesa do 1936 roku stanowiła, według dzisiejszych relacji cenowych, równowartość 10 milionów funtów, przy czym należy zauważyć, że zaczynał od niewielkiej sumy otrzymanej w spadku[18]. Był autorem wojennego systemu finansowania Wielkiej Brytanii w okresie drugiej wojny światowej, a tuż po jej zakończeniu brał udział w negocjacjach dotyczących pomocy kredytowej Stanów Zjednoczonych dla Wielkiej Brytanii. Większość punktów porozumienia z Bretton Woods ustanawiającego powojenny system walutowy na świecie wyszła spod jego pióra.
Keynes tak często i z taką łatwością formułował nowe idee, że nierzadko zdarzało mu się zaprzeczać własnym wcześniej wypowiedzianym słowom. Nie stanowiło to jednak dla niego najmniejszego problemu. „Kiedy ktoś przekona mnie, że jestem w błędzie – pisał – zmieniam zdanie. A wy?"[19].

***

W 1921 roku Keynes zakończył pracę nad książką zatytułowaną **A Treatise on Probability.** Keynes zaczął pisać ją zaraz po ukończeniu studiów w Cambridge. Pracował nad nią przez blisko piętnaście lat; zabierał ją ze sobą we wszystkie podróże zagraniczne, wliczając w to nawet konną wyprawę do Grecji, którą odbył wraz z malarzem Duncanem Grantem. Swe oryginalne koncepcje próbował przedstawić w sposób jasny i zrozumiały. Nigdy nie odszedł całkowicie od sposobu myślenia, który wyrobił w sobie w okresie studiów filozoficznych w Cambridge, gdzie, jak później wspominał, „pytanie »Co właściwie masz na myśli?« było zwrotem, który

najczęściej gościł na naszych ustach. Jeśli w ogniu krzyżowych pytań okazało się, że tak naprawdę nie miałeś na myśli nic konkretnego, wówczas narastały wokół ciebie podejrzenia, że w ogóle nie masz nic do powiedzenia”[20].

**A Treatise on Probability** jest znakomitą próbą odkrycia znaczenia i zastosowań prawdopodobieństwa, w znacznej mierze podającą w wątpliwość efekty pracy wielu wcześniejszych autorów, z większością których spotkaliśmy się już wcześniej na stronicach tej książki. W przeciwieństwie do Knighta Keynes nie opowiadał się za kategorycznym rozróżnieniem pomiędzy ryzykiem i niepewnością; mówiąc mniej precyzyjnie – myśląc o przyszłości, stawia on naprzeciw siebie to, co określone i co nieokreślone. Keynes, podobnie jak Knight, nie polegał na decyzjach podejmowanych na podstawie częstości występowania zdarzeń w przeszłości; uważał, że analogia Galtona może i była słuszna w odniesieniu do przyrody, ale nie miała zastosowania w odniesieniu do ludzi. Odrzucał analizę przeprowadzaną na podstawie minionych zdarzeń na korzyść prognoz opartych na tezach. Jego ulubione sformułowanie brzmiało „stopnie pewności – lub prawdopodobieństwa przyjęte **a priori,** jak zwykło się je nazywać”[21].

Keynes rozpoczął książkę od ataku na tradycyjny sposób patrzenia na zagadnienie prawdopodobieństwa; sposób, którego ofiarami padli dobrze nam znani Gauss, Pascal, Quetelet, Laplace i inni. Stwierdził on, że teoria prawdopodobieństwa ma niewiele wspólnego z prawdziwym życiem, zwłaszcza gdy stosowana jest razem z „nieprzemyślanymi metodami i przesadnymi roszczeniami szkoły Laplace’a”[22].

Obiektywne prawdopodobieństwo pewnych przyszłych zdarzeń naprawdę istnieje – „nie podlega ono, rzec by można, ludzkiemu kaprysowi” – ale nasza niewiedza nie pozwala nam na zdobycie godnej zaufania wiedzy o wielkości tego prawdopodobieństwa; jedyne, co nam pozostaje, to poleganie na szacunkach. Keynes uważa, że „Istnieje niewielkie prawdopodobieństwo, że odkryjemy metodę umożliwiającą nam określanie poszczególnych prawdopodobieństw bez pomocy intuicji lub formułowania

bezpośredniej oceny [...] To, że naszym zdaniem dana teza jest prawdopodobna, wcale nie oznacza, że tak musi być w rzeczywistości”[23].
Keynes sugeruje, że „zaczynamy przedkładać doświadczenie praktyków nad opinie teoretyków”. Stroi sobie żarty z przybliżonych, arbitralnych procedur określania składek przez firmy ubezpieczeniowe. Nie wierzy, aby dwaj równie inteligentni brokerzy mogli zaproponować tę samą wysokość składki ubezpieczeniowej, a przecież: „Wystarczy aby wysokość składki, jaką zaproponują, **przekraczała** możliwe ryzyko”[24]. W swej pracy omawia szanse trzech kandydatów ubiegających się o stanowisko prezydenta Stanów Zjednoczonych, obliczone przez Lloyda na dzień 23 sierpnia 1912 roku; ku zdumieniu czytelnika pokazuje, że tak obliczona suma prawdopodobieństwa wynosi 110 procent! Przez dwa miesiące składki reasekuracyjne na okręt **„**Waratah”, który zaginął gdzieś w okolicach południowej Afryki, zmieniały się na rynku ubezpieczeniowym z godziny na godzinę, po tym jak rozpuszczono plotki o odnalezieniu fragmentów wraku bądź też niesprawdzone informacje o tym, że statek bez poważniejszych uszkodzeń nadal jest na morzu. Prawdopodobieństwo tego, że **„**Waratah” zatonął, cały czas pozostawało na niezmienionym poziomie, podczas gdy rynkowa ocena tego prawdopodobieństwa ulegała częstym wahaniom.
Keynes pogardliwie odnosił się do prawa wielkich liczb. Jego zdaniem fakt, że podobne do siebie zdarzenia występowały w przeszłości, wcale nie świadczy o tym, że będą się wydarzać również w przyszłości. Uważał natomiast, że tylko w wypadku, gdy odkryjemy „sytuację, w której każda nowa seria zdarzeń różni się zdecydowanie od innej”[25], nasze prognozy staną się bardziej wiarygodne.
Nie krył pogardy wobec metody średniej arytmetycznej, czyli „wielce kontrowersyjnego aksjomatu”. Zamiast sumowania wyników serii obserwacji, a następnie dzielenia ich przez liczbę wszystkich obserwacji, zauważa on: „Jednakowe przypuszczenia miałyby jednakowe znaczenie, gdyby [...] szacunki były mnożone przez siebie, a nie sumowane”[26]. Zgadzając się, że średnia arytmetyczna jest łatwa w zastosowaniu, Keynes odwołuje się do opinii pewnego

francuskiego matematyka, który zauważył, że natura ze swej strony nie zważa na trudności związane z analizą, dlaczego więc człowiek miałby na nie zważać.
Keynes odrzuca pojęcie zdarzeń w rozumieniu swoich poprzedników zajmujących się teorią prawdopodobieństwa, ponieważ z pojęcia tego wynika, iż prognozy muszą zależeć od matematycznej częstości występowania zdarzeń w przeszłości. Preferował on termin „przypuszczenie", który odzwierciedla stopień pewności związany z prawdopodobieństwem **przyszłych** zdarzeń. Bradley Bateman, ekonomista wykładający w Grinnell College, zauważył, że Keynes traktuje prawdopodobieństwo jako podstawę, na której analizujemy oraz szacujemy przypuszczenia[27].
Gdyby Keynes uważał, że prawdopodobieństwo odzwierciedla stopień pewności związany z przyszłymi zdarzeniami oraz że minione wydarzenia stanowią jedynie niewielką część danych wejściowych, moglibyśmy wówczas dojść do wniosku, że podchodzi on do prawdopodobieństwa jak do pojęcia o charakterze subiektywnym. Nic z tych rzeczy. Keynes, choć na wskroś nowoczesny, od czasu do czasu zdradza się ze swoimi wiktoriańskimi manierami. W czasie gdy pracował nad **A Treatise on Probability,** głęboko wierzył, że wszyscy racjonalnie postępujący ludzie z czasem odkryją właściwą wartość prawdopodobieństwa dla każdego oczekiwanego zdarzenia oraz że będą podchodzili do niej z jednakowym zaufaniem. „Kiedy już fakty określające naszą wiedzę są znane, to, co w określonych okolicznościach jest prawdopodobne, a co nie jest, zostaje ustalone w sposób obiektywny i niezależny od naszej opinii"[28].
Wyrażając swą krytyczną opinię na temat tego nierealistycznego sposobu patrzenia na świat, Keynes z czasem zaczął koncentrować się na poszukiwaniu odpowiedzi na pytanie, jaki wpływ na podejmowane decyzje, a w konsekwencji na gospodarkę światową, ma element niepewności. W pewnym miejscu swej pracy stwierdza: „Postrzeganie prawdopodobieństwa, jego wagi oraz ryzyka w ogromnym stopniu zależy od czyjegoś punktu widzenia" oraz: „Podstawa, na jakiej określamy stopień pewności związany z określonym zdarzeniem, jest częścią naszego człowieczeństwa"[29].

Statystyk Charles Lange, stary przyjaciel Keynesa, z przyjemnością zauważył, że „Maynard poza algebrą widzi również i świat”.

***

Poglądy Keynesa na ekonomię koncentrują się ostatecznie na zagadnieniu niepewności – niepewności związanej z tym, ile przeciętna rodzina zaoszczędzi, a ile przeznaczy na konsumpcję, niepewności dotyczącej tego, jaką część zgromadzonych oszczędności przeciętna rodzina wyda w przyszłości (i kiedy to nastąpi), oraz, co chyba najważniejsze, niepewności związanej z tym, jakie zyski może przynieść określona inwestycja. Na dynamikę wzrostu gospodarczego mają wpływ decyzje podejmowane przez przedsiębiorstwa dotyczące tego, ile wydać (i kiedy) na nowe budynki, maszyny, technologie i metody produkcji. Fakt, iż decyzji tych nie można z reguły cofnąć, sprawia, że podejmowanie ich bez uwzględnienia jakichkolwiek obiektywnych wskazówek dotyczących prawdopodobieństwa, że wszystko potoczy się zgodnie z przewidywaniami, jest wyjątkowo ryzykowne.

Zgodnie z tym, co Frank Knight zauważył już piętnaście lat przed publikacją pracy **Ogólna teoria** Keynesa: „Istota niepewności w ekonomii leży w charakterze tej nauki, nauki próbującej patrzeć w przyszłość”[30]. Ponieważ warunki gospodarcze podlegają ciągłym zmianom, wszelkie dane są charakterystyczne tylko i wyłącznie dla okresu, z którego pochodzą. W konsekwencji stanowią one bardzo wątłą podstawę dla wszelkich uogólnień. To, co się dzieje naprawdę, tu i teraz, liczy się znacznie bardziej niż to, co nieokreślone, a informacje wzięte z przeszłości mają tak naprawdę niewielkie znaczenie. Prawdopodobieństwo określonego zdarzenia jutro jest nieznane, choćby nawet wczoraj prawdopodobieństwo jego wystąpienia wynosiło 75 procent. System, który nie może polegać na rozkładzie częstości występowania zdarzeń w przeszłości, jest z natury niestabilny oraz szczególnie podatny na manipulacje.

Keynes nie wierzył, aby mogła naprawdę istnieć gospodarka, w której przeszłość, teraźniejszość i przyszłość zlewają się w jedno. Przymusowe bezrobocie oraz niezadowalający poziom zysków występują znacznie częściej, niż zakładali to przedstawiciele

ekonomii klasycznej. Jeśli ludzie zdecydują się więcej oszczędzać i mniej wydawać, wydatki konsumpcyjne spadną, co pociągnie za sobą spadek nakładów inwestycyjnych. Pomimo większej skłonności do oszczędzania stopa procentowa może utrzymać się na niezmienionym poziomie. Keynes przekonywał, że odsetki są nagrodą za zrezygnowanie z własnej płynności finansowej, nie zaś za powstrzymanie się od bieżącej konsumpcji. Nawet jeśli tak się zdarzy, że stopa procentowa naprawdę spadnie, może się okazać, że jej spadek nie jest wystarczający, aby zachęcić menedżerów przedsiębiorstw do dalszego, intuicyjnego, coraz bardziej ryzykownego inwestowania na rynku, na którym podejmowanie nowych wyzwań staje się coraz bardziej kosztowne. Raz podjęta decyzja stwarza nowe warunki, czyniąc powrót do poprzedniego stanu niemożliwym.

Innym powodem tłumaczącym spadek nakładów inwestycyjnych może być to, że przedsiębiorstwa wykorzystały już wszelkie okazje przynoszące zyski. Keynes zauważył kiedyś: „W średniowieczu budowano katedry oraz śpiewano pieśni żałobne [...] Dwie msze za duszę zmarłego są dwa razy lepsze niż jedna; ale to, czy są dwie linie kolejowe z Londynu do Yorku, czy nie, nie ma już znaczenia”[31]. Ten sam motyw przewijał się w pewnej piosence, popularnej w okresie wielkiego kryzysu Bracie, czy masz pożyczyć dychę?: „Raz postawiony gmach będzie stał./ Raz oddana kolej żelazna pędzi w dal”.

Keynes oraz jego naśladowcy sporo uwagi poświęcili zagadnieniu pieniądza oraz umowom zabezpieczającym transakcje, aby pokazać, że to raczej niepewność niż matematyczne prawdopodobieństwo rządzi światem. O ogromnym znaczeniu elementu niepewności w procesie podejmowania decyzji świadczy nasza nieustanna pogoń za utrzymywaniem płynności finansowej oraz dążenie do określania przyszłych warunków przez zawieranie prawnie obowiązujących umów. Skończył się już czas, w którym opieraliśmy się na przesłankach formułowanych na podstawie częstości matematycznej odnoszącej się do przeszłych zdarzeń.

Keynes odrzucał teorie, które nie uwzględniały elementu niepewności. „Druzgocąca klęska [klasycznej doktryny], która kompletnie zawiodła w procesie naukowego przewidywania przyszłości – twierdził – w znacznym stopniu nadszarpnęła prestiż tych, którzy ją wyznawali”[32]. Oskarżał przedstawicieli klasycznej ekonomii o to, że popadli w stan, w którym wyglądali jak „naiwniacy, którzy [...] po opuszczeniu tego świata bawiąc w niebiańskich ogrodach, głoszą, że wszystko ułoży się jak najlepiej, jeśli tylko powstrzymamy się od wszelkich działań i zostawimy sprawy ich własnemu biegowi”[33].
Nie mając ochoty na polemikę z teoriami opartymi na tak naiwnych założeniach, Keynes zaproponował inne podejście, diametralnie różne od koncepcji **laissez-faire**: jego zdaniem rząd powinien odgrywać znacznie bardziej aktywną rolę w gospodarce, nie tylko w celu wzmocnienia malejącego popytu sektora prywatnego, ale też po to, by zminimalizować konsekwencje niepewności we wszystkich sferach gospodarki. Z biegiem lat odkryto, że kuracja zaproponowana przez Keynesa nie zawsze jest skuteczna, czasem pogarszała ona nawet stan gospodarki, a przeprowadzona przezeń analiza ma również inne ukryte mankamenty. Jednak nie rzutuje to w znaczący sposób na ocenę jego wkładu w rozwój teorii ekonomii oraz rozumienie ryzyka.
Na zakończenie pierwszego rozdziału **Ogólnej teorii** Keynes pisał: „Tezy [...] przyjęte przez przedstawicieli ekonomii klasycznej nie pasują do społeczeństwa, w jakim obecnie żyjemy, a ich nauczanie daje wręcz katastrofalne rezultaty jeśli próbujemy dopasować je do rzeczywistych wydarzeń”[34]. Biorąc pod uwagę sytuację na świecie w roku 1936, Keynes nie mógł chyba dojść do innych wniosków. Wynika stąd jasno, że element niepewności musi stanowić rdzeń nowej teorii ekonomii.

***

W 1937 roku w odpowiedzi na krytykę **Ogólnej teorii** Keynes podsumował swoje poglądy: *Gdy używam pojęcia wiedzy „niepewnej” [...] nie chodzi mi o dokonanie rozróżnienia pomiędzy tym, co jest wiadome na pewno, a tym, co jest tylko*

*prawdopodobne. W tym sensie w przypadku gry w ruletkę nie można mówić o niepewności [...] Pojęcie to można stosować natomiast w odniesieniu do perspektywy wybuchu wojny w Europie, przyszłych zmian cen miedzi, wysokości stóp procentowych w ciągu najbliższych dwudziestu lat lub starzenia się nowych technologii [...] W odniesieniu do powyższych kwestii nie można znaleźć żadnej naukowej podstawy, na której można by oszacować jakiekolwiek prawdopodobieństwo. My go po prostu nie znamy!*[35]

Błyskotliwość sposobu myślenia Keynesa polega na tym, że przyznaje się on do niemożności oszacowania ryzyka. Słowa Keynesa, zamiast nas przerażać, wywierają zgoła odmienny efekt: nie jesteśmy więźniami nieuchronnej przyszłości. Niepewność czyni nas wolnymi.

Rozważmy rozumowanie alternatywne. Wszyscy myśliciele, począwszy od Pascala, a skończywszy na Galtonie, głosili, że prawa rachunku prawdopodobieństwa działają, ponieważ nie mamy żadnej kontroli nad następnym rzutem kostką, nie potrafimy przewidzieć, gdzie popełnimy nasz kolejny błąd w rachunkach, oraz nie mamy żadnej władzy nad statyczną rzeczywistością, do której ostatecznie dążą wszelkie zjawiska. W tym kontekście wszystko, co przytrafia nam się w życiu, odbywa się według prostego schematu, stosowanego już przez Jakoba Bernoullego w jego eksperymentach: możemy wyciągnąć z urny dowolną kulę, ale nie jesteśmy w stanie wybrać jej koloru. Jest to zgodne z tym, co dawno temu zauważył Laplace: „Wszystkie zdarzenia podlegają prawom natury, wliczając w to nawet te, które ze względu na swoje znikome znaczenie pozornie nie są ich wynikiem”[36].

Tak pokrótce przedstawia się opowieść o tym, co nieuniknione. Kiedy wszystko odbywa się w zgodzie z prawami rachunku prawdopodobieństwa, zachowujemy się jak ludzie prymitywni – lub nałogowi hazardziści – którzy nie mają innego wyjścia, jak tylko błagać bogów o łaskę. Cokolwiek byśmy zrobili, jakikolwiek sąd byśmy wygłosili czy jakiekolwiek działanie buśmy podjęli w odruchu zwierzęcego instynktu, jaki ciągle w nas drzemie, nie będzie to miało najmniejszego wpływu na to, co się ostatecznie wydarzy. Świat, w

którym prawdopodobieństwo poddaje się dokładnej matematycznej analizie, może wydawać się niezwykle uporządkowany, ale równie dobrze może się okazać, że przyjdzie nam dokonać żywota w więziennej celi bez okien – a los taki możemy zawdzięczać nawet delikatnemu trzepotowi skrzydeł motyła miliony lat temu.
Co za nuda! Dzięki Bogu jednak świat idealnie podporządkowany prawom prawdopodobieństwa nie istnieje; można go znaleźć jedynie na stronicach książek lub w uproszczonych i częściowych opisach realnego świata. Nie ma on jednak nic wspólnego z oddychającymi, spoconymi, niespokojnymi i wiecznie usiłującymi odnaleźć wyjście z ciemności istotami ludzkimi.
To jest raczej dobra niż zła wiadomość. Jeżeli tylko zrozumiemy, że nie musimy godzić się z wyrokiem lub z otrzymanymi kartami, będziemy naprawdę wolni. Okaże się wtedy, że podejmowane przez nas decyzje mają jednak jakieś znaczenie. Jesteśmy wtedy zdolni zmienić świat. Wskazówki udzielane przez Keynesa powinny przekonać nas o tym, że w momencie podejmowania decyzji **naprawdę** zmieniamy obraz świata.
To, czy zmiana ta będzie na lepsze czy też na gorsze, zależy wyłącznie od nas. Ruletka nie ma z tym nic wspólnego.

## Przypisy

[1] Knight, 1921, s. 209.
[2] Keynes, 1933, w: Moggridge, 1972, Vol. X, s. 262.
[3] Keynes, 1936, s. 161.
[4] Dixon, 1986, s. 587, [5] Większość materiałów na temat Knighta dostarczył mi Donald Dewey i pochodzą one z Dewey,1987; Dewey, 1990; oraz prywatnej korespondencji.
[6] Cytat za Herbertem Steinem z *Wall Street Journal*, 1 November 1995, s. A14.
[7] Knight, 1921, s. 205.
[8] Arrow, 1951.
[9] Knight, 1921, s. 197.
[10] Tamże, s. 226.
[11] Tamże, s. 223.

[12] Tamże, s. 227.
[13] Z treścią tego listu zapoznał mnie Donald Dewey.
[14] Podane za Newmanem, 1988c. s. 1336, który cytuje *Times Literary Supplement*, 23 February 1951, s. 111.
[15] Keynes, 1971. s. 98.
[16] Keynes, 1936, s. 176.
[17] Skidelsky, 1986, s. 1.
[18] Blaug, 1994, s. 1209, cytaty dotyczące prywatnych spraw finansowych Keynesa.
[19] Cytat ten pojawia się również u Moggridge'a, Vol. X, s. 440. Zob. również Keynes, 1921, s. 408.
[20] Keynes, 1971, s. 88.
[21] Keynes, 1933, Keynes, 1972, s. 338–339.
[22] Keynes, 1921, s. 51.
[23] Tamże, s. 3–4.
[24] Tamże, s. 22–26.
[25] Tamże, s. 407.
[26] Tamże, s. 206–209.
[27] Bateman, 1987, s. 101.
[28] Keynes, 1921, s. 3–4.
[29] Tamże, s. 5.
[30] Knight, 1921, s. 237.
[31] Keynes, 1936, s. 171.
[32] Tamże, s. 33.
[33] Tamże, s. 33.
[34] Tamże, s. 3.
[35] Keynes, 1937.
[36] Laplace, 1814, s. 1301.

## Rozdział 3

# Człowiek, który liczył wszystko z wyjątkiem kalorii

W poprzednim rozdziale mogliśmy prześledzić, z jaką determinacją Knight dążył do przypisania czynnikowi niepewności głównej roli w analizie ryzyka i w procesie podejmowania decyzji oraz z jaką energią i elokwencją Keynes podejmował kolejne ataki na poglądy głoszone przez przedstawicieli ekonomii klasycznej. Wiara w słuszność racjonalnego postępowania oraz w potęgę kontrolowania ryzyka przetrwała wszelkie zawirowania historii związane z okresem wielkiego kryzysu i drugiej wojny światowej. Teorie dotyczące powyższych zagadnień rozwijały się w dwóch przeciwnych kierunkach. Pierwszy wyznaczali naśladowcy Keynesa (z hasłem „Po prostu nie wiemy"), drugi zaś naśladowcy Jevonsa (zajmujący się zagadnieniami przyjemności, bólu, pracy, użyteczności, wartości, bogactwa, pieniądza, kapitału itd., a więc pojęciami ilościowymi).

W ciągu dwudziestu pięciu lat po publikacji **Ogólnej teorii** Keynesa teoria gier przyczyniła się do istotnego postępu w sposobie rozumienia ryzyka oraz niepewności. Był to praktyczny paradygmat wywodzący się z rozpowszechnionego w epoce wiktoriańskiej przekonania, że kwantyfikacja jest konieczna do wyjaśniania zachowania ludzkiego. Teoria ta skupia się na procesie podejmowania decyzji, ale tak naprawdę ma bardzo niewiele wspólnego z wieloma innymi teoriami, które powstały wokół zagadnień gier losowych.

Teoria gier, pomimo swoich dziewiętnastowiecznych korzeni, zdecydowanie zrywa z wcześniejszymi próbami zmierzającymi do przyjęcia w procesie podejmowania decyzji matematycznej nieuchronności zdarzeń. W teoriach użyteczności – zarówno Daniela Bernoullego, jak i Jevonsa – każdy dokonuje wyboru w samotności,

będąc nieświadomym poczynań innych ludzi. Natomiast w teorii gier dwie lub trzy osoby równocześnie usiłują maksymalizować swoją użyteczność, przy czym każda z nich świadoma jest tego, co robią inni.

Teoria gier podaje własną definicję niepewności. Wcześniejsze teorie przyjmowały niepewność jako rzecz oczywistą i z tego też powodu nie zajmowały się poszukiwaniami jej znaczenia. Natomiast według teorii gier **jej prawdziwe źródło kryje się w zamierzeniach innych osób.**

Z punktu widzenia tej teorii niemal każdą decyzję podejmujemy na podstawie licznych negocjacji przeprowadzanych w celu zmniejszenia niepewności, uzgadniając wraz z innymi to, czego oni chcą od nas, w zamian za to, co z kolei my od nich chcemy uzyskać. Podobnie jak poker i szachy życie jest grą strategiczną, której elementami są umowy oraz uściski dłoni mające nas chronić przed oszustami. Jednak w odróżnieniu od pokera czy szachów rzadko możemy liczyć na zwycięstwo w takiej grze. Wybranie alternatywy, która naszym zdaniem przyniesie nam największe korzyści, z reguły okazuje się najbardziej ryzykowną decyzją, ponieważ jej wynikiem może być znacznie silniejszy opór graczy, którzy mogą ponieść straty. Dlatego też często wybieramy rozwiązania stanowiące pewien kompromis, co oznacza, że dokonujemy wyboru najlepszego spośród najgorszych; w celu opisania takich decyzji teoria gier operuje takimi terminami, jak „maksiminowa" i „minimaksowa". Podejście takie cechuje na przykład relacje pomiędzy kupującym i sprzedającym, właścicielem i dzierżawcą, mężem i żoną, pożyczkodawcą i pożyczkobiorcą, General Motors i Fordem, rodzicami i dzieckiem, prezydentem USA i Kongresem, kierowcą i pieszym, szefem i podwładnym, zawodnikiem rzucającym piłką baseballową i graczem, który ma ją uderzyć, solistą i akompaniatorem.

***

Teoria gier została stworzona przez wybitnie uzdolnionego fizyka Johna von Neumanna (1903–1957)[1]. W latach dwudziestych von Neumann, pracując w Berlinie, przyczynił się do odkrycia mechaniki kwantowej, odegrał też istotną rolę w wyprodukowaniu pierwszej

amerykańskiej bomby atomowej oraz nieco później bomby wodorowej. Wynalazł również komputer cyfrowy, był meteorologiem i matematykiem, potrafił w pamięci mnożyć przez siebie liczby ośmiocyfrowe oraz uwielbiał opowiadać sprośne dowcipy i obsceniczne limeryki. Podczas swojej przygody z wojskiem wolał towarzystwo admirałów niż generałów, ponieważ ci pierwsi potrafili znacznie więcej wypić. Jego biograf Norman Macrae przedstawia go jako; „wyjątkowo uprzejmego dla wszystkich z wyjątkiem [...] swoich dwóch żon", z których jedna zauważyła swego czasu; „On potrafi liczyć wszystko z wyjątkiem kalorii"[2].
Pewnego razu kolega von Neumanna, który interesował się analizą prawdopodobieństwa, poprosił go o zdefiniowanie pewności. Wtedy von Neumann podał przykład projektowania domu i zapytał, jak zdobyć pewność, że podłoga w pokoju gościnnym nie się zawali. Odpowiadając samemu na to pytanie, zaproponował, aby: „Obliczyć wagę fortepianu koncertowego i dodać do niej wagę sześciu osób zgromadzonych wokół niego. Otrzymany wynik należy pomnożyć przez trzy". Dopiero wtedy będziemy mogli mówić o pewności.
Von Neumann urodził się w Budapeszcie w zamożnej, wykształconej i szczęśliwej rodzinie. W tym czasie Budapeszt był szóstym co do wielkości miastem Europy, kwitnącym i szybko rozwijającym się, z pierwszym na świecie metrem. Ponad 90 procent mieszkańców miasta umiało pisać i czytać. Przeszło 25 procent populacji Budapesztu stanowili Żydzi, włączając w to von Neumannów, chociaż sam John von Neumann nie przykładał zbyt wielkiej wagi do swego pochodzenia, które było dla niego głównie źródłem wielu żartów. Jednakże nie był on jedyną wybitną postacią przedwojennego Budapesztu. Wśród jemu współczesnych można by wymienić kilku innych równie słynnych fizyków – Leo Szilarda oraz Edwarda Tellera – jak również sławy ze świata rozrywki, takie jak Georg Solti, Paul Lukas, Leslie Howard (prawdziwe nazwisko Laszlo Steiner), Adolph Zukor, Alexander Korda oraz być może najbardziej znana ze wszystkich Zsa Zsa Gabor.
Von Neumann studiował w Berlinie w czołowym instytucie naukowym, którego władze uznały, że Einstein nie zasługuje na

stypendium na przeprowadzenie swoich badań[3]. Później kontynuował studia w Getyndze, gdzie poznał tak znakomitych naukowców, jak Werner Heisenberg, Enrico Fermi oraz Robert Oppenheimer. W 1929 roku podczas swojej pierwszej podróży do Stanów Zjednoczonych von Neumann uległ urokowi tego kraju i w przyszłości, z wyjątkiem okresów, kiedy pracował dla rządu amerykańskiego, większość swojego czasu spędzał w Institute for Advanced Study w Princeton. W 1937 roku, rozpoczynając pracę w tym instytucie, otrzymał uposażenie w wysokości 10 000 dolarów, co według siły nabywczej odpowiadało dzisiejszym 100 000 dolarów. Kiedy w 1933 roku Einstein rozpoczynał pracę dla tego samego instytutu, poprosił o wynagrodzenie w wysokości 3000 dolarów; otrzymał jednak aż 16 000 dolarów.

Von Neumann po raz pierwszy przedstawił swoją teorię gier strategicznych w 1926 roku, mając 23 lata, na forum Towarzystwa Matematycznego w Getyndze; dwa lata później praca ta ukazała się drukiem. Robert Leonard z University of Quebec, czołowy historyk teorii gier, stwierdził, że praca ta nie powstała w „chwili natchnienia" i była raczej efektem wysiłków von Neumanna próbującego skoncentrować swoją nieokiełznaną wyobraźnię na zagadnieniu, które od pewnego czasu zaprzątało umysły niemieckich oraz węgierskich matematyków. Najwyraźniej to właśnie potrzeby matematyki były podstawowym bodźcem do pracy, podczas gdy zagadnienia procesu podejmowania decyzji jako takie miały z tym niewiele lub wręcz nic wspólnego.

Chociaż na pierwszy rzut oka temat pracy wydaje się trywialny, w istocie jest on bardzo skomplikowany i przesiąknięty matematyką. Zagadnienie sprowadza się do opracowania racjonalnej strategii dla dziecięcej gry, której uczestnicy jednocześnie przekręcają monetę i pokazują jedną z jej stron. Jeśli na obydwu pojawi się orzeł lub reszka, wygrywa gracz A. W przypadku pojawienia się różnych wyników wygrywa gracz B. Kiedy byłem małym chłopcem, grywaliśmy w pewną odmianę tej gry, która polegała na tym, że na zmianę z przeciwnikiem wykrzykiwaliśmy, na ustalony sygnał,

„Różne!” lub „Równe!”, otwierając dłonie i pokazując jeden lub dwa palce.
Według von Neumanna cała sztuka gry w monety przeciwko „przynajmniej przeciętnie inteligentnemu graczowi” nie polegała na próbowaniu odgadnięcia jego intencji, ale na skrywaniu własnych zamiarów. Pewna przegrana wynika z każdej strategii, której celem jest zwycięstwo, nie zaś uniknięcie przegranej. (Proszę zauważyć, że po raz pierwszy mówimy o prawdopodobieństwie przegrania jako o integralnej części zarządzania ryzykiem). Dlatego też należy grać w orła i reszkę według strategii na chybił trafił, tak jak robi to maszyna, która konsekwentnie wyrzuca każdą ze stron monety z 50-procentowym prawdopodobieństwem. Z tą strategią nie można wygrać, nie można jednak też przegrać.
Jeśliby przyjąć strategię polegającą na tym, że na każde dziesięć kolejek sześć razy pokazujemy orła, przeciwnik szybko ją rozszyfruje i odniesie łatwe zwycięstwo. Jeśli przeciwnik wygrywa, gdy strony monet są różne, powinien pokazać reszkę sześć razy na każde dziesięć kolejek; jeśli natomiast zwycięża wtedy, gdy strony monet są takie same, wówczas jego strategia polegać będzie na sześciokrotnym pokazywaniu orła na każde dziesięć kolejek.
Dlatego jedyną rozsądną decyzją, jaką powinni podjąć **obaj grający,** jest pokazywanie orła i reszki w sposób przypadkowy. Wówczas, w dłuższym okresie, wyniki połowy rzutów będą zgodne, a połowy przeciwne. Przez chwilę może to być zabawne, lecz na dłuższą metę raczej nudne.
Udowodnienie, że jest to jedyny możliwy rezultat racjonalnego podejmowania decyzji przez dwóch graczy, stanowi matematyczny wkład von Neumanna. Nie jest to wynik praw rachunku prawdopodobieństwa, które określają szanse w tej grze na 50 do 50. To raczej sami gracze **wywołują** taki rezultat. Stanowisko von Neumanna jest w tej kwestii jednoznaczne:
[...] Nawet jeśli zasady gry są wolne od jakichkolwiek elementów „hazardu” (to znaczy nie ma ciągnięcia z urn) [...] poleganie na [...] elemencie statystycznym jest tak istotną częścią samej gry (jeśli nie świata), że nie ma potrzeby wprowadzania go na siłę[4].

***

Zainteresowanie, z jakim spotkała się praca von Neumanna, świadczy o tym, że miał on do zakomunikowania coś ważnego z punktu widzenia matematyki. Dopiero z czasem zdał sobie sprawę z tego, że teoria gier to coś więcej niż tylko matematyka.

W 1938 roku, podczas pobytu wraz z Einsteinem i jego przyjaciółmi w Institute for Advanced Study, John von Neumann spotkał Oskara Morgensterna, ekonomistę pochodzenia niemieckiego. Morgenstern stał się jego gorącym wielbicielem. Teoria gier natychmiast przypadła mu do gustu i zakomunikował von Neumannowi, że chciałby napisać o niej artykuł. Pomimo że Morgenstern nie znał wystarczająco dobrze matematyki, zdołał zachęcić von Neumanna do współpracy, która przeciągnęła się do lat wojennych. Efektem ich wspólnej pracy była **Theory of Games and Economic Behavior,** klasyczna praca traktująca zarówno o teorii gier, jak i zastosowaniu jej w procesie podejmowania decyzji w gospodarce i przedsiębiorstwie. Książka licząca 650 stron została ukończona w 1944 roku, ale na skutek kłopotów z papierem w okresie wojny wydawnictwo Princeton University Press odwlekało jej publikację. W końcu dzięki osobistemu zaangażowaniu jednego z członków rodziny Rockefellerów książka ukazała się w 1953 roku.

Zagadnienia ekonomiczne nie były dla von Neumanna całkowicie nowe. Już wcześniej interesował się ekonomią, kiedy poszukiwał odpowiedzi na pytanie, w jak dużym stopniu można stosować instrumenty matematyczne przy opracowaniu modelu wzrostu gospodarczego. Jako rasowy fizyk i matematyk koncentrował się głównie na zagadnieniu równowagi. „Skoro [ekonomia] cały czas operuje ilościami – pisał – to w treści, jeśli nie w języku, musi być nauką matematyczną [...] podobnie jak jest to w przypadku mechaniki statycznej".

Morgenstern urodził się w Niemczech w 1902 roku, jednak dorastał i wykształcił się w Wiedniu. W 1931 roku był już na tyle znanym ekonomistą, że zastąpił Friedricha von Hayeka na stanowisku dyrektora prestiżowego Wiedeńskiego Instytutu Analiz Cykli Koniunkturalnych. Chociaż był chrześcijaninem o nieco antysemickim nastawieniu, w 1938 roku wyjechał do Stanów Zjednoczonych, zaraz

po zajęciu Austrii przez Niemcy, i wkrótce został zatrudniony na Wydziale Ekonomii Uniwersytetu Princeton[5].
Morgenstern nie dawał wiary temu, że ekonomia mogłaby być wykorzystywana do przewidywania zdarzeń gospodarczych. Konsumenci, menedżerowie oraz politycy – przekonywał – uwzględniają takie prognozy i w zależności od nich zmieniają swoje decyzje i postępowanie. Zmusza to w rezultacie prognostów do zmiany swoich przewidywań, co z kolei skłania odbiorców do ponownej reakcji. Morgenstern porównał takie sprzężenie zwrotne do gry Sherlocka Holmesa z prof. Moriartym, w której każdy starał się wyprzedzić posunięcie przeciwnika. Dlatego, jego zdaniem, metody statystyczne są w ekonomii bezużyteczne, o ile nie są wykorzystywane do celów opisowych, „ale zagorzali zwolennicy statystyki nie wyglądają na takich, którzy byliby tego świadomi”[6].
Morgenstern nie potrafił powstrzymać swojej niechęci wobec postulatu doskonałej prognozy, który zdominował dziewiętnastowieczną teorię ekonomiczną. Nikt, twierdził, nie jest w stanie wiedzieć, co wszyscy ludzie z osobna mają zamiar uczynić w dowolnym punkcie czasu: „Nie istnieje zatem możliwość pogodzenia wszystkich przewidywań z równowagą ekonomiczną”[7]. Wniosek ten wywołał zachwyt Franka Knighta, który niezwłocznie zaproponował Morgensternowi, aby ten przetłumaczył swoje dzieło z języka niemieckiego na angielski.
Wiele wskazywało na to, że Morgenstern nie miał w sobie zbyt dużo uroku. Paul Samuelson, laureat Nagrody Nobla, autor przez lata najlepiej sprzedającego się podręcznika ekonomii, pewnego razu powiedział o nim: „Typ napoleoński [...] Zawsze powołujący się na autorytet jakiegoś fizyka lub naukowca z innej dziedziny”*[8]. Ktoś inny stwierdził, że Wydział Nauk Ekonomicznych Uniwersytetu Princeton „po prostu nienawidził Oskara”[9]. Sam Morgenstern narzekał, że jego ukochane dzieło nie spotkało się z należnym mu zainteresowaniem ze strony innych osób. Po odwiedzeniu Harvardu w 1945 roku zauważył: „żaden z nich” nie wykazał jakiegokolwiek zainteresowania teorią gier[10]. W 1947 roku potwierdził, że jeden z kolegów ekonomistów o nazwisku Röpke powiedział o teorii gier, iż:

„była tylko plotką, która krążyła po wiedeńskich kawiarenkach”**. Podczas spotkania z wybitnymi ekonomistami w Rotterdamie w 1950 roku zauważył, że oni „nie chcieli nic wiedzieć o [teorii gier] ponieważ była dla nich niewygodna”.
Chociaż był wielkim entuzjastą zastosowań matematyki w analizie ekonomicznej, miał w pogardzie niespójne podejście Keynesa do zagadnienia prawdopodobieństwa i uważał, że **Ogólna teoria** jest „po prostu straszna” – Morgenstern bezustannie narzekał na kłopoty z nazbyt zaawansowanym materiałem, jakiego dostarczał mu von Neumann[11]. „Jest on tajemniczym człowiekiem – napisał Morgenstern przy pewnej sposobności. – W chwili, gdy zabiera się do jakiegoś zagadnienia naukowego, cechuje go absolutny entuzjazm, pewność i żywotność, potem pogrąża się, marzy, mówi o czymś pobieżnie, bez ładu i składu [...] Z czasem zagadnienie to staje się kompletnie niezrozumiałe”.

***

Kombinacja chłodnej matematyki teorii gier oraz dylematów ekonomii w sposób naturalny wydaje się odpowiadać matematykowi pasjonującemu się ekonomią oraz ekonomiście o zacięciu matematycznym. Jednakże bodźcem do powiązania tych dwóch dziedzin nauki było po części, według słów Morgensterna, przeświadczenie, że współczesne zastosowanie matematyki w ekonomii było „w żałosnym stanie”[12].
Innym motywem podjęcia takiej próby było ambitne aż do przesady dążenie do tego, by uczynić matematykę dyscypliną dominującą zarówno w naukach przyrodniczych, jak i w nauce o społeczeństwie. W dzisiejszych czasach podejście takie byłoby z pewnością do przyjęcia dla wielu ekonomistów, ale w późnych latach czterdziestych teoria gier spotkała się z największym sprzeciwem właśnie z powodu owych kombinacji. W tamtym okresie pierwszoplanową postacią wszelkich dysput akademickich był Keynes, a on odrzucał wszelkie próby matematycznego opisu ludzkiego zachowania.
W **Theory of Games and Economic Behavior** Morgenstern i von Neumann nie próbują nikogo przekonywać, że matematyka jest niezbędnym elementem ekonomicznego procesu podejmowania

decyzji. Odrzucają oni jako „całkowicie błędny" pogląd, że ludzkie i psychologiczne aspekty ekonomii nie poddają się matematycznej analizie. Przypominając, że do szesnastego stulecia matematyka była całkowicie ignorowana przez fizykę, a do osiemnastego wieku nie było dla niej miejsca w chemii i biologii, twierdzą, że perspektywy dotyczące zastosowania matematyki w tych dziedzinach „we wczesnym okresie nie były wcale o wiele lepsze niż perspektywy dotyczące zastosowania matematyki w ekonomii – **mutatis mutandis** – obecnie"[13].
Von Neumann i Morgenstern odpierają zarzut, że ich ściśle matematyczne procedury oraz nacisk położony na wielkości liczbowe nie oddają rzeczywistości, ponieważ „zwykły człowiek [...] przejawia aktywność ekonomiczną w sferze, którą rządzą niejasne zasady"[14]. Przecież w równie zagadkowy sposób ludzie reagują choćby na światło i ciepło:
Aby poznać prawa rządzące fizyką, należało zmierzyć te zjawiska [ciepło i światło]. Z czasem zwykły człowiek zaczął wykorzystywać wyniki tych pomiarów – bezpośrednio lub pośrednio – w życiu codziennym. To samo może się zdarzyć w przyszłości z ekonomią. Kiedy tylko z pomocą teorii, która pozwala nam mierzyć, zdobywamy pełniejszą wiedzę o ludzkim zachowaniu, życie jednostki ulega radykalnej zmianie. Dlatego też badanie tych zagadnień nie jest zbytecznym kaprysem[13].

***

Analiza w książce Morgensterna i von Neumanna rozpoczyna się od prostego przypadku osoby, która staje przed wyborem jednej z dwóch możliwości, podobnie jak w sytuacji wyboru pomiędzy orłem i reszką w grze w monety. Ale tym razem von Neumann i Morgenstern posuwają się znacznie dalej w badaniu natury decyzji, stawiając jednostkę przed wyborem pomiędzy dwiema kombinacjami zdarzeń, zamiast dwiema prostymi możliwościami.
Jako przykład podają mężczyznę, który woli kawę od herbaty oraz herbatę od mleka[16]. Zadajemy mu pytanie: „Czy wolisz filiżankę kawy czy szklankę, w której z jednakowym prawdopodobieństwem może być herbata lub mleko?". Woli on oczywiście filiżankę kawy.

Co się jednak stanie, jeżeli zmienimy kolejność preferencji i zadamy to samo pytanie? Tym razem przyjmiemy, że mężczyzna bardziej woli mleko zarówno od kawy, jak i herbaty, ale nadal przedkłada smak kawy nad smak herbaty. Teraz wybór pomiędzy otrzymaniem kawy na pewno oraz 50-procentową szansą otrzymania herbaty lub mleka staje się mniej oczywisty niż w pierwszym przypadku, ponieważ tym razem niepewny wynik obejmuje to, co człowiek ten naprawdę lubi (mleko), jak również coś, bez czego mógłby się bez wątpienia obejść. Jednakże różnicując prawdopodobieństwo wyboru herbaty lub mleka oraz zadając pytanie, w którym miejscu mężczyźnie temu wybór pomiędzy pewną kawą a losowaniem dającym niepewny wynik przestaje sprawiać różnicę, możemy opracować ilościowy szacunek – znaleźć liczbę pozwalającą zmierzyć, o ile bardziej woli on mleko od kawy oraz kawę od herbaty.

Przykład staje się bardziej realistyczny, kiedy spojrzymy nań z punktu widzenia pomiaru użyteczności – stopnia satysfakcji wynikającej z posiadania 1 dolara w porównaniu z użytecznością posiadania 2 dolarów. Najbardziej pożądanym wyborem muszą być w tym przypadku 2 dolary, które odpowiadają mleku w przykładzie powyżej; brak pieniędzy w ogóle odpowiada wybraniu herbaty jako najmniej pożądanemu wynikowi, a 1 dolar staje się wyborem pośrednim i odpowiada wybraniu kawy.

Raz jeszcze prosimy osobę o dokonanie wyboru pomiędzy tym, co pewne, a tym, co wątpliwe. Ale tym razem należy wybrać pomiędzy 1 dolarem a ryzykiem związanym ze zdobyciem 2 dolarów lub niczego. Szanse zdobycia 2 dolarów określamy na 50 procent oraz na 50 procent ryzyko odejścia z kwitkiem, przy wartości oczekiwanej równej 1 dolarowi. Jeżeli człowiek ten stwierdzi, że jest mu wszystko jedno, czy otrzyma 1 dolara na pewno czy podejmie ryzyko, można stwierdzić, że przy tak niskiej stawce jest on obojętny wobec ryzyka. Zgodnie ze wzorem zaproponowanym przez von Neumanna oraz Morgensterna prawdopodobieństwo uzyskania najbardziej preferowanego wyniku – w tym przypadku 2 dolarów – określa stopień, w jakim osoba ta woli uzyskać 1 dolara, niż odejść z kwitkiem, w porównaniu z tym, o ile bardziej preferuje ona uzyskanie 2 dolarów niż niczego. W naszym przypadku 50 procent

szans oznacza, że preferencje tej osoby w stosunku do 1 dolara i nieuzyskania niczego są o połowę niższe w porównaniu z jej preferencjami dotyczącymi 2 dolarów i wyjścia na zero. W takich warunkach stopień użyteczności 2 dolarów jest dwa razy większy niż użyteczności 1 dolara.
Odpowiedź może znacząco się różnić w przypadku innych osób lub w odmiennych warunkach. Zobaczmy, co się stanie, jeżeli postawimy na szali większą stawkę oraz zmienimy rozkład prawdopodobieństwa. Załóżmy teraz, że mężczyźnie temu jest obojętne, czy uzyska 100 dolarów na pewno czy podejmie ryzyko związane z uzyskaniem 200 dolarów przy prawdopodobieństwie 67 procent oraz nieuzyskaniem niczego przy prawdopodobieństwie 33 procent. W takim zakładzie nadzieja matematyczna wynosi 133 dolary; innymi słowy, stopień preferencji tego mężczyzny dotyczący uzyskania pewnego wyniku – 100 dolarów – jest obecnie większy w porównaniu z przypadkiem, gdy chodziło zaledwie o parę dolarów. 67-procentowe prawdopodobieństwo zdobycia 200 dolarów oznacza, że stopień jego preferencji dotyczących uzyskania 100 dolarów wobec zera jest równy dwóm trzecim jego preferencji dotyczących uzyskania 200 dolarów wobec zera: użyteczność pierwszych 100 dolarów jest większa niż użyteczność kolejnych 100 dolarów. Użyteczność większej sumy maleje wraz ze wzrostem kwoty obarczonej ryzykiem z jednej do trzech cyfr.
Wszystko to brzmi znajomo, i to nie przez przypadek. Rozumowanie to jest dokładnie takie samo jak przy obliczaniu „ekwiwalentu pewności", wyprowadzonego z fundamentalnej zasady Bernoullego, zgodnie z którą użyteczność przyrostu bogactwa pozostaje w odwrotnej relacji do bogactwa już posiadanego. Jest to właśnie istota awersji do ryzyka – stosunku pozwalającego nam ocenić, jak daleko jesteśmy w stanie się posunąć w podejmowaniu decyzji, które mogą skłonić innych do podjęcia decyzji mogących mieć dla nas niepożądane skutki. Podejście takie pozwala zaliczyć von Neumanna oraz Morgensterna do grona klasycznych racjonalistów, ponieważ racjonalnie postępujący ludzie zawsze jasno zdają sobie sprawę ze swoich preferencji, konsekwentnie je stosują oraz potrafią je określić w opisany tutaj sposób.

***

Alan Blinder, długoletni pracownik Wydziału Ekonomii Uniwersytetu Princeton, współautor popularnego podręcznika ekonomii oraz wiceprzewodniczący Rady Rezerwy Federalnej w latach 1994–1996, przedstawił ciekawy przykład dotyczący teorii gier[17]. Chodziło w nim o znalezienie odpowiedzi na pytanie, czy możliwa jest, lub nawet pożądana, koordynacja polityki pieniężnej, która obejmuje sprawowanie kontroli nad krótkookresową stopą procentową i podażą pieniądza, oraz polityki fiskalnej obejmującej działania mające zapewnić równowagę pomiędzy wydatkami rządu federalnego i przychodami z podatków.

Stronami tej gry są władze monetarne Systemu Rezerwy Federalnej (Fed) oraz politycy odpowiedzialni za określenie odpowiednich proporcji pomiędzy wydatkami rządowymi oraz przychodami z podatków. Władze Rezerwy Federalnej uważają kontrolowanie poziomu inflacji za swoje nadrzędne zadanie, co oznacza, że przedkładają one politykę restrykcyjną nad ekspansywną. Kadencja władz Rezerwy Federalnej jest dość długa – wynosi czternaście lat w przypadku członków Rady, natomiast prezesi banków Rezerwy Federalnej sprawują swoją funkcję aż do czasu przejścia na emeryturę – dlatego też mogą oni wypełniać swoje zadania, ciesząc się znaczną niezależnością od nacisków politycznych. Z drugiej strony politycy muszą regularnie zabiegać o reelekcję, co skłania ich do preferowania polityki ekspansywnej, a nie restrykcyjnej.

Celem gry jest skłonienie przeciwnika do podjęcia decyzji, której nie chce on podjąć z własnej woli. Fed preferuje nadwyżkę przychodów podatkowych nad wydatkami rządowymi, tak aby rząd nie musiał się zmagać z deficytem budżetowym. Nadwyżka budżetowa pozwoliłaby na kontrolowanie poziomu inflacji, co z kolei zapewniłoby, że członkowie Fedu byliby dobrze postrzegani. Politycy, którzy muszą zabiegać o reelekcję, woleliby, aby Fed utrzymywał niskie stopy procentowe oraz wysoką podaż pieniądza. Taka polityka stymulowałaby działalność gospodarczą oraz poziom zatrudnienia, a także uwolniłaby Kongres i prezydenta od potrzeby zaciągania długu

publicznego. Żadna ze stron nie chce robić tego, czego życzyłaby sobie druga strona.
Blinder ułożył tablicę pokazującą preferencje każdej ze stron w odniesieniu do trzech różnych decyzji podjętych przez drugą stronę: polityka restrykcyjna, bierność lub ekspansywność.
Liczby znajdujące się powyżej przekątnej w każdym kwadracie przedstawiają kolejność preferencji członków Fedu; liczby poniżej przekątnych oznaczają kolejność preferencji polityków.
Najwyżej cenione preferencje Fedu (1, 2 oraz 3) znajdują się z lewej strony w górnej części tablicy, gdzie przynajmniej jedna z opcji przewiduje politykę restrykcyjną, a druga albo ją wspiera, albo jest wobec niej obojętna. Członkowie Fedu w sposób oczywisty wolą sytuacje, w których wysiłki polityków służą ich celom. Trzy najwyżej cenione preferencje polityków znajdują się z prawej strony w dolnej części tablicy, gdzie przynajmniej jedna z opcji przewiduje politykę ekspansywną, a druga albo ją wspiera, albo jest wobec niej obojętna. Politycy w sposób oczywisty wolą sytuację, w której Fed prowadzi politykę ekspansywną, a politycy nie muszą już podejmować żadnych działań. Najmniej cenione preferencje polityków znajdują się w kolumnie pierwszej od lewej, podczas gdy preferencje najmniej cenione przez Fed rozłożone są w pierwszym rzędzie od dołu. W takiej sytuacji najtrudniej o jakikolwiek kompromis.
Jak zakończy się ta gra? Zakładając, że pomiędzy Fedem a politykami istnieją stosunki wykluczające jakąkolwiek współpracę lub koordynację działań, gra kończy się w lewym dolnym rogu, gdzie polityka pieniężna ma charakter restrykcyjny, a polityka fiskalna ekspansywny. Jest to dokładnie taka sama sytuacja, z jaką mieliśmy do czynienia we wczesnym okresie sprawowania władzy przez Reagana, kiedy to właśnie powstała praca Blindera.
Dlaczego wynik jest taki a nie inny? Po pierwsze, obydwie strony pokazują tutaj swój charakter – Fed jest nieugięty, a politycy rozrzutni. Przy założeniu, że Fed nie może przekonać polityków, aby ci doprowadzili do nadwyżki budżetowej, oraz że politycy nie mogą skłonić Fedu do obniżki stóp procentowych, żadna ze stron nie ma ochoty zmienić swoich preferencji ani też pozostać neutralną.

Spójrzmy do góry i na prawo od kwadratu z dwiema siódemkami. Zauważmy, że poniżej przekątnej (preferencje polityków), patrząc w górę, w lewej kolumnie nie zobaczymy liczby mniejszej od 7; patrząc z kolei powyżej przekątnej (preferencje Fedu), w wierszu na prawo również nie znajdziemy liczby mniejszej od 7. Dopóki Fed stosuje politykę restrykcyjną, a politycy opowiadają się za polityką ekspansywną, obie strony wybierają mniejsze zło.
Odmienny jest przypadek przedstawiony w prawym górnym rogu, gdzie polityka pieniężna Fedu jest mniej restrykcyjna i pojawia się nadwyżka budżetowa. Patrząc poziomo na lewo ponad przekątnymi, możemy zauważyć, że obie możliwości wyboru przez Fed opatrzone są liczbami niższymi od 4, są to więc wybory lepsze; Fed raczej powstrzyma się od jakichkolwiek działań, aniżeli przyczyni się do ekspansji gospodarki, co mogłoby doprowadzić do pojawienia się inflacji. Pogląd przeciwny dominuje za to w kręgach polityków. Patrząc pionowo w dół, możemy zauważyć, że warianty wyboru dla polityków oznaczone są liczbami niższymi od 4: politycy powstrzymaliby się raczej od jakichkolwiek działań lub zmagaliby się z deficytem, niż przyjęli politykę, w wyniku której pracę straciliby ich wyborcy, a w konsekwencji i oni sami.
Uzyskany wynik gry nazywany jest równowagą Nasha, na cześć Johna Nasha, badacza z Princeton, jednego z laureatów Nagrody Nobla w 1994 roku za wkład do teorii gier[18]. W przypadku równowagi Nasha wynik, choć stabilny, jest mniej niż optymalny. Obie strony wolałyby wybrać niemal każde inne rozwiązanie, byle nie to. Jednakże nie mogą one uzyskać lepszego wyniku, dopóki nie zmienią swoich stanowisk i nie zaczną wspólnie pracować nad nową polityką, która, jeśliby nie wspierała którejkolwiek ze stron, to byłaby przynajmniej neutralna, chroniąc każdą z nich przed podjęciem niekorzystnych, samowolnych działań przez drugą stronę. Przykład tak radykalnej zmiany stanowisk miał miejsce w 1994 roku, kiedy to Fed prowadził politykę restrykcyjną, a politycy, rzecz nietypowa w ich przypadku, trzymali się nieco na uboczu, powstrzymując się od jakichkolwiek działań, które zakłócałyby politykę Fedu.

Gra Blindera przedstawia nowe spojrzenie na zmagania oraz wzajemne relacje występujące pomiędzy różnymi organami władzy w Waszyngtonie. Jednakże przykład ten może służyć za punkt wyjścia do pewnego uogólnienia obowiązującego w wielu innych sytuacjach: zrzuć bombę, nic nie rób lub proś o pokój. Obniż ceny, nic nie rób lub podnieś ceny. Rozgrywając partię pokera, opieraj się na prawach rachunku prawdopodobieństwa, spasuj lub blefuj.
W przypadku podanym przez Blindera gracze znają nawzajem swoje zamiary, co w praktyce nie zdarza się często. Nie uwzględnia on także preferencji konsumentów, pracowników oraz menedżerów przedsiębiorstw, od których tak wiele zależy. Kiedy zmieniamy zasady, zwiększając liczbę graczy lub ograniczając zakres dostępnych im informacji, wówczas nie mamy już wyboru i musimy się uciec do wyższej matematyki. Jak zauważyli von Neumann i Morgenstern: „[...] cóż za złożoność form konceptualnych kryje się w teorii nauk społecznych".

***

W sierpniu 1993 roku Federalna Komisja ds. Komunikacji (Federal Communications Commission) podjęła decyzję o przeprowadzeniu przetargu na uzyskanie licencji na telefonię bezprzewodową. Zgodnie z założeniami planowano wydać po dwie licencje na każdą z 51 stref krajowych; żaden z oferentów nie mógłby uzyskać więcej niż jedną licencję w każdej ze stref. Procedurą zwykle stosowaną w takim przypadku jest zebranie ofert w zalakowanych kopertach, a następnie przyznanie kontraktu oferentowi dającemu najlepszą cenę. Tym razem, postępując zgodnie z radą Paula Milgroma, profesora z Uniwersytetu Stanforda, Federalna Komisja ds. Komunikacji zdecydowała się przeprowadzić postępowanie przetargowe z zastosowaniem założeń teorii gier, nazywając taką formę przetargu przetargiem jawnym.
Po pierwsze, zgodnie z nową procedurą wszystkie oferty byłyby jawne, tak że każdy z oferentów zawsze mógłby się dowiedzieć, co zamierzają konkurenci. Po drugie, oferty można by składać w kolejnych turach do chwili, gdy wszyscy oferenci doszliby do wniosku, że nie mogą przedstawić już lepszych propozycji. W czasie pomiędzy kolejnymi turami uczestnicy mogliby zmieniać w swoich

ofertach strefy, o licencje w których się ubiegają, lub jednocześnie ubiegać się o licencje w strefach przyległych; dopóki jeden z uczestników widzi korzyści ekonomiczne w otrzymaniu licencji w przyległych strefach, dana licencja może być dla niego dużo więcej warta niż dla innego uczestnika przetargu. Mówiąc krótko, każde działanie byłoby podejmowane na podstawie powszechnie znanych decyzji konkurentów.

Uczestnicy przetargu stwierdzili, że podejmowanie decyzji w takich warunkach nie jest sprawą łatwą. Każdy z nich musiał domyślać się zamiarów konkurentów, analizować krążące o nich opinie, badać ich możliwości finansowe oraz dotychczas uzyskane przez nich licencje. Od czasu do czasu poprawnie złożona oferta jednego z uczestników ujawniała innym jego zamiary, nie dopuszczając tym samym do kolejnych tur składania ofert na konkretną licencję. Firma Pacific Telesis, która zatrudniła Milgroma jako swojego konsultanta, poszła tak daleko w swoich staraniach, że wykupiła pełnostronicowe reklamy w miastach, gdzie znajdowali się jej potencjalni konkurenci, aby zademonstrować swoją determinację w dążeniu do zwycięstwa, bez względu na koszty. Zdarzało się również, że niektórzy uczestnicy przetargu łączyli się w celu uniknięcia kosztownego ubiegania się o tę samą licencję.

Przetarg odbył się w 112 turach w ciągu trzech miesięcy i przyniósł rządowi 7,7 miliarda dolarów. Chociaż tu i ówdzie odzywały się głosy, że rząd mógł zarobić jeszcze więcej, gdyby Federalna Komisja ds. Komunikacji zabroniła tworzenia porozumień między uczestnikami, to jednak okazało się, że licencje zostały prawdopodobnie przydzielone w sposób znacznie bardziej efektywny z punktu widzenia ekonomiki działalności operatorów, niż byłoby to możliwe w przypadku stosowania tradycyjnej procedury.

Motywy działania mające na celu uniknięcie niezdrowej konkurencji pomiędzy oferentami są łatwo zrozumiałe. Uczestnik przetargu składający najlepszą ofertę często cierpi na syndrom klątwy zwycięzcy – przepłacenie wynikające z silnego dążenia do zwycięstwa. Klątwa zwycięzcy nie dotyczy tylko i wyłącznie przetargów – taki sam syndrom może zaciążyć na inwestorze, który w pośpiechu kupuje akcje polecone mu przez kogoś jako niezwykła

okazja. Aby tego uniknąć, transakcji dokonuje się czasami na monitorach komputerów w sposób bardzo przypominający przetarg jawny. Gracze – zazwyczaj duże instytucje finansowe, takie jak fundusze emerytalne lub powiernicze – pozostają anonimowi, ale wszystkie oferty kupna i sprzedaży są wyświetlane na monitorach razem z limitami cenowymi, powyżej których inwestor nie dokona zakupu i poniżej których sprzedający nie sprzeda.
W styczniu 1995 roku magazyn **Pensions and Investments** podał inny przykład zastosowania teorii gier w procesie podejmowania decyzji inwestycyjnych. Firma ANB Investment Management & Trust z Chicago zastosowała specjalnie opracowaną strategię w celu uniknięcia klątwy zwycięzcy. Neil Wright, główny specjalista do spraw inwestycji, powołując się na równowagę Nasha, stwierdził, że klątwa zwycięzcy jest zazwyczaj kojarzona z akcjami cechującymi się nienaturalnie dużymi wahaniami cen, które „świadczą o tym, że istnieje spora doza niepewności odnośnie do przyszłości firmy". Duże wahania cen wskazują również na ograniczoną płynność waloru, co oznacza, że stosunkowo niewielkie zlecenie kupna lub sprzedaży może mieć ogromny wpływ na cenę akcji. Na tej podstawie Wright zdecydował się dokonać wyboru portfela inwestycyjnego spośród akcji cechujących się niewielkimi wahaniami cen, świadczącymi o tym, że są one wyceniane niemal zgodnie, a siły kupujących i sprzedających są mniej więcej równe. Punktem wyjścia jest tu założenie, że akcje mogą być kupione za kwotę nieznacznie wyższą od tej, jaka została już uzgodniona.

***

Von Neumann i Morgenstern oparli swą pracę **Theory of Games and Economic Behavior** na jednym zasadniczym elemencie zachowania: zwycięstwa przypadające osobie, która maksymalizuje swoją użyteczność – czyli wybiera najlepsze możliwości spośród tych, jakie dopuszcza teoria gier – będą zależały od tego, ile „może ona uzyskać, jeżeli postępuje »racjonalnie«. Oczywiście zakłada się, że to, co »może uzyskać« [zwycięstwa, których się spodziewa], jest absolutnym minimum; może ona uzyskać więcej, jeśli inni popełnią błędy (zachowają się nieracjonalnie)"[19].

Warunek ten sprawił wiele problemów krytykom teorii gier, w tym tak znanym behawiorystom, jak Daniel Ellsberg oraz Richard Thaler, których poznamy w dalszej części książki. W niezwykle krytycznej pracy opublikowanej w 1991 roku historyk Philip Mirowski dowodził: „Z teorią gier nie wszystko jest w porządku – w każdym domu marzeń gości smutek – i nie można już dłużej tolerować sygnałów patologii” [20]. W swej krytyce powołuje się on na autorytet laureatów Nagrody Nobla: Henry’ego Simona, Kennetha Arrowa oraz Paula Samuelsona. Twierdzi, że teoria gier nigdy by do niczego nie doszła, gdyby von Neumann nie sprzedawał osiąganych przez nią wyników armii; w swych spekulacjach posuwa się nawet dalej: „Niektórzy bezpośrednio obarczają teorię gier winą za eskalację wyścigu zbrojeń”[21]. Mirowski uważa ponadto, że Morgenstern był wybawieniem dla von Neumanna, ponieważ w momencie, gdy nikt już nie wykazywał zainteresowania teorią gier, znalazł on w ekonomistach grono wiernych słuchaczy. Mirowski gardził naiwnością oraz przesadną prostotą definicji „tego wielce nadużywanego” słowa „racjonalność”, o której mówi jak o „dziwnej polewce”[22].
Jednakże założenia teorii gier dotyczące racjonalnego zachowania, a także marzenia von Neumanna oraz Morgensterna o kwantyfikacji takiego zachowania, wywołały zalew ekscytujących teorii oraz możliwości praktycznych zastosowań. Przedstawione przykłady pokazują, że teoria ta wywarła ogromny wpływ na wiele dziedzin daleko wykraczających poza zastosowania wojskowe.
W latach pięćdziesiątych i sześćdziesiątych wznowiono wysiłki mające na celu pogłębienie badań nad racjonalnością, szczególnie w ekonomii i finansach. Pewne rozwinięte wówczas koncepcje dziś wydają się już nie na czasie; w rozdziałach 1 i 2 części piątej poddamy je krytycznej analizie. Musimy jednak zrozumieć, że aż do mniej więcej 1970 roku entuzjazm wobec racjonalności, kwantyfikacji oraz wykorzystania matematyki do przewidywania przyszłości wynikał głównie z optymizmu towarzyszącego wielkim zwycięstwom drugiej wojny światowej.
Nastanie okresu optymizmu zwiastowało możliwość zastosowania w praktyce wniosków wyciągniętych z bolesnych lekcji związanych z

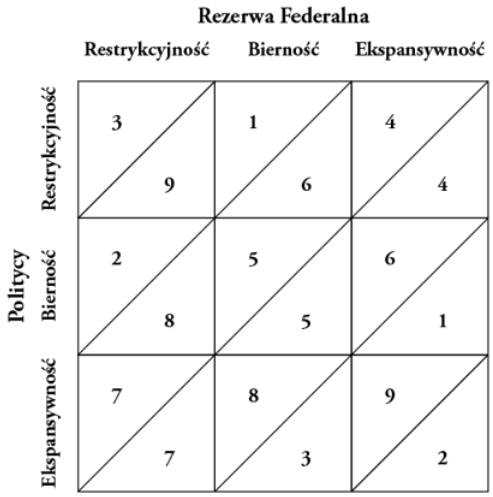
latami kryzysu i wojny. Być może marzenia epoki oświecenia oraz czasów wiktoriańskich w końcu będą mogły się spełnić z korzyścią dla wszystkich przedstawicieli rodzaju ludzkiego. Ekonomia keynesowska była traktowana jako środek sprawowania kontroli nad cyklami gospodarczymi oraz propagowania idei pełnego zatrudnienia. Celem porozumienia z Bretton Woods było przywrócenie stabilności dziewiętnastowiecznego standardu złota. Międzynarodowy Fundusz Walutowy oraz Bank Światowy zostały założone w celu wspierania rozwoju gospodarczego w krajach opóźnionych pod tym względem. Jednocześnie Organizacja Narodów Zjednoczonych była odpowiedzialna za pokój na świecie.
W takich okolicznościach wiktoriańska koncepcja racjonalnego zachowania odzyskała swoją dawną popularność. Umysł zawsze miał przewagę nad intuicją: ludzie postępujący racjonalnie dokonują wyboru na podstawie posiadanych informacji, nie kierując się kaprysem, emocjami czy zwyczajem. Kiedy już dokonają analizy wszelkich dostępnych informacji, podejmują decyzje zgodnie z dobrze określonymi preferencjami. Wolą posiadać więcej niż mniej i dokładają wszelkich starań, aby maksymalizować użyteczność. Cechują się też awersją do ryzyka według definicji Bernoullego, zgodnie z którą użyteczność dodatkowego bogactwa pozostaje w odwrotnej relacji do wielkości bogactwa już posiadanego.

***

Przy tak dobrze określonej oraz tak szeroko akceptowanej w kręgach intelektualnych koncepcji racjonalności przekształcenie jej w zasady kontrolowania ryzyka oraz maksymalizacji użyteczności musiało wpłynąć na świat inwestycji oraz zarządzania bogactwem. Warunki były wręcz doskonałe.
Osiągnięcia, których później dokonano, przyniosły Nagrody Nobla utalentowanym uczonym, a zdefiniowanie ryzyka oraz praktyczne zastosowania, którym początek dały te właśnie osiągnięcia, zrewolucjonizowały zarządzanie inwestycjami, strukturę rynku, instrumenty wykorzystywane przez inwestorów, a także zachowanie milionów ludzi, dzięki którym cały ten system funkcjonuje.

## Przypisy

[1] Większość materiałów i szczegółów o von Neumannie przytaczam za Macrae, 1992.
[2] Tamże, s. 20.
[3] Tamże, s. 87.
[4] Przytaczam za Leonardem, 1995, s. 7.
[5] Odnośnie do antysemityzmu Morgensterna zob. Leonard, 1995, Sekcja III. 1.
[6] Tamże, s. 16.
[7] Tamże.
[8] Leonard, 1994, przypis 3.
[9] Tamże, przypis 4.
[10] Cytat ten oraz następne w tym akapicie przytaczam za Mirowskim, 1991, s. 239.
[11] Leonard, 1995, s. 22.
[12] Tamże, s. 22.
[13] Von Neumann, 1944, s. 3.
[14] Tamże, s. 9.
[15] Tamże, s. 20.
[16] Przykład ten zaczerpnięto z von Neumanna, 1944, rozdział I, Sekcja 3.3, s. 17–20.
[17] Blinder, 1982, zwłaszcza s. 22-24.
[18] Interesujący opis biografii Nasha oraz informacje o jego wkładzie do teorii gier zob. Nasar, 1994.
[19] Von Neumann, 1944, s. 33.
[20] Mirowski, 1991, s. 234.
[21] Tamże, s. 229.
[22] Tamże, s. 231 i 237.
* Wrażenie to wydaje się odwzajemnione. Morgenstern miał raczej negatywny pogląd na znajomość matematyki przez Samuelsona. Narzekając, że „[von Neumann] mówi, że [Samuelson] ma raczej mgliste pojęcie o równowadze", przewidywał, że „nawet za trzydzieści lat nie będzie on w stanie przyswoić sobie teorii gier!"; zob. Leonard, 1944, s. 494.
** Wilhelm Rópke, który również był chrześcijaninem, o wiele wyraźniej mówił o powodach opuszczenia hitlerowskich Niemiec.




**Tablica preferencji według Blindera**

Źródło: Alan S. Blinder, 1982, *Issues in Coordination of Monetary and Fiscal Policy*, w: *Monetary Policy Issues in the 1980s*, Federal Reserve Bank of Kansas City, Kansas City, Missouri, s. 3–34.

## Rozdział 4

# Niezwykły przypadek maklera anonima

W rozdziale tym omówione zostaną sposoby pomiaru ryzyka związanego z inwestowaniem w papiery wartościowe. Z pozoru niemożliwa kwantyfikacja ryzyka inwestycyjnego jest żywym procesem praktykowanym na co dzień przez profesjonalistów w dzisiejszym świecie globalnego inwestowania. Charles Tschampion, dyrektor zarządzający funduszu emerytalnego General Motors o aktywach wartych 50 miliardów dolarów, zauważył ostatnio: „Zarządzanie inwestycjami nie jest sztuką ani nauką, lecz inżynierią [...] Działamy w biznesie kontrolowania ryzyka inwestycji finansowych oraz poddawania go procesom inżynieryjnym". Według opinii Tschampiona wyzwaniem stojącym przed GM „jest przede wszystkim niepodejmowanie większego ryzyka niż jest to konieczne do osiągnięcia zysku, o który toczy się gra"[1]. Za tymi słowami kryje się wysoki stopień filozoficznego oraz matematycznego wyrafinowania.

***

Przez niemal cały okres historii rynków kapitałowych – czyli przez około 200 lat – w Stanach Zjednoczonych, a w niektórych krajach europejskich nawet dłużej, nikomu nie przyszło do głowy, aby podejmować się próby określenia ryzyka za pomocą liczb. Inwestowanie w akcje było ryzykowne, niekiedy mniej, niekiedy bardziej, lecz ludzie przyjmowali to za rzecz oczywistą. Ryzyko było kwestią wyczucia, nie wyrażało się go w liczbach. Inwestorzy agresywni mieli na celu jedynie maksymalizację zysków; ci o słabych nerwach zadowalali się trzymaniem pieniędzy na rachunkach oszczędnościowych oraz w renomowanych długoterminowych obligacjach.

Najbardziej autorytatywne stwierdzenie dotyczące ryzyka, zresztą celowo sformułowane wyjątkowo mętnie, zostało podane w 1830 roku[2]. Padło ono w wyroku sądowym dotyczącym sprawy o zarządzanie posiadłością Johna McLeana z Bostonu. McLean zmarł 23 października 1823 roku, pozostawiając swojej żonie w zarządzie powierniczym 50 000 dolarów, z których miała ona czerpać „zyski oraz dochody" w okresie swojego życia; w razie jej śmierci powiernicy zobowiązani byli do przekazania Harvard College połowy środków, jakie zostaną do ich dyspozycji, natomiast druga połowa miała trafić do Massachusetts General Hospital. Kiedy pani McLean zmarła w 1828 roku, majątek został wyceniony na zaledwie 29 450 dolarów. Uniwersytet Harvarda oraz szpital natychmiast połączyły wysiłki w celu wniesienia sprawy sądowej przeciwko powiernikom. Wydając opinię w tej sprawie, sędzia Samuel Putnam doszedł do wniosku, że powiernicy prowadzili działania „rzetelnie, roztropnie i uważnie, uwzględniając zaistniałe okoliczności w odniesieniu do powierzonego im majątku". Stwierdził, że powiernicy nie mogą ponosić odpowiedzialności za wynikłe straty kapitałowe, które nie były „skutkiem ich rozmyślnego błędu [...] Jeśli byłoby inaczej, któż przyjąłby na siebie tak ogromną odpowiedzialność?". W swojej opinii, nazwanej później zasadą roztropnego człowieka, zawarł on następujące słowa:

Rób co chcesz, ale inwestowanie kapitału obarczone jest ryzykiem [...] Od powiernika mającego podjąć się inwestowania można oczekiwać jedynie sumiennej pracy oraz rozwagi. Jego zadaniem jest poznanie metody, wedle której rozważni, rzetelni oraz inteligentni ludzie prowadzą swoje interesy, jednak nie przez pryzmat działań spekulacyjnych, lecz z punktu widzenia ciągłego rozporządzania środkami, z uwzględnieniem możliwego do osiągnięcia dochodu oraz prawdopodobnego ryzyka utraty kapitału, jaki ma zostać zainwestowany.

Potem sprawy pozostawiono swojemu biegowi przez kolejne 122 lata.

***

W czerwcu 1952 roku **Journal of Finance,** czołowy naukowy periodyk poświęcony zagadnieniom finansowym, opublikował na swoich łamach czternastostronicowy artykuł zatytułowany **Portfolio Selection** (**Dobór portfela**)[3]. Jego autorem był Harry Markowitz, 25-letni stażysta na Uniwersytecie w Chicago. Praca ta była tak innowacyjna w wielu dziedzinach i miała tak ogromne znaczenie zarówno teoretyczne, jak i praktyczne, że w 1990 roku przyniosła Markowitzowi Nagrodę Nobla w dziedzinie ekonomii.
Wybierając jako temat pracy inwestycje kapitałowe, Markowitz zajął się zagadnieniami, które dotychczas poważne periodyki naukowe uważały za zbyt ryzykowne oraz zbyt spekulacyjne, aby można je było poddać analizie na poziomie akademickim. Co więcej, Markowitz postanowił zająć się kwestią zarządzania wszystkimi aktywami inwestora, czyli jego **portfelem*.** Jego głównym założeniem była teza, że portfel papierów wartościowych rządzi się zupełnie innymi prawami niż papiery wartościowe rozpatrywane z osobna.
Markowitz odcinał się od naiwności cechującej większość publikacji dotyczących rynku akcji, zawartej choćby w poradach pewnego tancerza baletowego, który twierdził, że wie, jak każdy człowiek może stać się milionerem bez jakiegokolwiek wysiłku lub jak zostać guru analityków giełdowych[4]. Nie starał się także przedstawiać swoich koncepcji w prostym języku typowym dla większości artykułów poświęconych rynkowi akcji. W czasie kiedy w ekonomii, a zwłaszcza w finansach, niezwykle rzadko uciekano się do pomocy matematyki – Jevons oraz von Neumann zrobili dużo mniej w tym kierunku, niż się spodziewali – dziesięć z czternastu stron pracy Markowitza zawierało same równania oraz skomplikowane wykresy.
Markowitz okazał się bardzo wstrzemięźliwy jeśli chodzi o stosowanie odnośników oraz danych bibliograficznych: zaledwie trzy razy powołał się na innych autorów, podczas gdy dotychczas miarą wartości pracy przyjmowaną często w kręgach akademickich była liczba odnośników, jakie zdołano w niej umieścić. Pominięcie zasług poprzedników jest w tym przypadku niezwykle osobliwe: metodologia opracowana przez Markowitza jest przecież syntezą pomysłów Pascala, de Moivre'a, Bayesa, Laplace'a, Gaussa, Galtona,

Daniela Bernoullego, Jevonsa oraz von Neumanna i Morgensterna. Łączy w sobie elementy teorii prawdopodobieństwa, doboru próby, uwzględnia krzywą rozkładu normalnego z odchyleniami od średniej, regresję oraz teorię użyteczności. Markowitz powiedział mi, że znał wszystkie te koncepcje, nie znał jednak ich autorów, choć poświęcił mnóstwo czasu na studiowanie książki von Neumanna oraz Morgensterna.

Markowitz na stałe dołączył do grona tych, którzy postrzegają istoty ludzkie jako jednostki dokonujące racjonalnych wyborów. Jego podejście odzwierciedlało ducha wczesnych lat powojennych, kiedy wielu przedstawicieli nauk społecznych powróciło do wiktoriańskiej wiary w możliwość kwantyfikacji świata oraz rozwiązania nękających go problemów.

Co dziwne, Markowitz, kierując zainteresowania ku ideom zawartym w artykule, w ogóle nie miał wiedzy w zakresie inwestycji kapitałowych. Ten oryginał i entuzjasta poświęcił się pracy nad stosunkowo młodą wówczas dziedziną zwaną programowaniem liniowym. Programowanie liniowe, do którego rozwoju w ogromnym stopniu przyczynił się von Neumann, jest metodą pozwalającą na opracowywanie modeli matematycznych dotyczących minimalizacji kosztów przy stałej wielkości produkcji lub maksymalizacji produkcji przy stałych kosztach. Technika ta jest niezwykle przydatna do rozwiązywania problemów, jakim musiały stawić czoła na przykład linie lotnicze, dążąc do utrzymania określonej liczby samolotów obsługujących możliwie dużo połączeń.

Pewnego dnia Markowitz, oczekując na rozmowę ze swoim profesorem, w czasie której miał omówić temat swojej pracy doktorskiej, spotkał pewnego maklera, który zasugerował mu zastosowanie metody programowania liniowego do rozwiązywania problemów trapiących inwestorów giełdowych. Profesor Markowitza poparł tę sugestię z entuzjazmem, jednak ze względu na to, że jego wiedza o rynku giełdowym była dość skromna, nie był w stanie doradzić Markowitzowi, jak lub gdzie rozpocząć pracę nad tym projektem. Polecił Markowitza dziekanowi szkoły biznesu, który, jak miał nadzieję, mógł wiedzieć coś więcej na ten temat.

Dziekan poradził Markowitzowi lekturę książki Johna Burra Williamsa **The Theory of Investment Value,** która wywarła ogromny wpływ na teorię finansów oraz zarządzania przedsiębiorstwem. Williams był chaotycznym, niecierpliwym człowiekiem, który w latach dwudziestych rozpoczął karierę maklera papierów wartościowych, by w 1932 roku, w wieku lat trzydziestu, powrócić na Harvard jako stażysta próbujący odkryć przyczynę wielkiego kryzysu (niestety bez powodzenia). **The Theory of Investment Value,** opublikowana w 1938 roku, była jego pracą doktorską.

Markowitz posłusznie udał się do biblioteki, gdzie zagłębił się w lekturze. Już pierwsze zdanie, jakie przeczytał, olśniło go: „Żaden kupujący nie sądzi, że wszystkie akcje są jednakowo atrakcyjne przy swych aktualnych cenach rynkowych [...] wręcz przeciwnie, poszukuje on akcji »najlepszych pod względem ceny«"[5]. Wiele lat później, kiedy Markowitz opowiadał mi o swoich przeżyciach, użył następujących słów: „Byłem poruszony koncepcją, według której powinno się przykładać wagę zarówno do ryzyka, jak i do stopy zwrotu z inwestycji".

W latach dziewięćdziesiątych koncepcja ta wydaje się szczególnie ważna, natomiast w 1952 roku poświęcano jej niewiele uwagi. Ignorowano ją zresztą przez ponad dwie dekady po opublikowaniu artykułu Markowitza. W tamtych czasach akcje oceniano na podstawie zysków lub strat, jakie przynosiły inwestorom. Ryzyko nie miało z tym nic wspólnego. Wtedy to, w późnych latach sześćdziesiątych, agresywni, nastawieni na wyniki menedżerowie portfeli funduszy powierniczych zaczęli być postrzegani jako bohaterowie. Byli wśród nich tacy ludzie, jak Gerry Tsai, pracujący dla Manhattan Fund (pytanie „Co robi Chińczyk?" było niezwykle popularne na całej Wall Street), oraz John Hartwell z Hartwell & Campbell Growth Fund („[Dobre wyniki] oznaczają rezultaty lepsze od przeciętnych w odpowiednio długim okresie"[6]).

Potrzeba było dopiero krachu z lat 1973–1974, aby przekonać inwestorów, że metody proponowane przez tych cudotwórców wykorzystywały jedynie dobrą koniunkturę giełdową, a tak naprawdę nie były wiele warte, oraz że również oni poza stopą zwrotu powinni

uwzględniać czynnik ryzyka. Podczas gdy w okresie pomiędzy grudniem 1972 i wrześniem 1974 roku indeks Standard & Poor's 500 stracił 43 procent wartości, fundusz Manhattan Fund – 60 procent, a wartość Hartwell & Campbell Fund spadła o 55 procent.
Były to naprawdę ciężkie czasy, naznaczone serią iście złowieszczych wydarzeń: aferą Watergate, gwałtownymi zwyżkami cen ropy naftowej, ujawnieniem się stałych czynników proinflacyjnych, załamaniem się systemu z Bretton Woods oraz osłabieniem pozycji dolara, który został zdewaluowany o 50 procent.
Straty, jakie spowodowała bessa lat 1973–1974, były przerażające nawet dla tych, którzy uważali, że inwestują dość zachowawczo. Po uwzględnieniu inflacji straty poniesione przez inwestorów na akcjach sięgnęły 50 procent, co oznacza, że okres ten był najgorszy pod tym względem w historii, wyłączając krach z lat 1929–1931. Co gorsza, podczas gdy w latach trzydziestych posiadacze obligacji nie ponieśli żadnych strat, w okresie od szczytu w 1972 roku do dołka w 1974 roku wartość długoterminowych obligacji skarbowych spadła o 28 procent przy rocznej inflacji kształtującej się na poziomie 11 procent.
Klęska ta przynajmniej przekonała inwestorów, że „dobre wyniki" są jedynie ułudą. Rynek kapitałowy nie jest miejscem, gdzie każdy staje się milionerem na zawołanie. Z wyjątkiem określonych papierów wartościowych, takich jak obligacje zerokuponowe czy certyfikaty depozytowe o stałym oprocentowaniu, inwestorzy posiadający akcje i obligacje nie mają żadnego wpływu na przyszłe zyski. Nawet oprocentowanie rachunków oszczędnościowych każdy bank ustala na podstawie własnych kalkulacji, reagując na zmiany rynkowych stóp procentowych. Zyski każdego inwestora zależą od tego, ile inni są skłonni zapłacić za jego aktywa w określonym momencie w przyszłości, a nikt przecież nie jest w stanie zapanować nad zachowaniem ogromnej rzeszy inwestorów ani nawet go przewidzieć.
Z drugiej strony, inwestorzy **mogą** kontrolować ryzyko, które podejmują. Wyższe ryzyko powinno z czasem przynosić większe zyski, ale tylko tym, którzy potrafią wytrzymać związaną z tym presję. Z czasem, gdy w latach siedemdziesiątych ta prosta prawda stawała się coraz bardziej oczywista, nazwisko Markowitza zyskało popularność wśród zawodowych inwestorów oraz ich klientów.

***

Wykorzystanie czynnika ryzyka w konstruowaniu portfeli dla inwestorów, którzy „postrzegają oczekiwaną stopę zwrotu jako rzecz pożądaną **oraz** wariancję stopy zwrotu jako efekt niepożądany”[7], było celem, jaki Markowitz postawił sobie w swoim artykule. Napisany kursywą wyraz „oraz” łączący stopę zwrotu z wariancją jest ogniwem, wokół którego Markowitz zbudował swoją teorię. Opisując opracowaną przez siebie strategię inwestycyjną, Markowitz nie używa słowa „ryzyko”. Po prostu określa on wariancję stopy zwrotu jako „rzecz niepożądaną”, której wielkość inwestor chce zminimalizować. Ryzyko oraz wariancja stają się synonimami. Von Neumann oraz Morgenstern zmierzyli użyteczność; Markowitz zmierzył ryzyko inwestycyjne.

Wariancja jest wielkością statystyczną pokazującą, jak stopy zwrotu z aktywów odchylają się od wartości średniej. Z matematycznego punktu widzenia miara ta łączy się z odchyleniem standardowym; w praktyce oba pojęcia stosowane są zamiennie. Im większa wariancja lub odchylenie standardowe względem średniej, tym mniej możemy polegać na średniej stopie zwrotu jako wyznaczniku prawdopodobnego wyniku. Sytuacja, w której mamy do czynienia z wysoką wariancją, przypomina syndrom nóg w piekarniku i głowy w lodówce.

Markowitz odrzuca założenie Williamsa, że inwestowanie jest procesem mającym tylko jeden cel, a mianowicie postawienie przez inwestora wszystkiego na jedną kartę, wybór inwestycji „najlepszej pod względem ceny”. Inwestorzy dywersyfikują swoje inwestycje, ponieważ dywersyfikacja jest ich najlepszą bronią przeciw wariancji stóp zwrotu. „Reguła dywersyfikacji – według Markowitza – oprócz tego, że jest przestrzegana, jest również racjonalna; zasada, z której nie wynika wyższość dywersyfikacji, musi być odrzucona zarówno na poziomie hipotezy, jak i twierdzenia”.

Strategiczna rola dywersyfikacji jest kluczowym elementem koncepcji Markowitza. Zgodnie z tym, co zauważył Poincaré, przewidzenie zachowania się systemu składającego się z choćby kilku elementów silnie oddziałujących na siebie wzajemnie nie jest możliwe. W takich

uwarunkowaniach, stawiając na jedną kartę, można zbić fortunę lub stracić ostatnią koszulę. Natomiast w przypadku zdywersyfikowanego portfela ceny niektórych aktywów będą rosły nawet wtedy, gdy ceny innych będą spadały; stopy zwrotu z poszczególnych aktywów będą zróżnicowane. Zastosowanie dywersyfikacji w celu redukcji zmienności jest zgodne z naturalnym, cechującym się awersją do ryzyka dążeniem do tego, co pewne, a unikaniem tego, co wątpliwe. Większość inwestorów wybiera niższą oczekiwaną stopę zwrotu, jaką może przynieść zdywersyfikowany portfel inwestycyjny, zamiast stawiać wszystko na jedną kartę, nawet wtedy, gdy bardziej ryzykowny wybór daje szansę uzyskania znacznie większych zysków. Markowitz nigdy nie odwołuje się do teorii gier, ale można zauważyć duże podobieństwo pomiędzy dywersyfikacją a grami strategicznymi von Neumanna. W tym przypadku jednym graczem jest inwestor, drugim zaś rynek – bardzo groźny, skrywający swoje zamiary rywal. Dążenie do wygranej w grze z takim przeciwnikiem najczęściej przynosi klęskę. Dokonując najlepszego z najgorszych wyborów – poprzez dywersyfikację inwestycji w miejsce stawiania wszystkiego na jedną kartę – inwestor przynajmniej maksymalizuje prawdopodobieństwo przetrwania.

Aparat matematyczny zastosowany do opisu dywersyfikacji pomaga zrozumieć jej atrakcyjność. Podczas gdy stopa zwrotu ze zdywersyfikowanego portfela będzie równa średniej wartości stóp zwrotu z pojedynczych walorów wchodzących w skład portfela, jego zmienność będzie **mniejsza** od średniej zmienności tych walorów. Oznacza to, że dywersyfikacja umożliwia zebranie grupy papierów wartościowych obarczonych wysokim ryzykiem, o wysokiej oczekiwanej stopie zwrotu, i stworzenie portfela o relatywnie niskim ryzyku. Dzieje się tak, o ile minimalizowana jest kowariancja lub korelacja pomiędzy stopami zwrotu z poszczególnych papierów.

Na przykład do lat dziewięćdziesiątych większość Amerykanów uważała, że zagraniczne papiery wartościowe mają zbyt spekulacyjny charakter, a zarządzanie nimi jest zbyt trudne, aby można było uważać inwestowanie w nie za atrakcyjne. W rezultacie niemal wszystkie środki inwestowali oni u siebie w kraju. Ten małostkowy

pogląd okazał się bardzo kosztowny, jak pokazują podane niżej rachunki.
Od 1970 do 1993 roku inwestycja w portfel akcji spółek objętych indeksem Standard & Poor's 500 dała inwestorom całkowitą stopę zwrotu równą średnio 11,7 procent rocznie. Zmienność stopy zwrotu z inwestycji w portfel akcji zawartych w tym indeksie mierzona odchyleniem standardowym wyniosła średnio 15,6 procent rocznie; oznacza to, że niemal w dwóch trzecich przypadków roczna stopa zwrotu kształtowała się na poziomie 11,7±15,6 procent, czyli w przedziale od -3,9 procent z jednej strony do 27,5 procent z drugiej.
Sytuację na głównych rynkach znajdujących się poza Stanami Zjednoczonymi ocenia się zwykle na podstawie indeksu publikowanego przez Morgan Stanley & Company, obejmującego rynki Europy, Australii oraz Dalekiego Wschodu. W skrócie indeks ten to EAFE; fachowcy nazywają go po prostu Eee-fu. Średnia stopa zwrotu z EAFE obliczona dla inwestycji dokonanej w dolarach amerykańskich pomiędzy rokiem 1973 a 1993 wyniosła 14,3 procent wobec 11,7 procent, jakie dał S&P. Jednocześnie EAFE był dużo bardziej zmienny. Odchylenie standardowe tego indeksu wyniosło 17,5 procent, czyli o ponad 2 punkty procentowe więcej niż dla S&P 500. Wynikało to przede wszystkim ze znaczenia rynku japońskiego oraz stąd, że na rynkach zagranicznych zyski osiągane w walutach krajowych były z powrotem zamieniane na walutę amerykańską, której kurs na rynku walutowym podlega ciągłym wahaniom.
Indeks EAFE oraz indeksy rynków w Stanach Zjednoczonych zwykle nie zmieniają się jednocześnie w tym samym kierunku, co uzasadnia dywersyfikację inwestycji na poziomie międzynarodowym. Gdyby od 1973 roku 25 procent aktywów z portfela inwestora było ulokowane w akcjach objętych indeksem EAFE, a 75 procent w akcjach z indeksu S&P, odchylenie standardowe takiego portfela wynoszące 14,3 procent byłoby mniejsze zarówno od S&P 500, jak i od EAFE, przy średniej stopie zwrotu wyższej od tej, jaka charakteryzowała indeks S&P 500, przeciętnie o 0,6 procent rocznie.
Diagram znajdujący się na następnej stronie, na którym przedstawiono wyniki osiągnięte na 13 rynkach wschodzących Europy, Ameryki Łacińskiej oraz Azji w okresie od stycznia 1992 do

czerwca 1994 roku, pokazuje w sposób znacznie bardziej wymowny potęgę dywersyfikacji. Wartości średnich miesięcznych stóp zwrotu podano na osi pionowej; na osi poziomej zaznaczono odchylenie standardowe miesięcznych stóp zwrotu dla każdego rynku.
Na diagramie przedstawiono również równo ważony indeks 13 rynków oraz, dla porównania, zachowanie się indeksu S&P 500 we wspomnianym okresie.
Mimo że wielu inwestorów postrzega rynki wschodzące jako jednolitą grupę, wykres pokazuje, że rynki te są w znacznym stopniu niezależne.
Na rynkach Malezji, Tajlandii oraz na Filipinach miesięczna stopa zwrotu wynosi co najmniej 3 procent miesięcznie, natomiast w przypadku Portugalii, Argentyny oraz Grecji sytuacja przedstawia się zgoła odmiennie. Poziom zmienności wahał się od około 6 do niemal 20 procent miesięcznie. Jak widać, w metodzie tej tkwią ogromne możliwości.
Brak korelacji lub niska kowariancja pomiędzy rynkami spowodowała, że indeks 13 krajów charakteryzuje się niższym odchyleniem standardowym w porównaniu ze wszystkimi elementami, z jakich się składa. Zwykła średnia miesięcznych odchyleń standardowych z 13 rynków wynosi 10 procent; rzeczywista wartość odchylenia standardowego zdywersyfikowanego portfela wyniosła zaledwie 4,7 procent. Jak widać, dywersyfikacja przynosi efekty.
Warto zauważyć, że w ciągu tego osiemnastomiesięcznego okresu inwestycje na rynkach wschodzących były obarczone znacznie większym ryzykiem niż na giełdach w Stanach Zjednoczonych. Były też znacznie bardziej zyskowne, co wyjaśnia, dlaczego inwestorzy podchodzili do nich z takim entuzjazmem.
Ryzyko, z jakim związane były inwestycje na tych rynkach, dało o sobie znać zaledwie w osiem miesięcy po zakończeniu okresu, jaki poddaliśmy tutaj analizie. Gdyby okres analizy przedłużyć do lutego 1995 roku, wówczas objąłby on kryzys meksykański z końca 1994 roku; pomiędzy czerwcem 1994 i lutym 1995 roku inwestycje na rynku meksykańskim przyniosły stratę rzędu 60 procent. W okresie od stycznia 1992 do lutego 1995 roku średnia stopa zwrotu z tych 13

rynków wyniosła niewiele ponad 1 procent miesięcznie, a więc mniej w porównaniu z niemal 2 procentami uzyskanymi w okresie uwzględnionym na wykresie. W tym czasie odchylenie standardowe indeksu skoczyło z niecałych 5 do 6 procent miesięcznie; a inwestor działający na rynku meksykańskim i argentyńskim mógł ponieść poważne straty**. Stopa zwrotu na rynku filipińskim, dotychczasowym liderze, spadła z 4 do 3 procent miesięcznie. W tym czasie zachowanie się indeksu S&P 500 nie uległo praktycznie żadnym zmianom.

***

Zastępując przeczucia dotyczące niepewności miarą statystyczną, Markowitz dokonał przemiany tradycyjnego sposobu doboru akcji w precyzyjną procedurę wyboru, jak to określił, portfeli „efektywnych". „Efektywność", termin zapożyczony przez ekonomistów i statystyków od inżynierów, oznacza maksymalizowanie rezultatów w odniesieniu do nakładów lub minimalizowanie nakładów w odniesieniu do rezultatów. Portfele efektywne minimalizują ową „niepożądaną rzecz" zwaną zmiennością, maksymalizując jednocześnie „pożądaną", czyli bogactwo. To jest właśnie to, co 30 lat później skłoniło Tschampiona do nazwania menedżerów funduszu emerytalnego General Motors inżynierami.

Inwestorzy zawsze będą chcieli posiadać papiery wartościowe, które są „najlepsze pod względem ceny". Oczekiwana stopa zwrotu z portfela zawierającego takie papiery będzie równa średniej z oczekiwanych stóp zwrotu dla każdego z nich z osobna. Jednakże akcje, co do których spodziewamy się, że przyniosą najwyższe zyski, często przynoszą jedynie rozczarowanie, podczas gdy zyski z innych przechodzą najśmielsze oczekiwania. Markowitz założył, że prawdopodobieństwa rzeczywistych stóp zwrotu z portfela, zarówno powyżej, jak i poniżej wartości oczekiwanej, ułożą się w miłą dla oka, symetryczną krzywą rozkładu normalnego Gaussa.

Rozkład krzywej względem wartości średniej, od straty do zysku, odzwierciedla zmienność portfela – ukazując jednocześnie zakres możliwych wyników odzwierciedlających prawdopodobieństwo, że rzeczywista stopa zwrotu z portfela będzie się różniła od stopy oczekiwanej. Do tego właśnie zmierzał Markowitz, wprowadzając

koncepcję wariancji jako miary ryzyka lub niepewności wyniku; podejście do kontrolowania stopy zwrotu i ryzyka jest powszechnie określane przez menedżerów portfeli i naukowców jako optymalizacja w sensie średniej i wariancji. Akcje zwykłe cechują się znacznie szerszym zakresem możliwych wyników niż skarbowe instrumenty dłużne, które będą podlegać wykupowi w ciągu 90 dni; ze stopą zwrotu z bonów skarbowych nie wiąże się niemal żadna niepewność, ponieważ kupujący otrzymają wkrótce wszystkie swoje pieniądze.

Markowitz zarezerwował termin „efektywny" dla portfeli łączących najlepsze akcje przy danej cenie z najmniejszą wariancją – „optymalizacja" jest jedynie określeniem technicznym. Podejście to łączy w sobie dwie prawdy, które inwestorzy poznają bardzo szybko: bez ryzyka nie ma zysków i nie wolno stawiać wszystkiego na jedną kartę.

Jest bardzo ważne, aby zdać sobie sprawę, że nie istnieje jeden efektywny portfel, który byłby bardziej efektywny niż wszystkie inne. Dzięki programowaniu liniowemu metoda Markowitza pozwala uzyskać cały katalog portfeli efektywnych. Podobnie jak w każdym katalogu również w tym są dwie strony: to, czego chcesz, jest po jednej stronie, natomiast koszt tego po drugiej. Im wyższa oczekiwana stopa zwrotu, tym większe związane z nią ryzyko. Ale każdy portfel efektywny z naszego katalogu będzie się cechował najwyższą oczekiwaną stopą zwrotu dla każdego poziomu ryzyka lub najmniejszym ryzykiem dla każdej oczekiwanej stopy zwrotu. Inwestorzy podejmujący decyzje w sposób racjonalny będą dokonywali wyboru portfela, który będzie im najbardziej odpowiadał, do realizacji celów wymagających zarówno zdecydowanych, jak i defensywnych działań. Z punktu widzenia von Neumanna i Morgensterna system ten pozwala na maksymalizację użyteczności każdego inwestora. Jest to jedyny element teorii Markowitza, w którym jakąkolwiek rolę odgrywa wyczucie. Poza nim liczy się już tylko to, co można zmierzyć.

***

„Dobór portfela" zrewolucjonizował pracę osób odpowiedzialnych za zarządzanie inwestycjami, zrównując znaczenie ryzyka oraz

oczekiwanej stopy zwrotu. Tekst ten, razem z książką napisaną przez Markowitza w 1959 roku, stanowił podstawę niemal wszystkich późniejszych prac teoretycznych z dziedziny finansów. Z czasem stał się on także punktem wyjścia dla wielu zastosowań, poczynając od technik wyboru akcji oraz podziału portfela pomiędzy akcje i obligacje do wyceny i zarządzania opcjami oraz bardziej złożonymi instrumentami pochodnymi.

Pomimo swojej doniosłości koncepcja Markowitza znalazła się w ogniu krytyki, atakowana ze wszystkich stron w związku z założeniami, na jakich się opierała. Niektóre z problemów, jakie zostały dostrzeżone, są bardziej natury mechanicznej i technicznej niż merytorycznej, i zostały już rozwiązane. Inne nadal wywołują kontrowersje.

Pierwsza wątpliwość związana jest z tym, czy inwestorzy, podejmując decyzje, postępują wystarczająco racjonalnie, aby zastosować się do wskazówek Markowitza. Jeśli w doborze inwestycji wyczucie i intuicja zatriumfują nad podejściem racjonalnym, cały wysiłek może okazać się stratą czasu oraz marnym wytłumaczeniem zachowania rynku.

Inny głos krytyczny dotyczy kwestii, czy wariancja w sposób właściwy odzwierciedla ryzyko. W tym wypadku konsekwencje są mniej jasne. Jeśli inwestorzy nie utożsamiają ryzyka z wariancją, jakaś inna miara może okazać się równie dobra, a mimo to zaproponowana przez Markowitza metoda optymalizacji ryzyka i stopy zwrotu zdoła się obronić. Istnieją jednak uzasadnione obawy, że tak się nie stanie.

W końcu pozostaje pytanie, co się stanie, jeśli założenie Markowitza, zgodnie z którym istnieje dodatnia współzależność pomiędzy ryzykiem a stopą zwrotu, nie sprawdzi się w świetle badań empirycznych. Jeśli wysokie stopy zwrotu staną się łatwo dostępne dla inwestycji w mało ryzykowne papiery wartościowe lub jeśli wystąpią kłopoty z papierami, które są uważane za mało ryzykowne, trzeba będzie powrócić do znanej już metody wyboru na chybił trafił.

Poniżej zajmiemy się pokrótce kwestiami technicznymi, a nieco dalej spróbujemy odpowiedzieć na pytanie, w jakim stopniu wariancja może być identyfikowana z ryzykiem. Racjonalność zachowania

inwestora jest na tyle istotna, że poświęcimy jej rozdziały 1 i 2 części piątej; w końcu inwestorzy to też ludzie, choć zaangażowani w nieco inny rodzaj aktywności, co oznacza, że sprawa obejmuje cały wachlarz zagadnień związanych z ludzką racjonalnością.
Problemy techniczne wynikają z założenia Markowitza, że inwestorzy nie będą mieli kłopotów z oszacowaniem danych wejściowych do tego modelu – oczekiwanych stóp zwrotu, wariancji oraz kowariancji pomiędzy poszczególnymi walorami. Jednak zgodnie z tym, na co Keynes zwrócił uwagę w **A Treatise on Probability** oraz w późniejszych pracach, wykorzystywanie danych z przeszłości może być niebezpieczne. Stopnie ufności nie zawsze pozwalają na precyzyjny pomiar, szczególnie z dokładnością, jakiej wymaga podejście Markowitza. Z praktycznego punktu widzenia większość zastosowań tej metody łączy w sobie elementy danych z przeszłości z prognozami, pomimo że inwestorzy są świadomi, że tego rodzaju szacunki obarczone są dużym błędem. W dodatku wrażliwość przyjętej metody na niewielkie zmiany szacunków danych wejściowych sprawia, że wyniki stają się jeszcze bardziej wątpliwe. Najtrudniejszym zadaniem jest jednak przeprowadzenie wszystkich obliczeń potrzebnych do określenia, jak każda pojedyncza akcja lub obligacja może się zmieniać w stosunku do każdej innej akcji lub obligacji. William Baumol, autor pracy przedstawiającej zjawisko dążenia długoterminowych trendów wydajności do wartości średniej, dopiero w 1966 roku – czternaście lat po pojawieniu się artykułu Markowitza – wyliczył, że nawet przy założeniu posiadania dokładnych danych wejściowych koszt każdorazowego wyznaczenia portfeli efektywnych przy użyciu dostępnych wówczas komputerów wyniósłby od 150 do 350 dolarów. W przypadku nieco bardziej skomplikowanych obliczeń koszty sięgałyby tysięcy dolarów[8].
Sam Markowitz był świadom problemów związanych z próbą praktycznego zastosowania jego koncepcji. Współpracując z Williamem Sharpe'em – stażystą, wraz z którym otrzymał później Nagrodę Nobla – Markowitz rozstrzygnął problemy związane z wyliczaniem kowariancji pomiędzy poszczególnymi papierami wartościowymi. Zaproponował rozwiązanie polegające na

oszacowaniu zmienności każdego papieru w stosunku do zmienności rynku jako całości, co znacznie upraszczało obliczenia. Technika ta doprowadziła później do opracowania przez Sharpe'a modelu wyceny dóbr kapitałowych (Capital Asset Pricing Model), który analizuje sposób wyceny aktywów finansowych w przypadku, gdy wszyscy inwestorzy konsekwentnie postępują zgodnie ze wskazówkami Markowitza dotyczącymi konstruowania portfela. CAPM, bo pod taką nazwą znana jest ta metoda, wykorzystuje współczynnik beta do określenia średniej zmienności poszczególnych akcji lub innych aktywów w stosunku do rynku jako całości w określonym czasie. Na przykład fundusz AIM Constellation, o którym była mowa w rozdziale pierwszym części czwartej, w okresie pomiędzy rokiem 1983 a 1995 charakteryzował się współczynnikiem beta na poziomie 1,36, co oznacza, że jego wartość wzrastała lub malała o 1,36 procent za każdym razem, gdy indeks S&P 500 szedł w górę lub w dół o 1 procent; jego wartość spadała o 13,6 procent za każdym razem, gdy rynek tracił 10 procent, i tak dalej. Współczynnik beta dla nieco bardziej ociężałego funduszu American Mutual wynosił tylko 0,8 procent, co wskazuje na to, że fundusz ten podlegał znacznie mniejszym wahaniom niż indeks S&P 500.

Inny problem natury matematycznej wynikał z koncepcji, według której portfel lub same rynki papierów wartościowych można opisać za pomocą tylko dwóch liczb: oczekiwanej stopy zwrotu oraz wariancji. Poleganie tylko na tych dwóch liczbach jest słuszne jedynie w przypadku, gdy stopy zwrotu podlegają rozkładowi normalnemu. Nie mogą występować wartości nietypowe, a rozkład wyników po każdej ze stron średniej musi być dokładnie symetryczny.

W przypadku gdy dane nie podlegają rozkładowi normalnemu, wariancja może nie odzwierciedlać w 100 procentach niepewności związanej z portfelem. W rzeczywistości nic nie jest idealne, tak więc warunek ten stanowi nie lada kłopot. Jednak dla niektórych inwestorów stanowi to dużo większy problem niż dla innych. Dla wielu inwestorów dane układają się w wystarczająco dokładny rozkład normalny, który można wykorzystać przy podejmowaniu decyzji portfelowych oraz kalkulowaniu ryzyka. Dla innych ta

niedoskonałość stanowiła punkt wyjścia do rozwoju nowych strategii, o których będzie mowa poniżej.

***

Kwestia określania ryzyka w kategoriach liczbowych ma zasadnicze znaczenie. W jaki sposób inwestorzy mogą zdecydować o tym, jak duże ryzyko podjąć, jeśli nie będą wiedzieli, jak określić jego wielkość w różnych sytuacjach?

Zarządzający portfelami w Barclays Global Investors (dawniej Wells Fargo Nikko Investment Advisors) przedstawili kiedyś ten dylemat w dość interesujący sposób. Grupa autostopowiczów na zupełnym odludziu zbliża się do mostu, który w znaczący sposób skróciłby ich drogę powrotną do obozu. Widząc, że most jest wysoki, wąski i chybotliwy, autostopowicze wiążą się linami, uprzężami oraz zachowują inne środki bezpieczeństwa. Po przeprawieniu się na drugą stronę grupa odkrywa, że czeka tam na nią wygłodniała puma[9].

Według mojej teorii Markowitz, kładąc nacisk na zmienność, zostałby zaskoczony takim obrotem spraw. Kenneth Arrow, który rozważał zagadnienie ryzyka na wielu różnych płaszczyznach i potrafił odróżnić to, co można określić ilościowo, od tego, co liczeniu się nie poddaje, najpewniej byłby bardziej skłonny obawiać się takiej pumy lub innego niebezpieczeństwa znajdującego się po drugiej stronie mostu.

Niemniej jednak zmienność lub, inaczej mówiąc, wariancja w sposób intuicyjny postrzegana jest jako miara ryzyka. Analiza statystyczna potwierdza to, co podpowiada intuicja: wzrost zmienności jest z reguły związany ze spadkiem cen aktywów[10]. Co więcej, nasze wyczucie podpowiada nam, że niepewność powinna być wiązana z czymś, czego wartość podlega gwałtownym zmianom o dużym zakresie. Większość aktywów, których wartość wzrasta gwałtownie, z reguły zniżkuje z takim samym impetem. Gdyby poproszono was o uszeregowanie pod względem ryzykowności udziałów w Brazil Fund, akcji General Electric, trzydziestoletnich obligacji skarbowych oraz dziewięćdziesięciodniowych bonów skarbowych, kolejność byłaby oczywista. Tak samo jak względna zmienność tych czterech rodzajów

papierów wartościowych. O znaczeniu zmienności świadczy rola, jaką odgrywa ona w procesie konstruowania derywatów, takich jak opcje, swapy oraz inne instrumenty tworzone w celu zaspokajania specyficznych wymagań klientów – pozwalających na zabezpieczanie się przed ryzykiem.
Morningstar, mieszcząca się w Chicago firma analizująca wyniki osiągane przez fundusze powiernicze, przedstawiła interesujący przykład pokazujący, że zmienność jest bardzo dobrą miarą ryzyka[11]. W maju 1995 roku Morningstar poinformował, że fundusze inwestujące w obligacje i pobierające przy tym opłaty (nazywane opłatami 12b-l) z tytułu wydatków promocyjnych – z kieszeni udziałowców – charakteryzowały się odchyleniem standardowym przeciętnie o 10 procent wyższym w porównaniu z funduszami niepobierającymi takich opłat. Firma Morningstar doszła do następującego wniosku: „Prawdziwy koszt opłat 12b-l, przynajmniej w odniesieniu do funduszy inwestujących w obligacje, powinien być postrzegany nie jako czynnik ograniczający zysk, lecz jako czynnik podwyższający ryzyko inwestycyjne [...] Jest to logiczna konsekwencja przemieszczenia kosztów marketingowych do równania inwestycyjnego".
Jak dotąd nie ma zgody co do przyczyny fluktuacji zmienności, nie wiadomo też, co ją w ogóle wywołuje. Możemy powiedzieć, że zmienność pojawia się zawsze wtedy, gdy zdarza się coś nieoczekiwanego. Jednak na to nie można już nic poradzić, ponieważ, z definicji, nikt nie wie, jak przewidzieć to, co niespodziewane.
Z drugiej strony, nie wszyscy obawiają się zmienności. Nawet jeżeli występowanie ryzyka oznacza, iż więcej może się zdarzyć, niż faktycznie się zdarzy – definicja ta oddaje ideę zmienności – stwierdzenie to nie uwzględnia czynnika czasu. Jeśli czynnik ten zostanie uwzględniony, relacje pomiędzy ryzykiem i zmiennością zaczynają zanikać. Czas zmienia ryzyko pod wieloma względami, nie tylko w odniesieniu do zmienności.
Świętej pamięci ciotka mojej żony, dość wesoła kobieta, chełpiła się, że była jedynym członkiem rodziny ze strony mojej żony, który nigdy

nie spytał mnie, co sądzę o sytuacji na rynku. Wyjaśniła to w sposób następujący. „Nigdy nie kupuję po to, by sprzedać". Jeżeli nie masz zamiaru sprzedawać akcji, to, co stanie się z jej ceną, jest obojętne. Dla prawdziwych inwestorów długoterminowych – wąskiego grona ludzi w rodzaju Warrena Buffetta, który potrafi ignorować krótkookresowe fluktuacje cen i nie ma wątpliwości, że to, co tanieje, kiedyś zdrożeje – zmienność jest raczej szansą niż ryzykiem, przynajmniej w sytuacji, w której papiery wartościowe o wysokim stopniu zmienności przynoszą wyższe stopy zwrotu niż papiery charakteryzujące się niską zmiennością.
Robert Jeffrey, były dyrektor ds. produkcji, obecnie zarządzający znaczącym funduszem rodzinnym, wyraził tę samą ideę w nieco bardziej sformalizowany sposób. Według niego zmienność nie może wyrażać ryzyka, ponieważ: „zmienność sama przez się, w odniesieniu do pogody, stopy zwrotu z portfela inwestycyjnego lub dostaw porannej prasy jest po prostu niewiele znaczącym elementem statystycznego prawdopodobieństwa, który nam nic nie powie o ryzyku, dopóki nie zostanie rozpatrzony razem ze skutkami"[12]. Dla ciotki mojej żony skutki zmienności nie miały żadnego znaczenia, natomiast dla grającego z dnia na dzień inwestora są one niezwykle istotne. Jeffrey podsumowuje tę kwestię, używając następujących słów: „Prawdziwe ryzyko związane z utrzymywaniem portfela wynika stąd, że jego właściciel może mieć problemy, zarówno w trakcie trwania inwestycji, jak i w chwili jej zakończenia, lub w obu tych przypadkach, z uzyskaniem potrzebnej mu **gotówki"** (kursywa moja).
Jeffrey zdawał sobie sprawę z tego, że ryzyko wpisane w niektóre rodzaje aktywów ma znaczenie tylko w odniesieniu do zobowiązań inwestora. Taka definicja ryzyka przewija się w różnych odmianach. Istotą rzeczy jest jednak to, że ryzyko powinno być badane w stosunku do pewnego punktu odniesienia lub pewnej minimalnej stopy zwrotu, którą inwestor chce przekroczyć.
W najprostszej wersji tego sposobu myślenia ryzyko stanowi okazję do stracenia pieniędzy. Z tego punktu widzenia nominalnie zerowa stopa zwrotu stanowi punkt odniesienia dla inwestora, który

podejmuje się zadania stworzenia portfeli minimalizujących prawdopodobieństwo uzyskania ujemnej stopy zwrotu w danym okresie.
Ten punkt widzenia daleko wykracza poza teorię Markowitza, o czym świadczy choćby przedstawiony poniżej przykład. Weźmy pod uwagę aktywność dwóch inwestorów. W 1955 roku jeden z nich zainwestował 100 procent środków w portfel złożony z akcji tworzących indeks S&P 500 i utrzymywał tę inwestycję przez czterdzieści lat. Drugi inwestor zainwestował w 30-letnie obligacje skarbowe. W celu zachowania 30-letniego okresu do wykupu każdego roku inwestor sprzedaje poprzednio kupione obligacje (teraz już 29-letnie) i kupuje nowe.
Według zaproponowanej przez Markowitza metody pomiaru ryzyka obligacje, w które zainwestował drugi inwestor, charakteryzujące się odchyleniem standardowym na poziomie 10,4 procent, były dużo mniej ryzykowną inwestycją niż portfel akcji pierwszego inwestora, w przypadku którego odchylenie standardowe wyniosło aż 15,3 procent. Z drugiej strony, całkowita stopa zwrotu z portfela akcji (wzrost wartości kapitału plus dywidendy) była dużo większa niż z obligacji – w pierwszym przypadku wartość ta sięgnęła 12,2 procent, w drugim zaś zaledwie 6,1 procent. Wyższa stopa zwrotu z portfela akcji z nawiązką zrekompensowała większą zmienność tej inwestycji. Prawdopodobieństwo nastąpienia roku, w którym stopa zwrotu z portfela akcji byłaby niższa od zera, wyniosło 22 procent; posiadacz obligacji musiał się liczyć z aż 28-procentowym prawdopodobieństwem nastąpienia roku, w którym poniósłby stratę. Stopa zwrotu z portfela była wyższa niż **średnia** stopa zwrotu z obligacji w ciągu dwóch trzecich liczby lat w badanym okresie. Który inwestor podjął większe ryzyko?
Rozpatrzmy również owe 13 wschodzących rynków, o których była mowa wcześniej. W okresie od końca 1989 do lutego 1994 roku ich wskaźnik zmienności był trzy razy większy niż w przypadku indeksu S&P 500, ale inwestor posiadający akcje na tych rynkach poniósł straty w ciągu znacznie mniejszej liczby miesięcy, skutkiem czego konsekwentnie pomnażał swoje bogactwo. Co więcej, nawet po gwałtownym załamaniu cen na tych rynkach pod koniec 1994 roku

jego zysk był trzy razy większy w porównaniu z zyskiem inwestora lokującego środki w portfelu zgodnym z indeksem S&P 500. Która z inwestycji była bardziej ryzykowna: w akcje z indeksu S&P 500 czy z indeksu rynków wschodzących?
Innymi słowy, stopień, w jakim zmienny portfel jest ryzykowny, zależy od tego, z czym go porównujemy. Niektórzy inwestorzy oraz wielu zarządzających portfelami nie uważa, że portfel jest ryzykowny, jeśli istnieje małe prawdopodobieństwo, że stopa zwrotu z niego będzie niższa od określonego pułapu***. Pułap ten nie musi być równy zeru. Może podlegać bieżącym korektom, tak jak minimalna stopa zwrotu, jaką powinna osiągnąć spółka, aby zachować wypłacalność swojego funduszu emerytalnego, lub stopa zwrotu z jakiegoś indeksu lub portfela modelowego (takiego jak na przykład S&P 500), bądź może być równy wartości 5 procent aktywów, jakie fundacje dobroczynne mogą wydać każdego roku. Morningstar określa ryzykowność funduszy powierniczych, badając, jak często stopa zwrotu z inwestycji w nie spada poniżej dochodowości z 90-dniowych bonów skarbowych.
Jak dotychczas mierzenie ryzyka jako prawdopodobieństwa uzyskania wyników gorszych od założonego pułapu w żaden sposób nie unieważnia zaleceń Markowitza odnośnie do zarządzania portfelem. Stopa zwrotu nadal jest rzeczą pożądaną, podczas gdy ryzyko jest czynnikiem niepożądanym; oczekiwana stopa zwrotu ma być maksymalizowana, podczas gdy ryzyko ma być minimalizowane; zmienność w dalszym ciągu mówi o prawdopodobieństwie poniesienia strat. Optymalizacja postrzegana z tego punktu widzenia niewiele się różni od tego, co miał na myśli Markowitz. Koncepcja Markowitza obowiązuje nawet w przypadku rozpatrywania pojęcia ryzyka danego waloru na różnych płaszczyznach, obejmujących jego wrażliwość na nieoczekiwane zmiany tak istotnych zmiennych ekonomicznych, jak działalność gospodarcza, inflacja, stopy procentowe, a także wrażliwość tego waloru na zmiany na rynku, na którym jest notowany.
Ryzyko może być mierzone w jeszcze jeden sposób bazujący na koncepcji prawdopodobieństwa, tym razem uwzględniający wyłącznie wydarzenia z przeszłości. Załóżmy, że inwestor próbuje

wyprzedzać rynek, kupując przed wzrostem cen i sprzedając przed ich spadkiem. Jaki margines błędu może przyjąć taki inwestor, aby jego metoda była lepsza od zwykłej strategii kupna i trzymania? Jednym z rodzajów ryzyka związanego z wyczuciem rynku jest bycie poza nim, w czasie gdy jest on w trendzie rosnącym. Weźmy pod uwagę okres od maja 1970 do 29 kwietnia 1994 roku. Załóżmy, że nasz inwestor trzymał gotówkę zamiast akcji zaledwie przez pięć najlepszych dni w czasie tego 14-letniego okresu obejmującego 3500 dni giełdowych. Niemal podwajając kapitał (bez uwzględniania podatku), z jakim wszedł na rynek, mógłby uważać, że jego strategia działa. Byłoby tak tylko do chwili, w której spróbowałby odpowiedzieć na pytanie, jakie wyniki mógłby osiągnąć, gdyby po prostu kupił akcje na początku tego okresu i trzymał je, unikając jakichkolwiek sztuczek. Inwestor, który by tak postąpił, niemal potroiłby swój kapitał. Tak więc granie na wyczucie rynku jest naprawdę bardzo ryzykowną strategią!

Mierzenie ryzyka staje się jednak jeszcze bardziej skomplikowane, kiedy wielkości, na jakich opieramy nasze wyliczenia, są zmienne, a nie stałe. Sam wskaźnik zmienności nie pozostaje stabilny w czasie. W okresie od końca 1984 do końca 1990 roku standardowe odchylenie roczne miesięcznych stóp zwrotu związanych z indeksem S&P 500 kształtowało się na poziomie 17,7 procent; w kolejnych czterech latach odchylenie standardowe spadło do 10,6 procent rocznie. Podobne gwałtowne wahania cechowały także wskaźnik zmienności na rynku obligacji. Jeśli tego typu zmiany mogły wystąpić w przypadku bardzo zdywersyfikowanych indeksów, prawdopodobieństwo ich wystąpienia w przypadku pojedynczych akcji i obligacji jest znacznie większe.

Jednak problem na tym się nie kończy. Większość osób odbiera ryzyko inaczej w zależności od okresu życia. Z czasem, gdy stajemy się dorośli, mądrzejsi, bogatsi lub biedniejsi, nasz sposób postrzegania ryzyka, a także nasza awersja do jego podejmowania zmieniają się raz w jednym, raz w drugim kierunku. Inwestorzy jako grupa również zmieniają swój sposób widzenia ryzyka, co w istotny sposób wpływa na wycenę przyszłych strumieni zysków, jakich oczekują z inwestycji w akcje i długoterminowe obligacje.

Bardzo pomysłowe rozwiązanie tego problemu zaproponował student Markowitza, późniejszy współpracownik i laureat Nagrody Nobla, William Sharpe. W 1990 roku Sharpe opublikował pracę, w której podjął się analizy zależności występujących pomiędzy zmianą poziomu bogactwa a stosunkiem inwestorów do posiadania aktywów obarczonych ryzykiem[13]. Według Bernoullego oraz Jevonsa wyższy poziom awersji do ryzyka cechuje ludzi zamożnych, ale Sharpe założył, że same **zmiany** poziomu bogactwa również wywierają wpływ na stopień awersji inwestora do ryzyka. Wzrost bogactwa pozwala ludziom na łatwiejsze akceptowanie strat, tworząc coś w rodzaju amortyzatora; straty zmniejszają jednak jego siłę. W wyniku tego wzrost bogactwa wzmacnia apetyt na ryzyko, podczas gdy straty go osłabiają. Sharpe zasugerował, że zmiany stopnia awersji do ryzyka wyjaśniają, dlaczego hossa lub bessa zawsze prowadzą do sytuacji ekstremalnych. Wówczas jednak daje o sobie znać zjawisko regresji do wartości średniej, ponieważ niektórzy inwestorzy dochodzą do wniosku, że rynek popadł w skrajność, i korygują zaistniałe błędy w wycenie.

***

Pomimo krytyki, z jaką spotkała się teoria Markowitza, wywarła ona ogromne wrażenie na jego następcach. Stanowiła fundament pod najważniejsze osiągnięcia teoretyczne dokonane po 1952 roku, dając także początek praktycznym zastosowaniom dominującym dziś w działalności inwestycyjnej. W rzeczywistości dywersyfikacja urosła niemal do rangi religii wśród inwestorów. Nawet ataki na Markowitza przyczyniały się do powstawania nowych koncepcji oraz nowych zastosowań, które najprawdopodobniej nigdy by się nie pojawiły, gdyby nie jego nowatorska praca.

Jednakże to, ile ktoś może skorzystać z osiągnięcia Markowitza, zależy od podejścia do kontrowersyjnego zagadnienia racjonalności inwestora. Już wtedy, gdy na Wall Street zaczynano stosować nowe teorie inwestycyjne, tu i ówdzie pojawiały się różne komentarze. Szczególnie krytyczne prace dotyczące racjonalnego zachowania inwestorów, z których większość datuje się na początek burzliwych lat siedemdziesiątych, przyczyniły się do gwałtownego spadku

optymizmu związanego z racjonalnym sposobem patrzenia na świat, charakteryzującym teoretyczne odkrycia lat pięćdziesiątych i sześćdziesiątych. Zaczęto kwestionować założenia modelu Daniela Bernoullego, Jevonsa i von Neumanna, nie mówiąc już o głównej tezie tradycyjnej teorii ekonomii.
Reakcja wobec gwałtownych ataków na święte zasady behawiorystyczne była z początku dość nieśmiała, po części ze względu na to, że pracownicy naukowi nie zawsze wyrażają się odpowiednio jasno, a po części ze względu na ogromne i permanentne zainteresowanie, jakim cieszyły się teorie podejmowania decyzji i dokonywania wyboru. Ale ponure lata siedemdziesiąte stworzyły klimat, który dał impuls uwalniający moc, błyskotliwość oraz zdrowy rozsądek cechujące nowe koncepcje i czyniące z nich przedmiot większości badań akademickich oraz uwagi praktyków. Dzisiaj gazety pełne są artykułów, w których koncepcja racjonalnego zachowania oraz awersji do ryzyka poddawana jest kolejnym atakom.
Daniel Bernoulli przyznał w swojej pracy, że istnieją „niezwykle rzadkie wyjątki" od postawionych przezeń tez. Nie docenił tego, że ludzie bardzo często odchodzą od prostej i wąskiej drogi, jaką dla nich wytyczył. Najnowsze badania pokazują, że wiele odstępstw od przyjętych norm racjonalnego zachowania ma bardzo regularny charakter.
Istnieje jeszcze jedna możliwość. Być może ludzie nie postępują nieracjonalnie, za to tradycyjny model racjonalności uwzględnia jedynie część racjonalnych zachowań ludzi towarzyszących procesowi podejmowania decyzji. Jeżeli tak jest w istocie, problem leży raczej w naturze przyjętego modelu racjonalnego zachowania niż w nas samych. Jeżeli wybory, jakich dokonują ludzie, są zarówno logiczne, jak i przewidywalne, nawet przy zmiennych, a nie stałych preferencjach lub przy preferencjach niepoddających się prostym przepisom zdroworozsądkowym, zachowanie w dalszym ciągu może być kształtowane metodami matematycznymi. Logika może kroczyć różnymi ścieżkami pominiętymi w tradycyjnym modelu****.
Liczne badania dotyczące zachowań ludzkich pokazują, że człowiek, który ma podjąć decyzję, jest niekonsekwentny w działaniu,

postępuje krótkowzrocznie i ulega wielu innym formom zaburzeń. Fakt ten może nie odgrywać większej roli, gdy w grę wchodzi rozbicie banku w grze na automatach lub wylosowanie na loterii liczby, która pozwoli zrealizować marzenia. W rzeczywistości wady te ujawniają się najczęściej w sytuacjach, których konsekwencje są naprawdę poważne.

Słowo „nieracjonalny" może się wydać zbyt mocne, aby go użyć wobec takiego zachowania, ponieważ pojęcie nieracjonalności kojarzy się z szaleństwem, a większość ludzi (być może z definicji) nie jest szalona. Richard Thaler, ekonomista z Uniwersytetu w Chicago, zauważył, że ludzie nie są ani „skończonymi idiotami", ani „superrozsądnymi maszynami"[14]. Niemniej jednak pionierskie badania Thalera nad procesem podejmowania decyzji przez ludzi w rzeczywistym świecie pokazują zupełnie inny obraz świata od tego, jaki widzieli Bernoulli i Markowitz.

Jest to fascynująca sfera zagadnień związanych z odkrywaniem samego siebie. Im bardziej ją poznajemy, tym mocniej możemy przekonać się o tym, że z pewnego punktu widzenia, o którym dotąd nie mieliśmy pojęcia, nikt z nas nie zdaje tradycyjnego testu mierzącego stopień racjonalności działań. Von Neumann, pomimo swej błyskotliwości, pominął istotne aspekty interesujących nas zagadnień.

## **Przypisy**

[1] Z wystąpienia wygłoszonego 7 lutego 1995 roku na temat globalnego inwestowania.

[2] Cały tekst *The Prudent Man Decision* można odnaleźć w *The Journal of Portfolio Management*, Fall 1976, s. 67–71.

[3] Pełną biografię Markowitza oraz szczegółową analizę jego pracy z 1952 roku zamieścił Bernstein, 1992, rozdział drugi.

[4] Darvan, 1994 (przedruk).

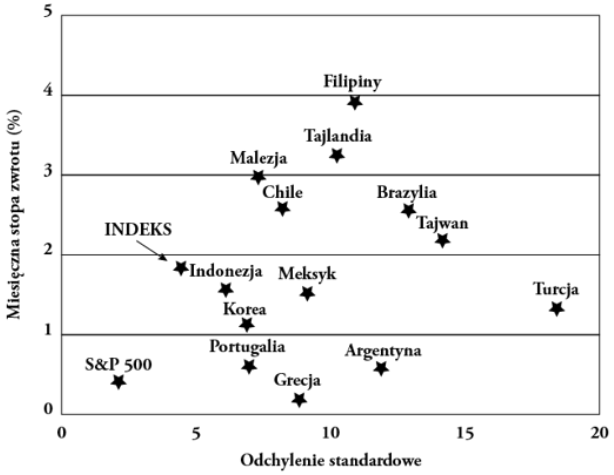
[5] Williams, 1938, s. 1.

[6] Kaplan i Welles, 1969, s. 168.

[7] Wszystkie cytaty z Markowitza przytaczam za Markowitzem, 1952.

[8] Baumol, 1966.

[9] Wells Fargo Nikko Investment Advisors, Global Currents, March 1995, s. 1.
[10] Zob. Sorensen, 1995, s. 12.
[11] Phillips, 1995.
[12] Jeffrey, 1984.
[13] Sharpe, 1990, s. 34.
[14] Thaler, korespondencja prywatna.
* Słowo to wywodzi się z łaciny, od *ponare* – nieść, oraz *foglio* – kartka, arkusz. Portfel oznacza tym samym zbiór papierowych aktywów.
** Odchylenie standardowe liczone tylko dla rynku meksykańskiego skoczyło z poziomu 8–10 procent miesięcznie (w porównaniu z odchyleniem standardowym dla indeksu S&P 500 było to cztery razy mniej) do ponad 15 procent miesięcznie w pierwszej połowie 1995 roku.
*** Więcej na ten temat można przeczytać w *The Journal of Investing*, Fall 1994.
**** Jack Benny prowadził swój stały niedzielny program, w którym pewnego razu ktoś udający napastnika krzyknął doń" „Pieniądze albo życie", a on po prostu milczał. Po dłuższej chwili napastnik zniecierpliwiony zawołał: „Pospiesz się!". Benny odpowiedział: „Muszę się przecież zastanowić".




**Siła indeksu.** Porównanie wyników osiąganych na 13 wschodzących rynkach giełdowych z ich wskaźnikiem (średnia dla 13 krajów) oraz z indeksem S&P 500 w okresie od stycznia 1992 do czerwca 1994. Dane wyrażone w procentach w skali miesiąca.

**Część piąta**

# Stopnie zaufania: badanie niepewności

## Rozdział 1

# Złamanie zasady jednolitości

Nie ma chyba człowieka, który nie sądziłby, że nawet w trudnych chwilach postępuje w sposób racjonalny, że potrafi zachować zimną krew i zastosować prawa rachunku prawdopodobieństwa zawsze wtedy, gdy znajdzie się w sytuacji wymagającej dokonania wyboru. Wierzymy, że nasze umiejętności, inteligencja, wyrachowanie, dalekowzroczność, doświadczenie oraz zdolności przywódcze są większe niż przeciętne. Kto przyzna, że jest kiepskim kierowcą, nieudolnym dyskutantem, głupim inwestorem lub osobą pozbawioną gustu?

Jak bardzo realne są tego typu wyobrażenia? Okazuje się, że nie każdy może się wznieść ponad przeciętność. Co więcej, najważniejsze decyzje zazwyczaj przychodzi nam podejmować w złożonych, zagmatwanych, niejasnych lub przejmujących nas trwogą sytuacjach. Nie mamy więc zbyt wiele czasu, aby odwołać się do praw rachunku prawdopodobieństwa. Życie nie jest partią **balia.** Często grzęźnie ono we mgle niejasności Kennetha Arrowa.

Z drugiej strony, ludzie nie są istotami kompletnie irracjonalnymi, podejmującymi ryzyko bez zastanowienia lub chowającymi się w szafie za każdym razem, gdy strach zajrzy im w oczy. Jak się wkrótce przekonamy, istnieją dowody na to, że decyzje podejmujemy zgodnie z pewnym ukrytym schematem postępowania, który pozwala nam działać w dający się przewidzieć oraz w większości przypadków dość regularny spo-sób. Jednak problem sprowadza się do tego, w jakim stopniu rzeczywistość, w jakiej o czymś decydujemy, odbiega od modelu racjonalnego podejmowania decyzji stworzonego przez Bernoullego, Jevonsa czy von Neumanna. Psycholodzy rozwinęli cały system badania przyczyn takich odchyleń.

Klasyczny model racjonalności – model, na którym opiera się teoria gier oraz większość koncepcji Markowitza – mówi, jak ludzie **powinni** podejmować decyzje wtedy, gdy muszą stawić czoła ryzyku, oraz jaki byłby świat, gdyby ludzie rzeczywiście zachowywali

się w ten sposób.Jednakże żmudne badania oraz eksperymenty pokazują, że odchylenia od zachowania modelowego występują częściej, niż może się nam to wydawać. Przekonamy sie o tym niebawem, zapoznając się z wieloma przykładami zamieszczonymi poniżej.

***

Badania, które wywarły największy wpływ na sposób rozumienia tego, jak ludzie kontrolują ryzyko i niepewność, zostały przeprowadzone przez dwóch izraelskich psychologów: Daniela Kahnemana oraz Amosa Tversky'ego. Wprawdzie obaj mieszkają obecnie w Stanach Zjednoczonych* – jeden pracuje na Uniwersytecie Princeton, drugi na Uniwersytecie Stanforda – ale w latach pięćdziesiątych służyli w izraelskich siłach zbrojnych. Kahneman opracował psychologiczny system oceniania, wykorzystywany po dzień dzisiejszy do oceny rekrutów armii izraelskiej. Tversky służył jako kapitan wojsk spadochronowych i otrzymał nawet wyróżnienie za odwagę. Obaj uczeni współpracowali ze sobą przez ponad trzydzieści lat, znajdując obecnie wielu naśladowców, zarówno w kręgach akademickich, jak i wśród praktyków zajmujących się finansami i inwestowaniem, gdzie, jak wiadomo, element niepewności towarzyszy każdej decyzji. Kahneman i Tversky ochrzcili swoją koncepcję teorią perspektyw. Po zapoznaniu się z nią oraz po omówieniu jej osobiście z Kahnemanem i Tverskym postawiłem sobie pytanie, dlaczego nazwa tej teorii nie odzwierciedla jej istoty. Spytałem więc Kahnemana, skąd się ona wzięła. „Szukaliśmy nazwy, którą ludzie zauważyliby i zapamiętali" – odpowiedział.

Początek ich współpracy datuje się na połowę lat sześćdziesiątych, kiedy to obaj byli młodszymi profesorami na Hebrew University w Jerozolimie. Podczas jednego z ich pierwszych spotkań Kahneman opowiedział Tversky'emu o pewnym wydarzeniu, jakie zaszło w trakcie prowadzonego przezeń szkolenia instruktorów lotnictwa w czasie cyklu zajęć poświęconych psychologii szkolenia. Powołując się na badania nad zachowaniem gołębi, próbował pokazać, że nagradzanie jest znacznie bardziej efektywnym narzędziem nauczania niż stosowanie kary. Wtedy niespodziewanie jeden z jego

studentów krzyknął: „Z całym szacunkiem, Sir, ale to, o czym pan mówi, odnosi się tylko do ptaków [...] Z mojego doświadczenia wynika, że w przypadku ludzi jest dokładnie na odwrót”[2]. Student ten wyjaśnił później, że niemal za każdym razem, gdy pochwalił praktykanta za doskonały lot, drugi lot w jego wydaniu był już mniej udany, podczas gdy piloci, którym wytknięto słaby wynik przy pierwszym podejściu, niemal zawsze za drugim razem wypadali lepiej.

Kahneman zdał sobie wtedy sprawę, że dokładnie taki schemat postępowania przewidział Francis Galton. Tak samo jak duże ziarna pachnącego groszku dają małe owoce, i na odwrót, osiąganie coraz lepszych lub coraz gorszych wyników w nieskończoność na jakimkolwiek polu nie jest prawdopodobne. We wszystkim, czym się zajmujemy, robimy raz krok do przodu, raz do tyłu, cały czas dążąc do naszej przeciętnej sprawności. Prawdopodobnie jest więc tak, że sposób wykonania następnego lądowania nie ma nic wspólnego z tym, czy ktoś powie pilotowi, że jego poprzednie lądowanie było dobre lub złe.

„Kiedy już raz staniesz się wyczulony na tym punkcie, wszędzie będziesz dopatrywał się regresji do wartości średniej” – instruował Kahneman Tversky’ego[3]. Niezależnie od tego, czy twoje dzieci będą robiły to, co im kazałeś, czy koszykarz będzie miał pewną rękę lub też czy menedżerowi zarządzającemu inwestycjami powinie się noga w nadchodzącym kwartale, ich zachowanie w przyszłości będzie najprawdopodobniej odzwierciedlało zjawisko regresji do średniej, bez względu na to, czy postępowanie w przeszłości spotkało się z nagrodą czy karą.

Wkrótce obaj zaczęli zastanawiać się nad tym, czy ignorowanie regresji do średniej jest jedyną przyczyną błędów w przewidywaniu przyszłych zachowań na podstawie danych historycznych. Od chwili, gdy podjęli się przeprowadzenia serii błyskotliwych eksperymentów mających na celu odkrycie mechanizmu podejmowania decyzji, których skutki są nieznane, ich współpraca stała się niezwykle owocna.

Teoria perspektyw odkryła schematy zachowań, które nigdy wcześniej nie były dostrzegane przez rzeczników teorii racjonalnego podejmowania decyzji. Kahneman i Tversky przypisali te schematy dwóm ludzkim słabościom. Pierwszą z nich są emocje, często zakłócające samokontrolę, która jest istotą racjonalnego podejmowania decyzji. Drugą słabością jest to, że ludzie często nie są w stanie w pełni zrozumieć tego, z czym mają do czynienia. Doświadczają oni, jak nazywają to psycholodzy, trudności percepcyjnych.
Opieranie się na próbach statystycznych stanowi źródło naszych kłopotów. Już Leibniz próbował przekonać Jakoba Bernoullego, że natura jest tak zróżnicowana i złożona, iż tworzenie uogólnień na podstawie tego, co widzimy, jest nad wyraz trudnym zadaniem. Uciekamy się do skrótów myślowych, które prowadzą nas do mylnych wniosków, ewentualnie na podstawie małych prób staramy się wnioskować o tym, jakie mogą być własności większych prób. Konsekwentnie zaczynamy odwoływać się do coraz bardziej subiektywnych metod kwantyfikacji: keynesowskie stopnie zaufania znacznie częściej obecne są w procesie podejmowania decyzji niż trójkąt Pascala, a intuicją kierujemy się nawet wtedy, gdy sądzimy, że postępujemy nad wyraz racjonalnie. W efekcie popadamy więc ze skrajności w skrajność!
W określonych warunkach, kiedy zmuszeni jesteśmy dokonać wyboru, cechuje nas wysoki stopień awersji do ryzyka, jednak w zupełnie innych okolicznościach, mając dokładnie taki sam wybór, zamieniamy się w ludzi wykazujących zamiłowanie do ryzyka. Zazwyczaj nie zauważamy wspólnych elementów problemu i skupiamy całą naszą uwagę na każdym elemencie z osobna – jest to jeden z powodów, dla których zaproponowany przez Markowitza sposób dobierania aktywów do portfela inwestycyjnego napotkał tak silną niechęć, zanim został zaakceptowany. Mamy kłopoty z dokonaniem prostej oceny, jak dużo informacji naprawdę potrzebujemy, a kiedy mamy do czynienia ze zwykłym szumem informacyjnym. Za bardzo skupiamy się na wstrząsających i dramatycznych wydarzeniach, których prawdopodobieństwo wystąpienia jest małe, przegapiając wydarzenia zachodzące niemal

codziennie. Nasze podejście do zagadnienia kosztów i nieodrobionych strat jest krańcowo różne, podczas gdy w istocie ich wpływ na bogactwo jest taki sam. Niejednokrotnie podejmujemy się określonego zadania, dokładnie wiedząc, w jaki sposób będziemy kontrolować ryzyko, po to, by następnie dokonywać ekstrapolacji na podstawie tego, co może być jedynie kwestią przypadku. W efekcie zapominamy o tym, że wszystko dąży do wartości średniej, zbyt długo zajmujemy pozycję i popadamy w kłopoty.

Poniżej postawimy pytanie, które Kahneman i Tversky zwykli zadawać, chcąc pokazać, że wnioski oparte na intuicji mogą wprowadzać nas w błąd. A oto i ono: czy w angielskich wyrazach litera **K** pojawia się w słowach częściej na pierwszym czy na trzecim miejscu? Prawdopodobnie odpowiecie, że częściej można ją znaleźć na początku wyrazów. Tymczasem litera **K** pojawia się jako trzecia dwa razy częściej. Skąd ten błąd? Odpowiedź jest prosta: łatwiej przychodzi nam przypomnieć sobie słowa z określoną literą na początku niż w jakimkolwiek innym miejscu wyrazu.

***

Asymetria związana ze sposobem podejmowania decyzji, w wyniku których odnosimy korzyści, oraz decyzji, w przypadku których w grę wchodzi strata, jest jednym z największych odkryć teorii perspektyw. Jest to również jedno z najbardziej użytecznych odkryć.

W przypadku gdy w grę wchodzą duże sumy, większość ludzi odrzuci wybór związany z odrobiną hazardu na rzecz pewnego zysku – otrzymanie na pewno 100 000 dolarów będzie częściej wybierane niż 200 000 dolarów lub odejście z kwitkiem przy równych szansach wystąpienia obu zdarzeń. Innymi słowy, cechuje nas tu awersja do ryzyka.

Co jednak ze stratami? W pierwszej pracy Kahnemana i Tversky'ego z 1979 roku opisany został eksperyment, który pokazuje, że wybór, jakiego dokonujemy pomiędzy wynikami ujemnymi, nie jest lustrzanym odbiciem wyboru pomiędzy wynikami dodatnimi[4]. W jednym z eksperymentów Kahneman i Tversky poprosili badanych o wybranie pomiędzy wygraniem 4000 dolarów z prawdopodobieństwem 80 procent i nieotrzymaniem niczego przy

prawdopodobieństwie 20 procent oraz otrzymaniem 3000 dolarów przy prawdopodobieństwie wynoszącym 100 procent. Mimo że wybór obarczony ryzykiem ma wyższą wartość oczekiwaną, wynoszącą tu 3200 dolarów – aż 80 procent badanych wybrało pewne 3000 dolarów. Ludzie ci charakteryzowali się awersją do ryzyka, tak jak przewidział to już Bernoulli.

Następnie Kahneman i Tversky zaproponowali dokonanie wyboru między przyjęciem ryzyka poniesienia straty 4000 dolarów przy prawdopodobieństwie 80 procent i zachowania stanu posiadania z prawdopodobieństwem 20 procent oraz utratą 3000 dolarów z prawdopodobieństwem 100 procent. Tym razem 92 procent respondentów podjęło ryzyko, nawet mimo że oczekiwana wartość straty – 3200 dolarów – ponownie była wyższa niż w przypadku pewnej straty 3000 dolarów. Okazuje się więc, że jeśli chodzi o straty, jesteśmy raczej ryzykantami.

Kahneman i Tversky oraz wielu ich współpracowników zauważyli, że asymetria ta ujawnia się w wielu eksperymentach. Przy innej sposobności Kahneman i Tversky opisali następujący problem[5]. Wyobraźmy sobie, że w pewnej społeczności szerzy się niezwykle rzadka choroba oraz że według szacunków pochłonie ona 600 ofiar. W celu zwalczenia choroby można zastosować dwie różne metody działania. W przypadku realizowania programu A można uratować 200 osób; jeżeli jednak realizowany będzie program B, istnieje 33-procentowe prawdopodobieństwo uratowania wszystkich osób oraz 67-procentowe prawdopodobieństwo, że nikt nie przeżyje epidemii. Realizacji którego z wymienionych programów należałoby się podjąć? Gdybyśmy wszyscy cechowali się awersją do ryzyka, postępując racjonalnie, wybralibyśmy plan A, ratując na pewno 200 osób i odrzucając ryzyko związane z planem B, który choć ma taką samą wartość oczekiwaną, cechuje się aż 67-procentowym prawdopodobieństwem, że wszyscy ludzie poniosą śmierć. W eksperymencie 72 procent badanych opowiedziało się za planem A. Teraz rozważmy identyczny problem, postawiony nieco inaczej. Jeżeli podejmiemy się realizacji programu C, zginie 400 z 600 osób, podczas gdy plan D daje 33 procent szans na uratowanie wszystkich

ludzi przy 67-procentowym prawdopodobieństwie, że zginą wszyscy. Proszę zauważyć, że w przypadku pierwszego wariantu mówimy raczej o 400 ofiarach śmiertelnych niż o 200 uratowanych, podczas gdy drugi program daje nam 33 procent szans, że wszyscy zostaną uratowani. Zgodnie z tym, co napisali Kahneman i Tversky, aż 78 procent badanych podjęłoby ryzyko: osoby te nie mogły pogodzić się z myślą, że 400 osób na pewno poniesie śmierć.

Postępowanie takie, choć zrozumiałe, jest niezgodne z założeniami racjonalnego zachowania. Odpowiedź na postawione pytanie powinna być taka sama, niezależnie od okoliczności. Zdaniem Kahnemana i Tversky'ego eksperymenty te świadczą o tym, że ludzi nie cechuje awersja do ryzyka: są gotowi wybrać ryzyko wtedy, gdy uważają, że jest to właściwe. Jednakże jeśli ludzie nie unikają ryzyka, to jacy są naprawdę? „Główną siłą sprawczą jest **awersja do strat –** pisze Tversky (kursywa moja). – Tak naprawdę ludzie wcale tak bardzo nie nienawidzą niepewności – raczej nienawidzą przegrywać"[6]. Straty zawsze wydają się nam większe niż zyski. I rzeczywiście, straty, których nigdy nie będziemy w stanie odrobić – takie jak utrata dziecka lub ogromne roszczenie ubezpieczeniowe, które nigdy nie zostanie zaspokojone – wywołują intensywną, irracjonalną i trwałą awersję do ryzyka[7].

Spekulacje Tversky'ego dotyczące tego ciekawego zachowania są nad wyraz interesujące:

Prawdopodobnie najbardziej znaczącą i najbardziej znaną cechą mechanizmu ludzkiej przyjemności jest to, że ludzie są dużo bardziej wrażliwi na oddziaływanie negatywnych niż pozytywnych bodźców [...] Pomyślmy o naszym dzisiejszym samopoczuciu, a następnie wyobraźmy sobie, jak dobrze moglibyśmy się czuć [...] Tak mało rzeczy jest w stanie sprawić, byśmy poczuli się lepiej, natomiast liczba zdarzeń, za sprawą których nasze samopoczucie może się pogorszyć, jest ogromna[8].

Jedną z konsekwencji powyższego spostrzeżenia jest zaprzeczenie słów Bernoullego, który twierdził: „Użyteczność wynikająca nawet z niewielkiego przyrostu bogactwa jest odwrotnie proporcjonalna do ilości posiadanych już dóbr". Bernoulli wierzył, że docelowy poziom

bogactwa wyznacza wartość obarczonych ryzykiem szans na to, by stać się jeszcze bogatszym. Kahneman i Tversky odkryli, że wycena obarczonych ryzykiem szans dużo bardziej zależy od punktu odniesienia, wobec którego mierzymy stratę lub zysk, niż od końcowej wartości aktywów. Nieważne, jak jesteś bogaty, ważne jest to, czy decyzja, którą podejmiesz, uczyni cię bogatszym czy biedniejszym. W związku z powyższym Tversky ostrzega: „nasze preferencje [...] mogą zmieniać się zależnie od zmian punktu odniesienia”[9].

Za pewnym periodykiem podaje on przykład eksperymentu, którego uczestnicy zostali poproszeni o dokonanie wyboru pomiędzy polityką gwarantującą wysokie zatrudnienie z towarzyszącą mu wysoką inflacją a polityką obliczoną na niższą inflację przy niższej stopie zatrudnienia. W przypadku gdy chodziło o wybór między bezrobociem rzędu 10 i 5 procent, większość głosów była za wyższą inflacją, dzięki której można by obniżyć poziom bezrobocia. Kiedy jednak poproszono respondentów o wybranie między polityką zapewniającą zatrudnienie dla 90 procent siły roboczej oraz dla 95 procent siły roboczej, okazało się, że utrzymywanie niskiej stopy inflacji było ważniejsze niż podniesienie odsetka zatrudnionych o 5 punktów procentowych.

W celu zilustrowania ostrzeżenia Tversky’ego Richard Thaler opisał eksperyment, w którym wykorzystano pewną początkową wartość bogactwa[10]. Thaler oznajmił studentom, że właśnie wygrali 30 dolarów i oto stają przed następującym wyborem: mogą rzucić monetą i wygrać 9 dolarów, jeśli wypadnie orzeł, lub stracić 9 dolarów, jeśli wypadnie reszka, ewentualnie mogą w ogóle nic nie robić. 70 procent badanych wybrało rzut monetą. Następnej grupie studentów Thaler zaproponował inne rozwiązanie: początkowa wartość posiadanego przez nich bogactwa wynosi zero, a wybór jest następujący: rzut monetą, przy czym w przypadku wyrzucenia orła można zarobić 39 dolarów, natomiast jeśli wypadnie reszka, zysk wynosi tylko 21 dolarów, ewentualnie można w ogóle zrezygnować z rzutu monetą i od razu otrzymać 30 dolarów. W tym przypadku zaledwie 43 procent osób wybrało rzut monetą.

Otrzymane wyniki Thaler przypisał efektowi „na koszt firmy”. Chociaż szanse uzyskania określonych wyników w obu grupach były identyczne – pomijając wielkość kapitału początkowego, każda osoba zakończy grę z 39, 21 lub 30 dolarami na pewno – osoby rozpoczynające grę, które posiadały niezerowe bogactwo początkowe, skłonne były do podjęcia ryzyka, podczas gdy osoby rozpoczynające grę bez grosza przy duszy wybierały rozwiązanie pewne. Bernoulli powiedziałby, że decyzja zostanie określona przez kwoty 39, 30 lub 21 dolarów, podczas gdy studenci podejmujący decyzje opierali się raczej na punkcie odniesienia, którym w pierwszym przypadku było 30 dolarów i zero w drugim.
Edward Miller, profesor ekonomii interesujący się zagadnieniami behawioralnymi, zauważył pewne odstępstwa od tych reguł. Wprawdzie Bernoulli używa wyrażenia „dowolny niewielki wzrost bogactwa”, ale daje do zrozumienia, że nie jest tu istotna wielkość przyrostu[11]. Miller powołuje się na różnorodne badania psychologiczne, które pokazują, że odpowiedzi na pytania mogą się znacząco różnić, w zależności od tego, czy zysk jest duży czy też mały. Okazjonalne duże wygrane zdają się podtrzymywać zainteresowanie inwestorów i ryzykantów przez znacznie dłuższy okres niż w miarę częste, ale niewielkie wygrane. Zachowanie takie jest typowe dla inwestorów postrzegających inwestowanie jako grę i stroniących od dywersyfikowania swych inwestycji; zresztą ich zdaniem dywersyfikacja jest po prostu nudna. Dobrze poinformowani inwestorzy dywersyfikują inwestycje, ponieważ uważają, że w przypadku inwestowania pieniędzy trudno mówić o jakiejkolwiek rozrywce.

***

Kahneman i Tversky używają pojęcia złamania zasady jednolitości w celu opisania niespójnych (niekoniecznie błędnych) wyborów, gdy to samo zagadnienie zostaje przedstawione z różnych punktów widzenia. O jednolitości mówimy wtedy, gdy w przypadku gdy rozwiązanie A jest bardziej preferowane niż B, a rozwiązanie B jest bardziej preferowane niż C, racjonalnie postępujący ludzie wolą rozwiązanie A od C; cecha ta jest istotą podejścia von Neumanna i

Morgensterna do zagadnienia użyteczności. Ewentualnie, jak w przypadku powyżej, jeśli przyjąć, że uratowanie 200 osób jest rozwiązaniem racjonalnym w pierwszej wersji zadania, uratowanie tychże 200 osób powinno być również racjonalnym wyborem w drugim przypadku.
Jednakże z badań wynika coś zupełnie innego:
Złamanie zasady jednolitości jest coraz częściej obserwowanym zjawiskiem, którego natężenie ciągle narasta. Nieobce jest ono zarówno bardzo wyrafinowanym, jak i bardzo naiwnym respondentom [...] Respondenci, którym wytknięto sprzeczność odpowiedzi, są po prostu zakłopotani. Nawet po powtórnym zapoznaniu się z problemem w wersji, w której mowa jest o „uratowanych", nadal cechują się oni awersją do ryzyka; w przypadku, gdy wspomina się tylko o „ofiarach", skłonni są podjąć ryzyko; cały czas chcą jednak postępować zgodnie z zasadą jednolitości i logicznie podejmować decyzje w obu wersjach [...] Wniosek, jaki można stąd wyciągnąć, jest niepokojący. Przechodniość jest istotna w sensie normatywnym (mówi nam, co powinniśmy zrobić), intuicyjnie nieodparta oraz niewykonalna z psychologicznego punktu widzenia[12].
Łamanie zasady jednolitości jest znacznie bardziej powszechne, niż może się nam wydawać. Odpowiedni sposób układania haseł reklamowych może skłonić ludzi do kupna czegoś pomimo negatywnych skojarzeń, które w innych okolicznościach powstrzymałyby ich od dokonania takiego zakupu. Badania opinii społecznej również mogą dawać odmienne wyniki, zależnie od tego, jak postawione zostaje pytanie.
Kahneman i Tversky opisują przypadek lekarzy z pewnego szpitala obawiających się, że mogą niechcący wpłynąć na pacjentów, którzy muszą wybrać pomiędzy dwiema formami kuracji charakteryzującymi się różnym poziomem ryzyka[13]. W tym konkretnym przypadku, raka płuc, wybór ogranicza się albo do leczenia operacyjnego, albo do kuracji radiacyjnej. Medyczne dane statystyczne dotyczące tego szpitala pokazały, że żaden z pacjentów, który poddany został kuracji radiacyjnej, nie zmarł w czasie trwania leczenia, natomiast jego

oczekiwana długość życia była krótsza niż w przypadku chorych, którzy pomyślnie przeszli zabieg chirurgiczny; jednakże różnica oczekiwanej długości życia tych dwóch grup pacjentów nie była na tyle istotna, aby wybór był oczywisty. Kiedy postawiono pytanie, operując pojęciem ryzyka zgonu w trakcie leczenia, ponad 40 procent badanych opowiedziało się za kuracją radiacyjną. Kiedy jednak zaczęto mówić o leczeniu przez pryzmat oczekiwanej długości życia, zaledwie 20 procent osób wybrało radiację.

Złamanie zasady jednolitości w sposób najbardziej nam chyba znany zawarte zostało w starej maksymie Wall Street „Nigdy nie zbiedniejesz, realizując zysk". Logiczną konsekwencją powyższego twierdzenia byłoby stwierdzenie, że redukowanie strat również jest dobrym pomysłem, ale inwestorzy nie cierpią przegrywać, ponieważ, pomijając kwestie podatkowe, zrealizowanie straty jest równoznaczne z przyznaniem się do błędu. Awersja do strat połączona z własnym **ego** inwestorów prowadzi ich do podjęcia ryzyka związanego z obstawaniem przy swoich błędnych decyzjach z wątłą nadzieją, że pewnego dnia rynek sprawi, że ich przewidywania się sprawdzą. Z pewnością von Neumann nie poparłby takiego zachowania.

Złamanie zasady jednolitości często zawdzięczamy tak zwanej podświadomej księgowości, procesowi, który powoduje, że oddzielamy od siebie poszczególne elementy widzianego przez nas obrazu. Postępując w ten sposób, nie jesteśmy w stanie zauważyć, że decyzja mająca wpływ na każdy z elementów z osobna odciśnie swoje piętno na całym obrazie. Podświadome księgowanie jest niczym skupianie całej uwagi na dziurce w obwarzanku zamiast na nim samym. Prowadzi do sprzecznych odpowiedzi na te same pytania.

Kahneman i Tversky proponują taki oto eksperyment: spróbuj wyobrazić sobie, że jesteś w drodze na spektakl teatralny wystawiany na Broadwayu, na który bilet kosztował cię 40 dolarów[14]. W chwili dotarcia pod budynek teatru stwierdzasz, że zgubiłeś bilet. Czy wyłożyłbyś dodatkowe 40 dolarów na kolejny?

Załóżmy teraz, że planujesz kupić bilet dopiero po przybyciu do teatru. Podchodząc do kasy, stwierdzasz, że masz w portfelu o 40 dolarów mniej, niż myślałeś, że masz, wychodząc z domu. Czy nadal byłbyś skłonny kupić bilet?
W obydwu przypadkach, niezależnie od tego, czy zgubiłeś bilet czy 40 dolarów w gotówce, jeśli zdecydujesz się obejrzeć przedstawienie, narażasz się na koszty rzędu 80 dolarów. Jeżeli odpuścisz sobie to przedstawienie i wrócisz do domu, stracisz tylko 40 dolarów. Kahneman i Tversky odkryli, że większość ludzi niechętnie wydałaby 40 dolarów w przypadku zagubienia pierwszego biletu, podczas gdy nie miałaby nic przeciwko wydaniu kolejnych 40 dolarów po utracie pierwszych 40 dolarów w gotówce.
Powyższy eksperyment jest oczywistym przykładem złamania zasady jednolitości. Jeżeli kwota 80 dolarów to więcej, niż chcemy wydać na teatr, to nie powinniśmy kupować drugiego biletu w pierwszym ani kupować biletu w ogóle w drugim przypadku. Jeśli natomiast mamy ochotę wydać 80 dolarów na teatr, to powinno być nam wszystko jedno, czy po stracie jednego biletu kupujemy drugi czy też wydajemy dodatkowe 40 dolarów pomimo straty pierwszych 40 dolarów w gotówce. **Różnica pomiędzy tymi dwoma przypadkami polega tylko i wyłącznie na sposobie ujmowania w rachunkach kosztów i strat.**
Teoria perspektyw podpowiada, że niekonsekwencja widoczna przy podejmowaniu tych wyborów wynika z dwóch odrębnych sposobów prowadzenia domowego budżetu, jednego związanego z pójściem do teatru oraz drugiego dotyczącego innych możliwości wykorzystania 40 dolarów – na przykład na obiady w przyszłym miesiącu. Strata 40 dolarów obciąża przyszłomiesięczny budżet obiadowy, który nie ma nic wspólnego z przedstawieniem teatralnym. Postępując konsekwentnie, aby pójść do teatru, nadal musimy się zdobyć na wydatek rzędu 40 dolarów.
Thaler podaje również bardzo zabawny, z życia wzięty przykład podświadomej księgowości[15]. Pewien jego znajomy profesor finansów opracował błyskotliwą strategię, która miała mu pomóc w przezwyciężaniu drobnych nieszczęść. Mianowicie na początku

każdego roku profesor ten przygotowuje się do dokonania znacznej darowizny. Wszystkie negatywne zdarzenia, które mają miejsce w ciągu roku, i związane z nimi koszty – mandaty za przekroczenie prędkości, utrata dóbr, pomoc ubogiemu krewnemu – obciążają kwotę przeznaczoną na darowiznę. System ten sprawia, że wszelkie straty są wręcz nieodczuwalne, ponieważ koszty z nimi związane pokrywane są z funduszu dobroczynnego. Thaler mianował swojego przyjaciela na stanowisko pierwszego na świecie Biegłego Księgowego Podświadomości.

W pewnym wywiadzie prasowym Kahneman przyznał, że czasami sam ulega wpływowi podświadomej księgowości. W trakcie badań prowadzonych wspólnie z Tverskym zauważył, że strata jest mniej bolesna, kiedy stanowi część większej straty: zgubienie tego samego dnia kolejnych 100 dolarów jest mniej bolesne w porównaniu ze zgubieniem ich następnego dnia. Pamiętając o tej zasadzie, tuż po zakupie domu Kahneman wspólnie z żoną w ciągu tygodnia kupił wszystkie potrzebne do niego meble. Gdyby potraktowali oni zakupy mebli jak zupełnie odrębne sprawunki, mogliby się przerazić kosztów i niekompletnie umeblować mieszkanie[16].

***

Jakże często ulegamy złudzeniu, że posiadanie informacji jest konieczne do racjonalnego podejmowania decyzji oraz że im więcej informacji uda się nam zebrać, tym lepiej będziemy potrafili kontrolować ryzyko. Jednakże zdaniem psychologów istnieją sytuacje, w których dodatkowa informacja utrudnia podjęcie decyzji i prowadzi do złamania zasady jednolitości, dając tym samym okazję ludziom cieszącym się zaufaniem do manipulowania ryzykiem, jakie inni gotowi są podjąć.

Dwaj naukowcy związani z medycyną, David Redelmeier i Eldar Shafir, w periodyku **Journal of the American Association** opublikowali wyniki badań, których celem była analiza zachowania lekarzy w sytuacji, gdy proponowano im coraz to większą liczbę możliwych do zastosowania kuracji[17]. Każda decyzja podejmowana przez lekarza jest ryzykowna – nikt nie jest w stanie przewidzieć wszystkich jej konsekwencji. W każdym ze swoich eksperymentów

poddanie pod rozwagę kolejnej możliwości powodowało wzrost prawdopodobieństwa, że lekarze albo wybiorą pierwotny wariant, albo nic nie zrobią.
W jednym z eksperymentów kilkuset lekarzy zostało poproszonych o zaproponowanie metody leczenia 67-letniego mężczyzny cierpiącego na chroniczne bóle w prawym biodrze. Mogli dokonać wyboru jednego z dwóch wariantów: przepisać określone lekarstwo lub „poczekać na opinię ortopedy i wstrzymać się z podawaniem nowych środków"; około połowy było przeciwnych podawaniu jakichkolwiek leków. Kiedy liczbę możliwych rozwiązań zwiększono z dwóch do trzech, dodając drugi wariant przewidujący użycie leków, trzy czwarte lekarzy było przeciwnych podawaniu leków i głosowało za „poczekaniem na opinię ortopedy".
Tversky wierzył, że „zdania na temat prawdopodobieństwa nie wynikają z rodzaju zdarzenia, ale ze sposobu, w jaki zostało ono przedstawione [...] wartość szacowanego prawdopodobieństwa zdarzenia zależy od tego, jak dokładnie zostanie ono opisane"[18]. Na potwierdzenie powyższego stwierdzenia podał on przykład pewnego eksperymentu, w którym 120 studentów Uniwersytetu Stanforda zostało poproszonych o ocenę prawdopodobieństwa wystąpienia różnych możliwych przyczyn śmierci. Każdy ze studentów oceniał jedną z dwóch różnych list zawierających przyczyny śmierci; pierwsza zawierała dość specyficzne przypadki, podczas gdy w drugiej umieszczone zostały tak zwane naturalne przyczyny śmierci. Zamieszczona tabela przedstawia niektóre wyniki liczbowe wspomnianego eksperymentu dotyczące prawdopodobieństwa wystąpienia śmierci.

| | Grupa I | Grupa II | Stan faktyczny |
|---|---|---|---|
| Choroby serca | 22 | – | 34 |
| Rak | 18 | – | 23 |
| Inne przyczyny naturalne | 33 | – | 35 |
| Przyczyny naturalne razem | 73 | 58 | 92 |
| Wypadki | 32 | – | 5 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Zabójstwa | 10 | – | 1 |
| Inne przyczyny nienaturalne | 11 | – | 2 |
| Przyczyny nienaturalne razem | 53 | 32 | 8 |

Studenci znacznie przeszacowali prawdopodobieństwo wystąpienia tragicznych przypadków i nie doszacowali częstotliwości występowania śmierci z przyczyn naturalnych. Ale w tabeli powyżej uderza to, że oszacowane prawdopodobieństwo zgonu w dowolnych okolicznościach było wyższe wtedy, gdy okoliczności były wyjaśnione w sposób szczegółowy, niż wtedy, gdy chodziło tylko o oszacowanie ogólnej liczby zgonów występujących w wyniku przyczyn naturalnych i nienaturalnych.

W innym eksperymencie medycznym opisanym przez Redelmeiera i Tversky'ego dwie grupy lekarzy z Uniwersytetu Stanforda zostały poddane ocenie pod względem diagnozy postawionej kobiecie cierpiącej na silne bóle brzucha[19]. Po otrzymaniu szczegółowego opisu symptomów choroby pierwsza grupa została poproszona o oszacowanie prawdopodobieństwa, że u tej kobiety mogą wystąpić: ciąża pozamaciczna, zapalenie żołądka i jelit lub „żadne z powyższych". Drugiej grupie badanych oprócz rozwiązań przedstawionych grupie pierwszej zaproponowano trzy dodatkowe możliwe diagnozy.

Tym, co interesujące w tym eksperymencie, jest sposób posługiwania się możliwością „żadne z powyższych" przez lekarzy z drugiej grupy. Zakładając, że przeciętnie lekarze w obu grupach byli jednakowo dobrzy, można było się spodziewać, że możliwość ta zaproponowana pierwszej grupie powinna obejmować wspomniane wyżej trzy dodatkowe diagnozy przedstawione grupie drugiej. W takim przypadku należałoby się spodziewać, że druga grupa przypisze prawdopodobieństwo do trzech dodatkowych diagnoz oraz do wariantu „żadne z powyższych", które w pierwszej grupie wyniosło niemal 50 procent.

Tak się jednak nie stało. Druga grupa lekarzy przypisała łącznie 69-procentowe prawdopodobieństwo wariantowi „żadne z powyższych” oraz trzem dodatkowym diagnozom, a zaledwie 31-procentowe prawdopodobieństwo wystąpieniu ciąży lub chorobom jelit – których prawdopodobieństwo wystąpienia pierwsza grupa oceniała na 50 procent. Najwyraźniej, im więcej możliwości, tym więcej wartości liczbowych można im przypisać.

Daniel Ellsberg w 1961 roku opublikował pracę, w której udało mu się zdefiniować fenomen „awersji do dwuznaczności”[20]. Awersja do dwuznaczności oznacza, że ludzie wolą podejmować ryzyko na podstawie znanego prawdopodobieństwa. Innymi słowy, tym, co się liczy, jest informacja. Ellsberg zaproponował kilku grupom osób wzięcie udziału w zakładzie polegającym na wyciągnięciu z jednej z dwóch urn, z których każda zawiera po 100 kul, kuli czerwonej lub czarnej. Urna 1 zawierała 50 kul w każdym kolorze; rozkład w urnie 2 był nieznany. Według teorii prawdopodobieństwa urna 2 również powinna zawierać po 50 kul w każdym kolorze, ponieważ nie było żadnych podstaw, by przypuszczać, że jest inaczej. Tymczasem ogromna większość respondentów wybierała losowanie z urny 1. Tversky wraz z innym współpracownikiem, Craigiem Foxem, prowadził dużo bardziej szczegółowe badania nad awersją do dwuznaczności i odkrył, że jest to zagadnienie znacznie bardziej skomplikowane, niż Ellsberg mógł przypuszczać[21]. Tversky i Fox opracowali całą serię eksperymentów mających wyjaśnić, czy ludzie zawsze wolą sytuacje jasne od niejasnych czy też jest tak tylko w przypadku gier losowych.

Odpowiedź znaleziono dość szybko; ludzie podejmują ryzyko w sytuacji, gdy znają się na rzeczy wyjątkowo dobrze, natomiast gdy nie mają takiej wiedzy, zdają się na los szczęścia. Tversky i Fox konkludują, że awersja do dwuznaczności „wynika z przeczucia nieznajomości rzeczy [...] oraz będzie występowała wówczas, gdy ludzie oceniają zarówno jasne, jak i niejasne możliwości łącznie, zanika ona natomiast wtedy, gdy możliwości te rozpatrywane są osobno”[22].

Na przykład ludzie dobrze rzucający strzałkami do tarczy wolą tę grę od dowolnej gry losowej, chociaż w tym przypadku w ogóle nie można wyznaczyć prawdopodobieństwa zwycięstwa, podczas gdy w grze losowej jest ono matematycznie określone. Znawcy polityki pozostający ignorantami w kwestiach związanych z piłką nożną wolą przewidywać wydarzenia ze świata polityki, niż obstawiać wyniki gier losowych, pomimo że szanse odniesienia zwycięstwa lub porażki są w obu przypadkach takie same, natomiast przy takich samych prawdopodobieństwach będą oni przedkładać udział w grze losowej nad przewidywanie wydarzeń sportowych, o których nie mają zielonego pojęcia.

***

W 1992 roku w pracy podsumowującej atuty teorii perspektyw Kahneman i Tversky dokonali następujących spostrzeżeń: „Teorie wyboru w najlepszym razie stanowią pewne przybliżenie rzeczywistości, abstrahując od tego, że wymagają uzupełnienia [...] Podejmowanie wyboru jest twórczym i przypadkowym procesem. Ludzie, przed którymi pojawia się skomplikowany problem [...] używają upraszczających rozwiązanie narzędzi obliczeniowych oraz odpowiednich operacji pozwalających na jego właściwe opracowanie”[23]. Przykłady podane w niniejszym rozdziale, stanowiące jedynie drobną część literatury na ten temat, odkrywają powtarzające się schematy nieracjonalności, niekonsekwencji i niekompetencji, które nieobce są ludziom podejmującym decyzje i dokonującym wyborów w obliczu niepewności.

Czy zatem powinniśmy odrzucić teorie Bernoullego, Benthama, Jevonsa i von Neumanna? Otóż nie. Nie ma powodów, by uważać, że częsty brak rozsądku, tak jak został on **pierwotnie określony,** musi oznaczać oddanie racji Makbetowi i przyznanie, że życie jest opowieścią idioty.

Osąd człowieczeństwa wynikający z teorii perspektyw nie musi być koniecznie pesymistyczny. Kahneman i Tversky podchodzą do zagadnienia, zakładając, że „jedynie racjonalne zachowanie jest zdolne przetrwać w konkurencyjnym środowisku”; obawiają się, że „jakiekolwiek podejście odrzucające racjonalność będzie chaotyczne i

trudne do opanowania". Jak jednak stwierdzają, większość ludzi jest w stanie przetrwać w konkurencyjnym środowisku, nawet jeśli ulegnie złudzeniom sprawiającym, że ich zachowanie, według standardów Bernoullego, staje się mniej niż racjonalne. „Być może ważniejsze jest to – sugerują Tversky i Kahneman – iż są dowody na to, że ludzie dokonują wyborów w sposób uporządkowany, chociaż być może nie zawsze racjonalny w tradycyjnym rozumieniu tego słowa"[24]. Thaler dodaje tu: „Quasi-racjonalność nie jest ani zgubna, ani nie oznacza natychmiastowej klęski"[25]. Od kiedy można przewidywać decyzje podejmowane w sposób uporządkowany, nie ma podstaw, by uważać, że określone zachowanie jest przypadkowe i niekonsekwentne tylko dlatego, że wyłamuje się ze sztywnych założeń teoretycznych.

Thaler formułuje taki sam wniosek, używając nieco innych słów. Gdybyśmy zawsze postępowali w sposób racjonalny, nie potrzebowalibyśmy wyrafinowanego mechanizmu wspomagającego naszą samokontrolę zarówno w odniesieniu do kwestii dietetycznych, jak i podatków czy też zakładów na wyścigach konnych. Jesteśmy w stanie zaakceptować pewną stratę, na którą się narażamy, wykupując polisę ubezpieczeniową, co stanowi wyraz kategorycznego uznania niepewności. Stosujemy te mechanizmy i zdają one egzamin. Niewielu ludzi kończy w przytułkach dla ubogich lub w zakładach dla psychicznie chorych w wyniku podejmowanych decyzji.

Jednak prawdziwi orędownicy teorii racjonalnego zachowania podnoszą jeszcze jedną kwestię. Czy możemy być pewni, że odkrycia te są realistyczne, godne zaufania lub mają coś wspólnego z zachowaniem ludzi w sytuacji wymagającej podjęcia decyzji, skoro tak wiele z nich powstało w laboratoriach, a eksperymenty prowadzono na młodych studentach, stawianych w hipotetycznych sytuacjach, w których konsekwencje popełnienia błędu są minimalne?

To pytanie jest bardzo ważne. Istnieje duży kontrast pomiędzy uogólnieniami dokonywanymi na podstawie teorii oraz uogólnieniami dokonywanymi na podstawie eksperymentów. De Moivre odkrył

istnienie rozkładu opisywanego krzywą rozkładu normalnego na podstawie równań pisanych na kawałku papieru, podczas gdy Quetelet dokonał tego samego odkrycia, badając wzrost żołnierzy. Galton odkrył z kolei zjawisko regresji do wartości średniej – niezwykle ważne odkrycie, czyniące z rozkładu normalnego narzędzie przydatne w wielu zastosowaniach – w badaniach nad przypadkiem pachnącego groszku oraz nad zmianami pokoleniowymi dotykającymi ludzkość; swoją teorię stworzył dopiero po zapoznaniu się z faktami. Alvin Roth, ekspert w dziedzinie ekonomii doświadczalnej, zauważył, że Nicolaus Bernoulli przeprowadził pierwszy znany eksperyment psychologiczny ponad 250 lat temu: zaproponował on Piotrowi i Pawłowi grę w monety, która pomogła jego wujowi Danielowi odkryć zagadnienie użyteczności[26]. Eksperymenty przeprowadzane przez von Neumanna i Morgensterna przywiodły ich do wniosku, że wyniki „nie są tak dobre, jak można by sądzić, ale na ogół wskazują dobry kierunek”[27]. Przejście od praktyki do teorii ma znaczącą i godną szacunku historię.

Nie jest łatwo opracować eksperymenty, które są w stanie przezwyciężyć pewną sztuczność wynikającą z warunków, w jakich odbywają się badania, oraz skłonności osób uczestniczących w eksperymencie do oszukiwania lub ulegania różnym uprzedzeniom – zwłaszcza gdy mają niewiele do stracenia. Powinniśmy być jednak pełni uznania dla niesamowitej konsekwencji widocznej w szerokim wachlarzu eksperymentów badających hipotezę racjonalnego wyboru. Badania eksperymentalne przeobraziły się w prawdziwą sztukę**.

Badania nad zachowaniem inwestorów na rynkach kapitałowych pokazały, że większość założeń poczynionych przez Kahnemana, Tversky’ego i ich współpracowników na podstawie badań laboratoryjnych rzeczywiście odnosi się do zachowania inwestorów, które przyczynia się do powstawania całej masy liczb wypełniających finansowe strony dzienników. Z dala od laboratoriów badania empiryczne potwierdzają wiele przypuszczeń formułowanych na podstawie przeprowadzonych eksperymentów w odniesieniu do

procesu podejmowania decyzji nie tylko wśród inwestorów, ale także wśród ludzi w ogóle.
Jak się wkrótce przekonamy, z tą analizą wiąże się jeszcze jedno, niezwykle prowokacyjne pytanie. Skoro ludzie są tak głupi, to dlaczego my, zaliczający się przecież do grona bystrych jednostek, nie jesteśmy jeszcze bogaci?

## Przypisy

[1] Na temat teorii i historii życia Kahnemana i Tversky'ego dostępna jest bogata literatura, ale dla niezbyt obeznanych z tematem czytelników najbardziej przystępna jest publikacja McKeana, 1985.
[2] McKean, 1985, s. 24.
[3] Tamże, s. 25.
[4] Kahneman i Tversky, 1979, s. 268.
[5] McKean, 1985, s. 22; zob. również Kahneman i Tversky, 1984.
[6] Tversky, 1990, s. 75. Szersze omówienie tego zagadanienia zob. Kahneman i Tversky, 1979.
[7] Jestem wdzięczny dr. Richardowi Geistowi z Harvard Medical School za zwrócenie uwagi na to zagadnienie.
[8] Tversky, 1990, s. 75.
[9] Tamże, s. 75.
[10] Tamże, s. 58–60.
[11] Miller, 1995.
[12] Kahneman i Tversky, 1984, [13] McKean, 1985, s. 30.
[14] Tamże, s. 29.
[15] Anegdota ta pochodzi z nieopublikowanej pracy Thalera zatytułowanej *Mental Accounting Matters*.
[16] McKean, 1985, s. 31.
[17] Redelmeier i Shafir, 1995, s. 302-305.
[18] Tversky i Koehler, 1994, s. 548.
[19] Redelmeier, Koehler, Liberman i Tversky, 1995.
[20] Ellsberg, 1995.
[21] Fox i Tversky, 1995.
[22] Tamże, s. 587–588.
[23] Kahneman i Tversky, 1992.

[24] Kahneman i Tversky, 1973.
[25] Thaler, 1995.
[26] Kagel i Roth, 1995, s. 4.
[27] Von Neumann i Morgenstern, 1953, s. 5.
* Amos Tversky zmarł w 1996 roku w swoim amerykańskim domu w Stanford (przyp. Kurhaus Publishing).
** Kahneman, opisując swe pierwsze eksperymenty, przypomniał jednego ze swoich profesorów, który opowiadał o eksperymencie polegającym na tym, że dziecku zaproponowano dokonanie wyboru pomiędzy otrzymaniem małego lizaka dzisiaj lub większego jutro. Odpowiedź dziecka zależała od pewnych szczególnie ważnych aspektów jego życia, np. od tego, jakie są zarobki jego rodziców, od tego, czy jest wychowywane przez jedno czy oboje rodziców, oraz od stopnia zaufania.

## Rozdział 2

# Strażnicy teorii

Inwestorzy powinni liczyć się z tym, że czasami muszą ponieść pewne straty w związku z ryzykiem, jakie podejmują. Stosunek do inwestycji nieuwzględniający tej kwestii byłby czystą głupotą. Ale zgodnie z teorią oczekiwania racjonalnie postępujących inwestorów powinny być nieobciążone, żeby użyć fachowego terminu: racjonalnie postępujący inwestor od czasu do czasu przeszacuje ryzyko, czasem go nie doszacuje, ale jego zachowanie nie będzie przez cały czas charakteryzowało się tylko jedną z powyższych cech – nie będzie tak nawet przez większość czasu. Racjonalnie postępujący inwestorzy nie należą do ludzi, którzy zawsze widzą szklankę albo do połowy pełną, albo do połowy pustą. W rzeczywistości nikt nie daje wiary temu, że fakty dokładnie odpowiadają temu podretuszowanemu opisowi inwestorów, którzy zawsze w racjonalny sposób potrafią wyważyć proporcje pomiędzy ryzykiem a stopą zwrotu z inwestycji. Niepewność przeraża. Ponieważ racjonalne zachowanie sprawia nam trudności, nasze emocje popychają nas do poszukiwania schronienia przed przykrymi niespodziankami. Uciekamy się do wszelkich możliwych podstępów i wybiegów, które prowadzą do pogwałcenia zasad racjonalnego zachowania. Tak jak już zauważył Daniel Kahneman: „Przyczyna upadku modelu racjonalnego zachowania leży nie tyle w jego logice, ile w samym umyśle ludzkim. Któż bowiem byłby w stanie zaprojektować umysł, który funkcjonowałby tak, jak zostało to przewidziane w modelu? Każdy z nas musiałby wszystko wiedzieć oraz wszystko **rozumieć** od początku do końca i od razu”[1]. Kahneman nie był pierwszą osobą, która uświadomiła sobie istnienie sztywnych ograniczeń modelu, był za to jednym z pierwszych ludzi, którym udało się wyjaśnić konsekwencje występowania takich ograniczeń, a także wskazać prawa, jakimi kierują się całkowicie normalne istoty ludzkie, które regularnie postępują wbrew temu, co przewiduje teoria.

Jeżeli inwestorzy charakteryzują się skłonnością do postępowania wbrew założeniom modelu racjonalnego zachowania, może się okazać, że model ten wcale nie podaje godnego zaufania opisu działania rynków kapitałowych. W takim przypadku należałoby zastosować nowe sposoby mierzenia ryzyka inwestycyjnego. Rozważmy następujący scenariusz. W minionym tygodniu, po długim okresie namysłu zdecydowałeś się w końcu zamknąć od dawna utrzymywaną pozycję w akcjach IBM po cenie 80 dolarów za sztukę. Dziś rano, przeglądając poranną gazetę, stwierdzasz, że cena rynkowa akcji IBM wynosi 90 dolarów. Akcje kupione za pieniądze uzyskane ze sprzedaży walorów IBM poszły w tym czasie nieco w dół. Jak zareagowałbyś na tak przygnębiające wiadomości? Najpierw mógłbyś wpaść na pomysł, by opowiedzieć wszystko współmałżonce. Możesz również mieć sobie za złe, że byłeś niecierpliwy. Z pewnością postanowisz, że w przyszłości będziesz postępował rozważniej, zanim zamkniesz długoterminową inwestycję, nawet jeżeli jesteś przekonany, że to dobry pomysł. Możesz również zapragnąć, aby akcje IBM zniknęły z rynku natychmiast po tym, jak je sprzedałeś, tak abyś nie dowiedział się, jaka była ich późniejsza cena. Psycholog David Bell sugeruje, że „żałowanie podjętej decyzji" jest rezultatem skupienia uwagi na kapitale, jaki można by zdobyć, gdyby została podjęta właściwa decyzja[2]. Bell podaje przykład podejmowania decyzji w sytuacji, gdy możemy wybrać pomiędzy grą, w której płacą 10 000 dolarów w przypadku wygranej i nic w razie porażki, albo wziąć 4000 dolarów od razu. W przypadku wybrania gry na loterii i przegranej możesz mówić sobie, że byłeś zachłanny i zostałeś ukarany przez los, po czym zajmiesz się swoimi sprawami. Załóżmy jednak, że wybrałeś 4000 dolarów, rezygnując z gry, po czym stwierdzasz, że na loterii wygrałbyś 10 000 dolarów. Ile byłbyś skłonny zapłacić, aby nigdy się o tym nie dowiedzieć?

Żałowanie podjętych decyzji nie ogranicza się jedynie do sytuacji, kiedy sprzedajesz akcje, których ceny idą potem do góry jak szalone. Co z tymi wszystkimi akcjami, których nigdy nie kupiłeś, a mogłeś na nich zarobić znacznie więcej niż na akcjach, które kupiłeś? Chociaż

wszyscy wiemy, że nie jest możliwe wybranie **tylko** najlepszych akcji, wielu inwestorów bardzo przeżywa te niewykorzystane okazje. Jestem przekonany, że ten rodzaj emocjonalnej niepewności ma o wiele więcej wspólnego z dywersyfikacją inwestycji niż wszystkie, nawet najbardziej eleganckie, wywody intelektualne Harry'ego Markowitza – im więcej akcji posiadasz, tym większe są szanse na to, że wśród nich znajdą się te, które radzą sobie na rynku najlepiej! Podobny motyw skłania inwestorów do przekazania swoich środków aktywnym menedżerom portfelowym, pomimo że większość z nich w długim okresie notuje gorsze wyniki niż indeksy głównych rynków akcji. Nieliczni, którzy od czasu do czasu osiągają sukces, nie potrafią utrzymywać dobrych wyników w kolejnych latach; przekonaliśmy się już, jak trudno odróżnić szczęście od umiejętności w przypadku funduszy American Mutual i AIM Constellation*. Jednak prawo średnich przewiduje, że około połowy aktywnych menedżerów osiągnie wyniki lepsze niż rynek. Czy **twój** menedżer nie powinien być wśród nich? **Ktoś** przecież musi w końcu wygrać.

Niektórzy ludzie nie potrafią oprzeć się pokusom wywołanym myślami o niezrealizowanych zyskach. Przypomnijmy sobie przykład Barbary Kenworthy, zarządzającej w maju 1995 roku portfelem obligacji o wartości 600 milionów dolarów w Prudential Investment Advisors. **The Wall Street Journal** zacytował słowa pani Kenworthy, która powiedziała: „To, czym aktualnie żyjemy, stanowi nasz byt"[3]. Wyjaśniając, co autorka miała na myśli, **The Wall Street Journal** skomentował te słowa następująco: „Pani Kenworthy wchodzi w długoterminowe obligacje, pomimo że wie, iż nie można na nich dużo zarobić; czyni tak jednak dlatego, że powstrzymywanie się od inwestycji byłoby tożsame z chwilowym pozostaniem w tyle". Komentator giełdowy zauważył dość ironicznie: „30-letnie obligacje stanowią inwestycję o dość intrygującym horyzoncie czasowym". Spróbuj wyobrazić sobie, że jesteś doradcą inwestycyjnym, który stoi przed dylematem, czy zalecić klientowi zakup akcji Johnson & Johnson czy też rozwijającej się firmy z branży biogenetyki. Jeśli wszystko pójdzie dobrze, perspektywy tej rozwijającej się firmy będą wspaniałe; inwestycja w akcje Johnson & Johnson, choć mniej

ekscytująca, po aktualnej cenie też wydaje się dość dobra. Poza tym Johnson & Johnson ma uznaną markę i cieszący się szacunkiem zarząd. Co zrobisz, jeśli twój wybór okaże się niewłaściwy? Dzień po tym, jak udzieliłeś swojej rekomendacji rozwijającej się firmie, nadzieje związane z jej najnowszym i najbardziej obiecującym produktem zostają pogrzebane. Przypuśćmy z kolei, że tuż po zarekomendowaniu zakupu akcji Johnson & Johnson inna firma farmaceutyczna wypuściła na rynek nowy produkt, konkurencyjny wobec najlepiej sprzedającego się produktu Johnson & Johnson. Który wynik sprawi, że będziemy mniej żałować dokonanego wyboru oraz łatwiej nam przyjdzie kontynuować współpracę z niezadowolonym klientem?

Keynes już w **Ogólnej teorii** przewidział, że takie pytanie kiedyś padnie. Po tym, jak opisał inwestora, który ma odwagę, aby „zachowywać się ekscentrycznie, niekonwencjonalnie i zuchwale wobec ogólnie przyjętych zasad", stwierdził, że jego sukces „jedynie potwierdzi wiarę w jego zuchwałość; natomiast [...] jeśli dokonany przez niego wybór przyniesie porażkę [...] nie będzie mógł liczyć na żadną litość. Wedle mądrości tego świata lepiej przegrać w sposób konwencjonalny niż odnieść sukces w sposób niekonwencjonalny"[4].

Teoria perspektyw potwierdza wnioski wyciągnięte przez Keynesa, dokładnie przewidując decyzje, jakie ludzie mogą podjąć. Po pierwsze, prawdziwe zachowanie się wybranych akcji jest względnie mało istotne. Tym, co się naprawdę liczy, jest na przykład zysk, jaki można osiągnąć, inwestując w akcje wspomnianej wyżej rozwijającej się firmy w porównaniu z zyskiem z inwestycji w akcje firmy Johnson & Johnson. Po drugie, awersja do ponoszenia strat oraz strach sprawiają, że radość z zysku na akcjach rozwijającej się firmy będzie mniejsza niż ból w przypadku poniesienia strat. Inwestycja w akcje Johnson & Johnson jest do przyjęcia jako inwestycja długoterminowa, nawet jeśli czasami zyski, jakie daje, są niższe od średnich na rynku.

Akcje dobrych firm wcale nie muszą być dobrymi akcjami, ale na pewno można ułatwić sobie życie, zgadzając się z klientem, że tak

jest naprawdę. Tak więc w rozważanym przypadku powinieneś doradzić swojemu klientowi zakup akcji firmy Johnson & Johnson. Przyznaję, że nie ujawniłem wszystkich szczegółów wspomnianej historii. Artykuł w **The Wall Street Journal** z 24 sierpnia 1995 rozwodzi się nad tym, jak menedżerowie zarządzający inwestycjami stali się podejrzliwi wobec inwestycji w instrumenty finansowe zwane derywatami – o których będzie mowa w kolejnym rozdziale – co było wynikiem wielu szeroko publikowanych informacji o kryzysach, jakie dotknęły między innymi firmę Procter & Gamble oraz Orange County w stanie Kalifornia. W artykule zacytowano słowa Johna Carolla, menedżera zarządzającego funduszem emerytalnym o aktywach wartych 12 miliardów dolarów należącym do GTE Corporation: „Jeśli podjąłbyś właściwą decyzję i wykorzystał derywaty, mógłbyś osiągnąć niewielki dodatkowy zysk. Ale jeśli się pomylisz, możesz stracić pracę i narazić na szwank swoją wiarygodność inwestora". Andrew Turner, analityk w czołowej firmie doradczej świadczącej usługi klientom instytucjonalnym, dodaje: „Nawet jeśli uda ci się zatrzymać zajmowane dotąd stanowisko, zawsze będziesz się obawiał, że przylgnie do ciebie etykietka [osoby], którą wyrolował jakiś bank inwestycyjny". Pewien znany menedżer z Bostonu zgadza się z tym: „Jeżeli kupisz bezpiecznie wyglądające [...] akcje, na przykład Coca-Coli, właściwie nie ryzykujesz swoją karierą, ponieważ klienci będą uważali, że to głupi rynek winny jest temu, że coś nie wyszło".

***

W odpowiedzi na wady modelu racjonalnego zachowania grupa ekonomistów z Richardem Thalerem na czele skupiła uwagę na nowym polu badawczym nazwanym finansami behawioralnymi. Dziedzina ta bada, w jaki sposób inwestorzy radzą sobie z ostatecznym określeniem ryzyka oraz zysku, skoro raz potrafią zupełnie na zimno oceniać swoje szanse, podczas gdy innym razem kierują się silnymi emocjami. W wyniku zmieszania składnika racjonalnego z tym, co nie jest aż tak bardzo racjonalne, powstaje rynek kapitałowy, który nie zachowuje się tak, jak przewiduje to model teoretyczny.

Meir Statman z Uniwersytetu Santa Clara opisuje finanse behawioralne nie jako „odmianę typowych finansów: finanse behawioralne to nowe, lepsze finanse, uwzględniające lepszy model człowieczeństwa”[5]. Członków tej grupy możemy nazwać strażnikami teorii racjonalnego wyboru, ponieważ nieustannie sprawdzają oni, czy inwestorzy przestrzegają czy też łamią zasady racjonalnego zachowania ustalone przez Bernoullego, Jevonsa, von Neumanna, Morgensterna i Markowitza.

Na początku lat siedemdziesiątych Richard Thaler zainteresował się tymi zagadnieniami podczas zbierania materiałów do swojej pracy doktorskiej na University of Rochester, gdzie, jak wiadomo, szczególnymi względami cieszyła się teoria racjonalności[6]. Przedmiotem jego zainteresowań była wartość ludzkiego życia i próbował on udowodnić, że właściwa miara tej wartości jest równa kwocie, jaką ludzie byliby skłonni zapłacić, aby uratować swoje życie. Po przeanalizowaniu profesji obarczonych wysokim ryzykiem zawodowym, takich jak górnik czy drwal, postanowił odejść chwilowo od wymagającego modelowania statystycznego, które wykorzystywał, i po prostu zapytać ludzi o ich opinie na temat wartości życia.

Badania rozpoczął od opracowania dwóch pytań. Pierwsze brzmiało: ile byłbyś skłonny zapłacić, aby wyeliminować ryzyko natychmiastowej utraty życia, które wynosiłoby jeden do tysiąca? Drugie natomiast sformułował następująco: ile należałoby ci zapłacić, abyś zaakceptował ryzyko natychmiastowej utraty życia, które wynosiłoby jeden do tysiąca? Jak się później okazało, „różnice w odpowiedziach na oba pytania były zadziwiające. Typowa odpowiedź brzmiała następująco: »Nie zapłaciłbym więcej niż 200 dolarów, ale nie przyjąłbym dodatkowego ryzyka nawet za 50 000 dolarów!«”. Thaler wyciągnął więc wniosek, że „dysproporcja pomiędzy cenami zakupu i sprzedaży była **bardzo** interesująca”. Następnie sporządził listę tak zwanych zachowań nienormalnych – zachowań, które odbiegały od tego, co wynikałoby z klasycznej teorii racjonalności. Na tej liście umieszczono przykłady dużych różnic cen, po jakich dana osoba byłaby skłonna kupić i sprzedać określoną

rzecz. Objęła ona także sytuacje, w których ludzie nie potrafili zdać sobie sprawy ze straconych pieniędzy – pieniędzy, które zostały wydane bezpowrotnie, bez odniesienia z tego tytułu żadnych korzyści – tak jak w przypadku biletu do teatru wartego 40 dolarów, o którym była mowa w poprzednim rozdziale. Wielu ludzi pytanych o opinię „dokonałoby wyborów, których nie musieliby później żałować". W 1976 roku wykorzystał tę listę przy pisaniu pewnej pracy, której wynikami podzielił się tylko z bliskimi przyjaciółmi oraz „kolegami po fachu, których chciałem rozzłościć".
Wkrótce potem, biorąc udział w pewnej konferencji poświęconej ryzyku, Thaler poznał dwóch młodych badaczy, których Kahneman i Tversky przekonali do swojej idei, zgodnie z którą tak zwane nienormalne zachowanie często jest w istocie zachowaniem zupełnie normalnym, a postępowanie zgodne z zasadami racjonalnego zachowania należy właśnie do wyjątków. Jeden z nich przesłał później Thalerowi pracę Kahnemana i Tversky'ego zatytułowaną: **Wnioskowanie w sytuacji niepewności** (**Judgement Under Uncertainty**). Po zapoznaniu się z jej treścią Thaler zauważył: „Ledwie mogłem nad sobą zapanować"[7]. Rok później Thaler poznał Kahnemana i Tversky'ego i został ich gorącym zwolennikiem.

***

Meir Statman zainteresował się zachowaniami nieracjonalnymi, kiedy jeszcze jako student ekonomii spostrzegł, że ludzie mają tendencję do patrzenia na problem nie jak na pewną całość, lecz jak na grupę różnych zagadnień. Nawet poważani naukowcy piszący na łamach szanowanych gazet wyciągali błędne wnioski, zapominając, że całość jest rezultatem **interakcji** zachodzącej pomiędzy jej elementami lub – jak to nazwał Markowitz – kowariancji, nie zaś zbiorem składającym się z niezależnych części. Statman wkrótce się przekonał, że wypaczenia wynikające z „podświadomego księgowania" w żaden sposób nie ograniczają się tylko do społeczeństwa jako całości.
Statman podaje przykład, który odnalazł w pewnej gazecie, dotyczący wyboru, przed jakim staje właściciel domu. Chodzi w nim o to, czy lepiej wybrać kredyt hipoteczny o stałej czy o zmiennej

stopie procentowej[8]. Autorzy artykułu dużo miejsca poświęcili kowariancji pomiędzy spłatami kredytu i przychodami pożyczkobiorcy i wyciągnęli wniosek, że zmienna stopa procentowa byłaby najbardziej odpowiednia dla osób, których przychody generalnie rosną w tempie inflacji, natomiast stała stopa procentowa byłaby pożądana w przypadku osób o względnie stałych przychodach. Jednakże Statman zauważył, że autorzy artykułu zupełnie zignorowali kowariancję pomiędzy wartością samego domu i dwiema wymienionymi wcześniej zmiennymi; na przykład inflacyjny wzrost wartości domu mógłby spowodować, że spłata kredytu o zmiennej stopie procentowej stałaby się łatwa niezależnie od tego, co stanie się z przychodami właściciela domu.

W 1981 roku Hersh Shefrin, współpracownik Statmana na Uniwersytecie Santa Clara, przedstawił mu pracę zatytułowaną **Ekonomiczna teoria samokontroli** (**An Economic Theory of Self-Control**), którą Shefrin napisał wspólnie z Thalerem[9]. W pracy tej poruszono problem ludzi mających kłopoty z zachowaniem samokontroli, którzy rozmyślnie ograniczają swoje możliwości. Na przykład osoby z nadwagą unikają nawet wzięcia kawałka ciastka do ręki. W pracy tej zauważono również, że ludzie ignorują pozytywną kowariancję pomiędzy obciążającymi ich spłatami kredytu hipotecznego i wartością ich domu, pod którego zastaw mogą zaciągnąć nową pożyczkę; według nich dom jest „skarbonką", której nie wolno dotykać, mimo że teoretycznie zawsze mogą pożyczyć więcej na hipotekę. Jest to możliwe dzięki specjalnym programom pożyczek pod zastaw domów już obciążonych hipoteką**.

Rok później Shefrin i Statman wspólnie napisali artykuł poświęcony finansom behawioralnym pod tytułem **Wyjaśnienie preferencji inwestorów w odniesieniu do dywidendy** (**Explaining Investor Preference for Cash Dividends**)[10] opublikowany w **Journal of Financial Economics z** 1984 roku.

Pytanie, dlaczego firmy wypłacają dywidendy, od zawsze nurtowało ekonomistów. Dlaczego pozbywają się one aktywów na rzecz swoich akcjonariuszy, zwłaszcza gdy same muszą pożyczać środki w tym samym czasie? Od 1959 do 1994 roku instytucje niefinansowe w

Stanach Zjednoczonych pożyczyły ponad 2 biliony dolarów, podczas gdy kwota wypłaconych przez nie dywidend osiągnęła poziom 1,8 biliona dolarów***. Gdyby powstrzymano się od jakichkolwiek wypłat dywidend, można by uniknąć niemal 90 procent wzrostu zadłużenia.
Od 1959 do 1994 roku osoby fizyczne otrzymały dywidendy o wartości 2,2 biliona dolarów ze wszystkich spółek, zarówno finansowych, jak i niefinansowych, przy czym powstałe należności podatkowe dotyczyły każdego wypłaconego dolara dywidendy. Gdyby korporacje wykorzystały te pieniądze na wykupienie swoich akcji na giełdzie, zamiast trwonić je na wypłatę dywidend, zysk na akcję byłby większy, liczba papierów w obrocie mniejsza, a ich ceny poszłyby w górę. Pozostali akcjonariusze mogliby odnieść pożytek z korzyści „na koszt firmy", uzyskanych dzięki sprzedaży droższych akcji w celu sfinansowania konsumpcji, i zapłaciliby niższą stawkę podatku od zysków kapitałowych, która obowiązywałaby przez większość czasu. W rezultacie byliby bogatsi.
W celu wyjaśnienia tej zagadki Shefrin i Statman odwołują się do właściwego ludziom szufladkowania informacji, samokontroli, żałowania raz podjętych decyzji i awersji do ryzyka. W duchu „bezstronnego obserwatora" Adama Smitha oraz „superego" Zygmunta Freuda inwestorzy nie przestrzegają zasad racjonalnego podejmowania decyzji, ponieważ uważają, że ograniczanie wydatków na konsumpcję tylko do wysokości przychodów z dywidend jest właściwe; finansowanie konsumpcji ze sprzedaży akcji jest ich zdaniem niewskazane.
Shefrin i Statman postawili hipotezę, że psychika ludzka ma dwoistą naturę. Jedna strona naszej osobowości odpowiada za długoterminowe planowanie, kładzie nacisk na decyzje mające większy wpływ na naszą przyszłość niż na teraźniejszość. Natomiast druga strona oczekuje natychmiastowej gratyfikacji. Obie te strony pozostają w stałym konflikcie ze sobą.
Strona planująca potrafi od czasu do czasu odnieść małe zwycięstwo, podkreślając korzyści płynące z wyrzeczenia się bieżących korzyści. Jeśli jednak pojawi się potrzeba konsumpcji, strona ta zawsze przypomina o dywidendzie. Tak jak etykietka potrafi ukryć butelkę

alkoholu przed osobą uzależnioną, tak dywidendy skrywają kapitały, które można przeznaczyć na finansowanie natychmiastowych korzyści. Dzięki temu, że uświadamiamy sobie, iż z jednej strony przeznaczanie dywidendy na wydatki konsumpcyjne jest dopuszczalne, z drugiej jednak naruszenie kapitału jest grzeszne, nasza pierwsza natura potrafi trzymać wydatki konsumpcyjne pod kontrolą.

Jednakże kiedy tylko inwestorzy przemyślą tę sprawę w zaciszu domowego ogniska, zmieniają front i zaczynają bronić dywidendy, twierdząc, że posiadane przez nich akcje dają pewną dywidendę oraz nadzieję na regularny wzrost wartości. Brak dywidendy oznacza brak pieniędzy na wydatki. Nie ma więc wyboru. **W teorii** sprzedaż kilku akcji oraz otrzymanie dywidendy to działania doskonale substytucyjne – sprzedaż akcji pociąga za sobą nawet mniejsze zobowiązania podatkowe – ale z punktu widzenia kryterium samokontroli w praktyce daleko im do pełnej zamienności.

Shefrin i Statman przedstawiają czytelnikowi następujące dwie opcje do rozważenia. Pierwsza polega na odebraniu 600 dolarów dywidendy i zakupie odbiornika telewizyjnego. Druga wiąże się ze sprzedażą akcji za 600 dolarów i wykorzystaniem tak osiągniętego przychodu na zakup telewizora. W następnym tygodniu okazuje się, że w przypadku naszej spółki możliwe jest, że zostanie ona przejęta przez inną, w wyniku czego jej cena idzie ostro w górę. Która z decyzji sprawi, że będziesz bardziej żałował jej podjęcia? W teorii jedna nie powinna być gorsza od drugiej. Można przecież było wykorzystać 600 dolarów dywidendy na zakup kolejnych akcji zamiast nowego telewizora. Tak więc decyzja ta była równie kosztowna jak sprzedaż akcji w celu sfinansowania zakupu telewizora. W obu przypadkach tracimy możliwość zarobienia na akcjach wartych 600 dolarów.

O prawdziwym dramacie mówimy jednak dopiero wtedy, gdy dywidenda zostaje zmniejszona! W 1974 roku, gdy czterokrotny wzrost cen ropy zmusił spółkę Consolidated Edison do zawieszenia wypłat dywidendy po raz pierwszy od 89 lat, akcjonariusze biorący udział w walnym zgromadzeniu dostali ataku histerii. Prezesowi spółki zadawano właściwie tylko kilka pytań: Co mamy teraz zrobić?

Nie wiesz nawet, kiedy dywidenda będzie płacona ponownie. Kto będzie płacił za mnie czynsz? Byłam zamężna. Teraz Con Ed jest moim mężem. Tej akcjonariuszce nawet do głowy nie przyszło, że wypłata dywidendy ze strat jedynie osłabiłaby pozycję spółki i ostatecznie mogłaby doprowadzić ją do bankructwa. Cóż to za mąż bez grosza przy duszy? Sprzedaż akcji w celu pokrycia kosztów czynszu nie została nawet rozważona; w przypadku tej akcjonariuszki przychód z dywidendy i zyski kapitałowe to dwie zupełnie różne rzeczy. Tak jak w dobrym małżeństwie rozwód nie wchodził w rachubę.

Merton Miller z Uniwersytetu w Chicago, laureat Nagrody Nobla oraz jeden z najbardziej zagorzałych obrońców teorii racjonalnego wyboru, dyskutując o pracy Shefrina i Statmana, poczynił następującą obserwację odnośnie do inwestorów, którzy nie dowierzają profesjonalnym doradcom:

Dla tych inwestorów akcje są czymś więcej niż tylko abstrakcyjnym „kłębkiem stóp zwrotu" naszego modelu ekonomicznego. Za każdą akcją może kryć się prawdziwa historia rodzinnego interesu, kłótni, spadków [i] porozumień rozwodowych [...] niemal zupełnie nie mające nic wspólnego z naszą teorią doboru portfela. To, że w naszym modelu abstrahujemy od takich historii, nie wynika stąd, że są one nudne, ale stąd, że mogą okazać się tak interesujące, iż odciągną naszą uwagę od gry sił rynkowych, które powinny znajdować się w centrum naszej uwagi[11].

***

W rozdziale 5 części trzeciej wspomniałem o pracy zatytułowanej **Czy rynek giełdowy jest nadreaktywny?**, którą Thaler wraz z jednym z asystentów, Wernerem De Bondtem, zaprezentował podczas dorocznego spotkania Amerykańskiego Towarzystwa Finansowego w grudniu 1985 roku. W tamtym okresie w pracy tej doszukiwano się argumentów popierających teorię regresji do średniej. Tak naprawdę może ona służyć równie dobrze jako przykład upadku teorii racjonalnego zachowania.

Byłem jednym z dyskutantów biorących udział w spotkaniu z Thalerem i De Bondtem, w czasie którego dzielili się oni swoimi

odkryciami, i rozpocząłem swoje wystąpienie od następujących słów: „W końcu kręgi akademickie poznały prawdę, która była znana inwestorom od bardzo dawna”[12]. Ich odpowiedzią na pytanie postawione w tytule było kategoryczne „Tak”.

Jako przykład zastosowania teorii perspektyw Thaler i De Bondt udowodnili, że w momencie, gdy na rynek trafia nowa informacja, inwestorzy weryfikują swoje poglądy, jednak nie czynią tego zgodnie z obiektywnymi metodami wprowadzonymi przez Bayesa, lecz przypisują nowej informacji znacznie większą wagę niż powinni, nie doceniając znaczenia informacji otrzymanych wcześniej ani też mających wpływ na rynek w długim okresie. Innymi słowy, ważą oni prawdopodobieństwo otrzymania określonych wyników, opierając się bardziej na „rozkładzie wrażeń” niż na obiektywnych wyliczeniach opartych na rozkładzie historycznych prawdopodobieństw. W wyniku tego ceny akcji regularnie rosną i spadają bardziej, niż wynikałoby to z przyczyn obiektywnych, i dzieje się to tak długo, że przewidywalny staje się ruch przeciwny, niezależnie od tego, co się dzieje z zyskami lub wysokością dywidendy, lub jakimkolwiek innym czynnikiem obiektywnym.

Praca ta wywołała krytykę słuchaczy, zaszokowanych tym, że akcje wyceniane są w sposób irracjonalny. Spory wokół tego zagadnienia ciągnęły się latami, skupiając się głównie na zastosowanej przez Thalera i De Bondta metodzie zbierania oraz weryfikowania danych. Tymczasem wyniknął dodatkowy problem związany z kalendarzem: w styczniu odnotowywano bowiem nietypowo wysokie stopy zwrotu ze sprzedaży akcji przynoszących zyski i zakupów akcji tracących na wartości; w pozostałych miesiącach stopy te rozkładały się mniej więcej równo. Jednakże różne analizy przeprowadzane przez różne osoby dawały w tej kwestii sprzeczne wyniki.

W maju 1993 roku pod auspicjami prestiżowego Krajowego Biura Analiz Ekonomicznych ukazała się praca o podobnej tematyce, zatytułowana **Contrarian Investments, Extrapolation and Risk** (**Inwestowanie pod prąd, ekstrapolacja i ryzyko**)[13]. Trzej naukowcy: Josef Lakonishok, Andrei Shleifer oraz Robert Vishny przeprowadzili dogłębną analizę statystyczną, która potwierdziła, że

tak zwane akcje niedoszacowane – czyli sprzedawane po cenach niskich w stosunku do zysków spółki, wypłacanych dywidend lub posiadanych aktywów – wykazują tendencję do osiągania wyników znacznie lepszych od innych, wyżej wycenionych akcji, nawet po uwzględnieniu korekty wynikającej ze zmienności oraz uwzględniania innych przyjętych miar ryzyka.
Praca ta jest godna uwagi nie tyle ze względu na wnioski, jakie w niej zawarto, mało oryginalne, jakkolwiek by na nie patrzeć, czy też na dokładność lub elegancki sposób prezentacji danych statystycznych, ile raczej dlatego, że potwierdziła opisane przez Thalera i De Bondta behawioralne podłoże zaobserwowanych relacji. W krótkim okresie inwestorzy wyceniają akcje spółek przeżywających kłopoty zbyt nisko, po części ze względu na obawy przed żałowaniem raz podjętej decyzji, a po części ze względu na swoją krótkowzroczność, podczas gdy w dłuższym okresie zjawisko regresji do średniej powinno pomagać tym spółkom w szybkim powrocie do dobrej kondycji. Z tego samego powodu wartość spółek, które charakteryzuje szybki rozwój, jest zawyżana przez inwestorów, którzy nie potrafią pogodzić się z tym, że wzrost wartości spółki nie może trwać w nieskończoność.
Lakonishokowi, Shleiferowi i Vishny'emu z pewnością udało się przekonać do tego przynajmniej siebie samych. W 1995 roku założyli własną firmę świadczącą usługi w zakresie zarządzania powierzonymi środkami według opracowanego przez nich modelu inwestowania wbrew nastrojom na rynku.

***

Thaler nigdy nie porzucił fascynacji tą **bardzo** *interesującą* rozbieżnością pomiędzy cenami, po jakich ludzie byli skłonni kupować i sprzedawać takie same walory. Ukuł on określenie „efekt własności", które służyło do opisywania naszej skłonności do wyceniania wyżej tego, co posiadamy, niż identycznego przedmiotu, który do nas nie należy****.
W artykule z 1995 roku, napisanym wspólnie z Danielem Kahnemanem i Jackiem Knetschem, Thaler podał przykłady licznych eksperymentów opracowanych z myślą o zbadaniu siły oddziaływania

efektu własności[14]. W jednym z nich pewnej grupie studentów wręczono kubki Cornella i poinformowano, że mogą zabrać je do domu; przedstawiono im również różne oferty cenowe, po czym zostali oni poproszeni o podanie najniższej ceny, po jakiej skłonni byliby odsprzedać swoje kubki. Inna grupa studentów została poproszona o podanie najwyższej ceny, jaką byliby skłonni zapłacić za taki kubek. Okazało się, że przeciętny właściciel kubka nie sprzedałby go poniżej 5 dolarów i 25 centów, podczas gdy przeciętny nabywca nie zapłaciłby więcej niż 2 dolary i 25 centów. Kolejne eksperymenty potwierdziły tę rozbieżność.

Efekt własności wywiera ogromny wpływ na decyzje inwestycyjne. Zgodnie z klasyczną teorią, jeśli wszyscy inwestorzy doszliby do porozumienia odnośnie do wartości walorów finansowych, trzymaliby portfele o identycznym udziale aktywów obarczonych ryzykiem, takich jak na przykład akcje. Jeżeli taki portfel okazałby się zbyt ryzykowny dla danego inwestora, mógłby on część aktywów zamienić na gotówkę, podczas gdy inwestor szukający wyższego ryzyka mógłby wykorzystać taki portfel jako zabezpieczenie pod pożyczkę gotówki, którą następnie przeznaczyłby na zakup takich samych papierów jak te, które już posiada.

Okazuje się jednakże, że czasami teoria ta ma niewiele wspólnego z rzeczywistością. To prawda, że wielu inwestorów instytucjonalnych inwestuje w te same walory, ponieważ olbrzymie środki, jakie znajdują się w ich dyspozycji, zmuszają ich do dokonywania inwestycji w akcje o najwyższej kapitalizacji, takie jak General Electric czy Exxon. Ale mniejsi inwestorzy mają znacznie większe pole manewru. Trudno raczej znaleźć dwóch takich inwestorów posiadających identyczne czy choćby w jakiejś mierze pokrywające się portfele akcji. Kiedy tylko ktoś staje się właścicielem czegoś, nie jest mu później łatwo rozstać się z tym, niezależnie od tego, jaka może być tego obiektywna wartość.

Ogromny wpływ na wartość wywiera na przykład efekt własności związany z narodowością emitenta. Wprawdzie dywersyfikacja portfeli inwestycyjnych na skalę międzynarodową wzmogła się w ostatnich latach, ale Amerykanie nadal posiadają przede wszystkim

udziały w spółkach amerykańskich, a Japończycy w japońskich. A przecież w chwili pisania tej książki amerykański rynek giełdowy stanowił zaledwie 35, a rynek japoński 30 procent rynku światowego.
Jednym z możliwych sposobów wyjaśnienia tego fenomenu jest to, że znacznie trudniej zdobyć informacje o papierach wartościowych notowanych na rynkach zagranicznych niż na rynku krajowym. Jednak wydaje mi się, że powyższe wyjaśnienie nie może nas w pełni satysfakcjonować. Musi być w takim razie inne, bardziej przekonujące wyjaśnienie powodów, dla których inwestorzy tak niechętnie obejmują papiery wartościowe będące przedmiotem obrotu na rynkach stanowiących od 65 do 70 procent globalnego rynku inwestycyjnego.
Badania nad wpływem efektu własności na poziom inwestycji międzynarodowych zostały przeprowadzone w 1989 roku przez Kennetha Frencha, wtedy jeszcze pracownika Uniwersytetu w Chicago, a obecnie Yale*****, oraz Jamesa Poterbę z MIT[15]. Skupili się oni na wyjaśnieniu przyczyn unikania przez inwestorów amerykańskich udziałów w spółkach japońskich i **vice versa.** Działo się to w okresie, gdy inwestorzy japońscy posiadali zaledwie 1-procentowy udział w amerykańskim rynku giełdowym, podczas gdy inwestorzy amerykańscy posiadali nawet mniej niż 1 -procentowy udział w rynku japońskim. Inwestorzy z obu krajów wykazywali się dużą aktywnością na rynku konkurenta; znaczna część transakcji zakupu i sprzedaży amerykańskich akcji odbywała się w Japonii, a akcji japońskich w Stanach Zjednoczonych, jednak zakupy netto po każdej ze stron miały wymiar symboliczny.
Wynikiem tego były ogromne różnice w wycenie wartości na obu rynkach. Wyliczenia Frencha i Poterby wykazały, że posiadanie małych portfeli japońskich akcji przez amerykańskich inwestorów mogłoby być uzasadnione tylko w przypadku, gdyby Amerykanie oczekiwali realnej stopy zwrotu (po skorygowaniu o wskaźnik inflacji) na poziomie 8,5 procent w Stanach Zjednoczonych i 5,1 procent w Japonii. Posiadanie przez inwestorów japońskich niewielkich portfeli akcji amerykańskich miałoby sens jedynie wówczas, gdyby

Japończycy oczekiwali realnej stopy zwrotu na poziomie 8,2 procent w Japonii oraz 3,9 procent w Stanach Zjednoczonych. Zarówno uwarunkowania podatkowe, jak i ograniczenia instytucjonalne nie były w stanie wyjaśnić różnic, których istnienie sprawia, że von Neumann przewraca się dziś w grobie******. Nie mogły ich również wyjaśnić teorie poświęcone racjonalnemu podejmowaniu decyzji przez inwestorów. Wobec tego efekt własności musi stanowić klucz do odpowiedzi na postawione wcześniej pytanie*******.

***

Dowód przedstawiony w tym rozdziale stanowi jedynie namiastką zaciekłości, z jaką strażnicy teorii racjonalnego wyboru usiłowali przyłapać inwestorów łamiących jej reguły. Literatura poświęcona tej aktywności jest olbrzymia, bardzo urozmaicona i stale się powiększa. Przejdziemy teraz do omówienia największej ze wszystkich anomalii. Nawet jeśli miliony inwestorów byłyby gotowe przyznać się do tego, że postępują wbrew racjonalnym zasadom, rynek – tam, gdzie faktycznie ma to znaczenie – zachowuje się tak, jak gdyby kierował się jakimiś racjonalnymi przesłankami.

Co to znaczy: „tam, gdzie ma to znaczenie?". A jeśli tak się rzeczywiście dzieje, jaki to ma wpływ na kontrolowanie ryzyka? Keynes precyzyjnie wyjaśnił, co rozumie pod pojęciem „tam, gdzie ma to znaczenie". W słynnym już fragmencie **Ogólnej teorii zatrudnienia, procentu i pieniądza** kojarzy rynek akcji z „[...] jakby to powiedzieć, grą w snap, przypowieścią o Starej Służącej, krzesłami z musicalu – rozrywką, w której ten jest zwycięzcą, kto mówi »snap« w odpowiednim momencie, ani nie za wcześnie, ani nie za późno, kto wysyła Starą Służącą do sąsiada tuż przed tym, jak gra jest skończona, kto może być pewien, że wtedy, gdy muzyka ucichnie, dla niego nie zabraknie krzesła"[16].

Metafora Keynesa sugeruje przeprowadzenie testu, który pozwoliłby odpowiedzieć na pytanie, czy wtedy, gdy ma to znaczenie, rynek zachowuje się tak, jakby kierował się jakimiś zdroworozsądkowymi zasadami: dominacja postawy nieracjonalnej powinna racjonalnie postępującym inwestorom bez końca dostarczać nowych okazji ku temu, aby mogli jako pierwsi wykrzyknąć „snap", odesłać Starą

Służącą lub zająć krzesło przed innymi inwestorami, uciekającymi przed strażnikami teorii. Jeżeli jednak takie okazje się nie nadarzają lub trwają zbyt krótko, aby można było z nich skorzystać, równie dobrze możemy założyć, że rynek postępuje racjonalnie, nawet jeśli często jesteśmy świadkami tego, jak czynnik nieracjonalny wywiera nań swój wpływ. „Tam, gdzie ma to znaczenie" oznacza, że tak naprawdę jest bardzo niewiele okazji, aby odnieść korzyść z gry przeciwko nieracjonalnie postępującym inwestorom, nawet jeśli istnieje tak wiele dowodów na ich obecność na rynku. Tam, gdzie ma to znaczenie, zachowanie rynku odpowiada założeniom modelowym. Gdyby wszyscy inwestorzy ulegali takiemu samemu procesowi racjonalnego myślenia, stosunek do oczekiwanej stopy zwrotu oraz do ryzyka wyglądałby tak samo dla wszystkich osób, które w tym samym momencie posiadałyby takie same informacje. W mało prawdopodobnym przypadku, gdyby kilku inwestorów uległo pokusie nieracjonalnego zachowania, skończyliby oni, kupując akcje drogo i sprzedając tanio, podczas gdy lepiej poinformowani inwestorzy wpływaliby na ruch cen w przeciwnych kierunkach, zgodnie z rozsądnie określonymi zasadami. W każdym innym przypadku ceny podlegałyby zmianom tylko wtedy, gdy nowa informacja stawałaby się ogólnie dostępna. Wiemy jednak doskonale, że nowe informacje pojawiają się w sposób bardzo przypadkowy.

Tak właśnie funkcjonowałby zachowujący się w pełni racjonalnie rynek. Nikt nie byłby w stanie osiągnąć lepszych niż on wyników. Wszelkie nieliczne okazje byłyby natychmiast wykorzystywane. Przy identycznym poziomie ryzyka inwestorzy otrzymywaliby taką samą stopę zwrotu.

W prawdziwym świecie można odnieść wrażenie, że inwestorzy mają ogromne problemy z trwałym uzyskiwaniem wyników lepszych niż inni inwestorrzy. Bohater dnia dzisiejszego często już jutro wychodzi na głupca. W długiej perspektywie czasu aktywni menedżerowie inwestycyjni – inwestorzy, którzy przykładają wagę do wyboru odpowiednich akcji – pozostają w tyle za takimi indeksami giełdowymi, jak S&P 500, czy nawet indeksami obejmującymi więcej spółek, takimi jak Wilshire 5000 lub Russell 3000. Na przykład na przestrzeni ostatniej dekady 78 procent aktywnie zarządzanych

funduszy inwestycyjnych notowało gorsze wyniki niż fundusz powierniczy Vanguard Index 500, którego portfel odzwierciedla skład indeksu S&P 500 Composite; dane za poprzednie okresy nie są już tak jednoznaczne, ale indeks S&P 500 okazuje się zawsze zwyciężać w dłuższych okresach.

W tym schemacie nie ma nic nowego. W 1933 roku Alfred Cowles, zamożny inwestor oraz niezwykle bystry naukowiec amator, opublikował wyniki badań poświęconych analizom serwisów finansowych oraz informacji związanych ze wszystkimi transakcjami zakupu i sprzedaży dokonywanymi przez dwadzieścia czołowych firm ubezpieczeniowych. Cowles doszedł do wniosku, że najlepszy zbiór przypadkowych prognoz sporządzonych na podstawie ciągnięcia kart z odpowiedniego stosu był równie dobry jak najlepszy zbiór określony na podstawie rzeczywistych prognoz oraz że wyniki osiągane przez firmy ubezpieczeniowe „mogły być osiągnięte dzięki czysto przypadkowemu doborowi akcji”[17]. Obecnie, gdy aktywna jest tak ogromna liczba niezwykle wyrafinowanych inwestorów instytucjonalnych, którzy zdominowali rynek, uzyskanie wyników lepszych niż rynek i utrzymanie się na nim jest znacznie trudniejsze niż w przeszłości.

Jeżeli inwestorzy nie są w stanie nawzajem odgadywać swoich zamiarów, to być może tylko maszyna będzie potrafiła spożytkować nieracjonalne zachowanie się rynku; komputery nie obawiają się tego, że mogą żałować decyzji podjętych w przeszłości, są odporne na działanie efektu własności, obca jest im krótkowzroczność. Jak dotąd inwestowanie przy wykorzystaniu komputera podpowiadającego kupno walorów wtedy, gdy inni inwestorzy są przestraszeni rozwojem sytuacji na rynku, oraz sprzedaż, gdy inni są zbyt pewni siebie, dawało zróżnicowane wyniki. Inwestorzy stają się bardziej przestraszeni lub pewni siebie, niż przewidują to modele komputerowe; zdarza się, że ich zachowanie w ogóle wykracza poza znane komputerowi schematy. Jednak, jak wkrótce się przekonamy, skomputeryzowany handel papierami wartościowymi jest bardzo obiecującym obszarem badawczym.

Od czasu do czasu inwestorzy uzyskują wspaniałe wyniki. Ale jeśli nawet są one rezultatem umiejętności, a nie szczęśliwego zbiegu okoliczności, nadal pozostają dwa nierozwiązane problemy.
Po pierwsze, przeszłość jest mało wiarygodnym przewodnikiem po przyszłości. Patrząc wstecz, łatwo zauważyć zwycięzców, którzy są na pierwszym planie. Nie dysponujemy jednak odpowiednimi narzędziami, dzięki którym potrafilibyśmy z **wyprzedzeniem** wskazać inwestorów, których umiejętności pozwolą im odnieść sukces w przyszłości. Wyczucie czasu również ma znaczenie. Nawet inwestorzy, którzy odnieśli największe sukcesy na tym polu, tacy jak Benjamin Graham czy Warren Buffett, przez wiele lat notowali wyniki poniżej średniej. Inni z kolei zdobywają sławę dzięki zaledwie kilku udanym transakcjom, jednak gdy tylko grono ich naśladowców gwałtownie się zwiększy, uzyskiwane przez nich wyniki nie są już wcale lepsze od przeciętnych. Nikt nie wie, kiedy uda im się ponownie pokonać rynek, jeśli w ogóle jest to możliwe.
Niezłe wyniki osiągane przez fundusze indeksowe również są narażone na taki sam rodzaj krytyki, ponieważ historyczne rezultaty tych funduszy nie stanowią lepszej wskazówki ich przyszłej efektywności niż w przypadku zarządzania agresywnego. W rzeczywistości indeksy bardziej niż jakiekolwiek inne portfele odzwierciedlają wszystkie kaprysy i przypadki nieracjonalnego zachowania rynku. Jednak mimo to portfel opracowany z myślą o tym, aby odzwierciedlać zmiany głównych indeksów, takich jak na przykład S&P 500, ma pewną oczywistą przewagę nad aktywnie zarządzanymi zwykłymi portfelami inwestycyjnymi. Ponieważ transakcje następują tylko wtedy, gdy zmienia się indeks, koszty transakcyjne oraz podatki od zysków kapitałowych mogą być ograniczone do minimum. Co więcej, opłaty pobierane przez menedżerów funduszy indeksowych wynoszą około 0,01 procent wartości aktywów; aktywni menedżerowie biorą za swe usługi kilka razy więcej, często ponad 1 procent wartości aktywów. Te naturalne atuty nie zależą przy tym od szczęścia ani od czasu, ponieważ inwestor może je wykorzystać zawsze i wszędzie.
Drugi problem związany z wykorzystaniem umiejętności menedżerskich polega na tym, że strategie przynoszące zysk mają z

reguły krótki żywot. Rynki kapitałowe tak aktywne i płynne jak amerykańskie są niewiarygodnie konkurencyjne, przez co wyniki uzyskiwane dzięki testowaniu różnych koncepcji na podstawie danych z przeszłości niezmiernie trudno powtórzyć czy choćby podtrzymać przez dłuższy czas. Wielu bystrych inwestorów nie wzbogaci się, ponieważ inni mniej błyskotliwi gracze giełdowi bardzo szybko idą w ich ślady i sprawiają, że przewaga nowej strategii szybko maleje.

Ze względu na istnienie niebezpieczeństwa, że tak zwani wolni strzelcy mogą przejąć zyskowną strategię inwestycyjną, nie można wykluczyć, że istnieją tacy inwestorzy, którzy regularnie osiągają lepsze niż rynek wyniki, stosując metody, których skuteczność nie ma nic wspólnego ze szczęściem. Oni jednak uparcie strzegą swoich tajemnic. Paul Samuelson, laureat Nagrody Nobla, niezwykle elokwentny obrońca hipotezy, że rynek postępuje tak, jak gdyby był racjonalny, przyznał, że istnieje możliwość, iż: „Ludzie różnią się pod względem wzrostu, urody, mają różny poziom kwasowości skóry, dlaczego by zatem nie mieli się różnić pod względem współczynnika PQ, czyli ilorazu efektywności (**performance quotient**)?". Jednak jego wywód ma ciąg dalszy i Samuelson stwierdza, że niewiele osób z wysokim współczynnikiem PQ byłoby skłonnych dzielić się swoimi talentami „na przykład z Fundacją Forda czy departamentem powierniczym lokalnego banku. Na to z kolei mają oni zbyt wysoki iloraz inteligencji"[18]. Informacji o nich nie znajdziemy na łamach **Wall Street Week,** nie pokażą swej twarzy na okładce tygodnika **Time,** nie będą też pisali artykułów o teorii portfela dla innych fachowych pism.

Zamiast tego prowadzą oni prywatne spółki o ograniczonej liczbie inwestorów, od których wymaga się minimum siedmiocyfrowych udziałów. Ponieważ odnoszą oni korzyści zarówno ze wzrostu wartości kapitału, jak i z pobieranych opłat, powiększając własne środki o kwoty otrzymywane od innych osób, uzyskują dodatkową możliwość zastosowania efektu dźwigni, co dodatkowo wzmacnia ich PQ. Równie dobrze niektórzy z nich mogliby zostać mistrzami gry w snap.

W rozdziale 4 części piątej przyjrzymy się poczynaniom tych inwestorów. Strategie przez nich przyjęte wyrastają z teoretycznych i empirycznych doświadczeń sięgających korzeni teorii prawdopodobieństwa oraz przywołujących postać samego kawalera de Mere. Jednakże należy pamiętać, że strategie te opracowano na podstawie znacznie bardziej skomplikowanego poglądu na racjonalność rynku niż zaprezentowany przeze mnie. Jeżeli twierdzenie, że ryzyko oznacza szansę, jest wciąż aktualne, to drogę, którą kroczy świat, wytycza naprawdę niewielka grupa ludzi. Niemniej jednak prywatne spółki inwestycyjne nie stanowią o sytuacji na rynku. Większość inwestorów albo ma zbyt mało pieniędzy, albo, tak jak ogromne fundusze emerytalne, dysponuje tak znacznymi środkami, że ulokowanie znaczącej części aktywów w tego typu spółkach jest dla nich niemożliwe. Co więcej, poczynania funduszy mogą być paraliżowane obawą przed konsekwencjami podjętej decyzji, gdyby te niekonwencjonalne przedsięwzięcia inwestycyjne przyczyniły się do powstania strat. W każdym razie najwięksi inwestorzy, zaczynający eksperymentować z egzotycznymi koncepcjami ilościowymi, powinni wykazać daleko posuniętą ostrożność, aby nie wchodzić sobie w paradę.

***

Jakie wynikają stąd konsekwencje dla zagadnienia kontrolowania ryzyka? Czy występowanie przypadków nieracjonalnego zachowania rynku czyni inwestowanie bardziej ryzykownym? Odpowiedź na tak postawione pytanie wymaga uprzedniego określenia uwarunkowań historycznych.

Rynki kapitałowe od zawsze podlegały silnym wahaniom, ponieważ istota handlu na nich sprowadza się do obstawiania pełnej niespodzianek przyszłości. Dlatego kupowanie akcji, które nie mają ustalonego terminu wykupu, jest ryzykowne. Jedynym sposobem, w jaki inwestorzy mogą likwidować swoje pozycje, jest sprzedawanie sobie nawzajem akcji: każdy jest na łasce oczekiwań i gotówkowych zasobów innych uczestników rynku. Podobne dylematy wiążą się również z obligacjami, które różnią się jedynie tym, że pozwalają odzyskać pierwotnie zainwestowaną kwotę w określonym czasie w przyszłości.

Takie otoczenie stanowi niezwykle podatny na wszelkiego typu irracjonalne zachowania grunt: niepewność przeraża. Jeżeli nieracjonalnie zachowujący się inwestorzy przewyższają tych, którzy kierują się zasadami zdrowego rozsądku, zarówno pod względem liczby, jak i wielkości środków do dyspozycji, to ceny aktywów najprawdopodobniej dalekie będą od poziomu równowagi i równie prawdopodobne jest, że w takim stanie pozostaną przez dłuższy czas. Ów stan rzeczy może utrzymywać się tak długo, że cierpliwość racjonalnie postępujących inwestorów może ulec wyczerpaniu. Dlatego w większości przypadków rynek jest znacznie bardziej zmienny, niż byłby w sytuacji, gdyby wszyscy podpisali się pod modelem racjonalnego wyboru i pozwolili Kahnemanowi i Tversky'emu wykazać się w innych dziedzinach[19].

Niemniej jednak formalne zainteresowanie ryzykiem inwestycyjnym i zależnościami pomiędzy ryzykiem a stopą zwrotu jest stosunkowo świeżej daty. Harry Markowitz wysunął swoje tezy w 1952 roku, co na pierwszy rzut oka może wyglądać na stare dzieje, ale w rzeczywistości w historii rynków wydarzyło się to całkiem niedawno. Poza tym w okresie wielkiej hossy wczesnych lat pięćdziesiątych badania Markowitza nad ryzykiem związanym z doborem portfela spotkały się ze znikomym odzewem. Zaciekawienie tym zagadnieniem wśród naukowców zintensyfikowało się w latach sześćdziesiątych, ale inwestorzy zainteresowali się nim dopiero w roku 1974.

Powód, dla którego reakcja ta była tak opóźniona, związany jest z różnicowaniem się zmienności rynków. Od 1926 do 1945 roku – w czasach obejmujących wielki kryzys, załamanie gospodarki oraz drugą wojnę światową – odchylenie standardowe rocznej stopy zwrotu (bieżący dochód plus zmiana wartości kapitału) wynosiło 37 procent w skali roku, podczas gdy średnia stopa zwrotu wynosiła tylko około 7 procent rocznie. Jak widać, inwestowanie w tamtych czasach było naprawdę ryzykownym zajęciem!

Pamięć o tych wydarzeniach miała istotny wpływ na zachowanie się rynków w późnych latach czterdziestych i pięćdziesiątych. Nadal daleko było do dawnej gorączki spekulacyjnej oraz optymizmu,

nawet pomimo ogromnej fali hossy, która wyniosła indeks Dow Jones Industrial Average z poziomu poniżej 200 punktów w 1945 roku do ponad 1000 punktów w roku 1966. W okresie pomiędzy rokiem 1946 a 1969, mimo całkiem przyzwoitej stopy zwrotu rzędu 12 procent rocznie oraz krótkiego wybuchu entuzjazmu spekulacyjnego w 1961 roku, odchylenie standardowe całkowitej stopy zwrotu było równe zaledwie jednej trzeciej wartości z okresu 1926–1945.

Taki obraz rzeczywistości wnieśli inwestorzy w lata siedemdziesiąte. Któż obawiałby się ryzyka na takim rynku? W rzeczywistości wszyscy powinni mieć się na baczności. Od końca 1969 do końca 1975 roku stopa zwrotu z indeksu S&P 500 wyniosła zaledwie połowę tego, ile pomiędzy 1946 a 1969 rokiem, podczas gdy roczne odchylenie standardowe niemal się podwoiło, osiągając poziom 22 procent. Podczas 12 z 24 kwartałów objętych tym okresem inwestor grający na rynku akcji osiągnąłby lepsze wyniki, inwestując po prostu w bony skarbowe.

Menedżerowie, którzy do 1969 roku przyczynili się do wzrostu wartości portfeli swoich klientów o 70 procent dzięki inwestycjom w akcje, wyszli na głupców. Ich klienci mieli o nich jeszcze gorsze zdanie. Na jesieni 1974 roku w pierwszym numerze **The Journal of Portfolio Management** znalazł się artykuł napisany przez pracownika Wells Fargo Bank, który z goryczą przyznał:

Profesjonalne zarządzanie inwestycjami oraz osoby w to zaangażowane są niekonsekwentne, nieprzewidywalne, a teraz mają kłopoty [...] Klienci boją się nas, a także tego, co stosowane przez nas metody mogą przynieść w przyszłości, boją się nas tak samo lub nawet bardziej niż samych akcji [...] Ta branża bardzo potrzebuje nowych metod działania[20].

Po raz pierwszy kontrolowanie ryzyka stało się prawdziwym wyzwaniem. Pierwszym krokiem było położenie nacisku na dywersyfikację obejmującą nie tylko akcje, ale też cały portfel, zaczynając od akcji, przez obligacje po gotówkę. Dywersyfikacja zmusiła inwestorów do przyjrzenia się nowym obszarom oraz rozwinięcia odpowiednich technik zarządzania. Tradycyjna strategia,

opierająca się na prostej zasadzie „kup i trzymaj” papier aż do końca, w odniesieniu na przykład do obligacji długoterminowych została zastąpiona przez aktywne, wspomagane komputerowo zarządzanie aktywami o stałym dochodzie. Naciski na dywersyfikację zmusiły inwestorów również do wyjścia z inwestycjami poza obszar Stanów Zjednoczonych. Tam też znaleźli oni szanse na uzyskanie wysokich stóp zwrotu, zupełnie niezależnie od korzyści płynących z dywersyfikowania inwestycji na skalę międzynarodową.
Ale pomimo że tendencja do poszukiwania technik zarządzania ryzykiem zyskiwała na popularności, lata siedemdziesiąte i osiemdziesiąte wywołały nowe wątpliwości i obawy, jakie nigdy wcześniej nie stały się udziałem ludzi, których pogląd na świat kształtowany był w sprzyjającym okresie lat powojennych. Potem przyszły lata niepokoju, na które wpływ miał gwałtowny wzrost cen ropy, ktyzys konstytucyjny wywołany aferą Watergate i rezygnacją Nixona, tragedia zakładników w Teheranie oraz dramat Czarnobyla. Wrażenie dysonansu wywołane przez te wydarzenia było podobne do doświadczeń ludzi epoki wiktoriańskiej podczas pierwszej wojny światowej.
W związku z rozchwianiem systemu finansowego oraz gwałtownym wzrostem inflacji duża zmienność stóp procentowych, kursów walutowych oraz cen towarów, rzecz nie do pomyślenia w czasie poprzednich trzech dekad, stała się faktem. Konwencjonalne metody kontrolowania ryzyka nie mogły już sobie poradzić z tak nowym, tak niestabilnym i przerażającym światem.
W takich warunkach zaistniała sytuacja stanowiąca doskonały przykład awersji do dwuznaczności Ellsberga. Interesujące nas prawdopodobieństwo możemy wyliczyć na podstawie prawdziwych zdarzeń tylko wtedy, gdy podobne im zdarzenia występowały w przeszłości wystarczająco często, aby można było dopatrzyć się w nich elementu charakterystycznego dla gier losowych. Zdajemy sobie sprawę z tego, że pewne ryzyko wiąże się z wyjściem bez parasola na dwór w pochmurny dzień, ale w przeszłości przeżyliśmy już niejeden taki dzień i wysłuchaliśmy wystarczająco wielu komunikatów pogodowych, aby móc samemu określić, do pewnego stopnia oczywiście, prawdopodobieństwo deszczu. Natomiast gdy

mamy do czynienia z wyjątkowym zdarzeniem, gdy nikt wcześniej nie widział określonego kształtu i koloru chmur, obawiamy się, że wszystko może się zdarzyć, i premia za ryzyko gwałtownie rośnie. Wtedy albo zostajemy w domu, albo zabieramy ze sobą parasol za każdym razem, gdy wychodzimy na dwór, niezależnie od tego, jak bardzo jest to dla nas kłopotliwe. Taki właśnie scenariusz został wpisany w lata siedemdziesiąte, kiedy to zmienność cen zarówno akcji, jak i obligacji, była wyjątkowo wysoka w porównaniu ze zmiennością cen papierów wartościowych w latach sześćdziesiątych. Alternatywą było odkrycie metody pozwalającej na stłumienie siły tego, co nieoczekiwane, i kontrolowanie ryzyka związanego z tym, co nieznane. Wprawdzie dywersyfikacja inwestycji nigdy nie straciła na znaczeniu, ale aktywni inwestorzy już wcześniej uznali, że nie spełnia ona wymagań stawianych technice kontrolowania ryzyka, zarzucając jej, że jest zbyt prymitywna jak na czasy, w których przyszło im zmagać się ze zmiennością i niepewnością zdarzeń.

Dość przypadkowo zapewne czas imponującego postępu technicznego zbiegł się z ogromnym zapotrzebowaniem na innowacyjne metody kontrolowania ryzyka. Komputery wprowadzono do zarządzania inwestycjami dokładnie w okresie eskalacji obaw związanych z ryzykiem. Nowatorstwo i niezwykła moc obliczeniowa komputerów przyczyniły się do wzrostu poczucia alienacji, ale jednocześnie komputery poszerzyły nasze możliwości analizowania informacji i stosowania skomplikowanych strategii.

Skoro, jak wynikałoby to z teorii perspektyw, głównym wrogiem inwestorów są oni sami, to obecnie prowadzone badania skoncentrowały się na poszukiwaniu metod zabezpieczania się przed ryzykiem, co jest znacznie bardziej sensowne niż żałowanie podjętych decyzji, krótkowzroczność czy efekt własności. Nowa era zarządzania ryzykiem miała wkrótce nadejść, wraz z ideami, technikami i metodami wykorzystującymi system finansowy, którego klienci wywodzą się również spoza obszaru wytyczonego przez rynki kapitałowe.

Decydujący krok od przesądów do superkomputerów miał być wkrótce zrobiony.

**Przypisy**

[1] Prywatna rozmowa.
[2] Bell, 1983, s. 1160.
[3] „Obecna zwyżka obligacji długoterminowych wynika z działań spekulantów krótkoterminowych", Roger Lowenstein, *INTRINSIC VALUE, The Wall Street Journal*, 1 June 1995, s. Ci.
[4] Keynes, 1936, s. 158.
[5] Korespondencja prywatna.
[6] Poniższa anegdota pochodzi z pracy Thalera, 1991, s. xi-xii.
[7] Tamże, s. xii.
[8] Statman, 1982, s. 451.
[9] Thaler i Shefrin, 1981.
[10] Shefrin i Statman, 1984.
[11] Miller, 1987, s. 15.
[12] Bernstein, 1986, s. 805.
[13] Lakonishok, Shleifer i Vishny, 1993.
[14] Kahneman, Knetsch i Thaler, 1990, s. 170–177.
[15] French i Poterba, 1989.
[16] Keynes, 1936, s. 155–156.
[17] Bernstein, 1992, s. 34.
[18] Tamże, s. 143.
[19] W celu dokładnego zapoznania się z tą kwestią oraz związaną z nią literaturą zob. Shiller, 1989.
[20] Vertin, 1974, s. 10.
* Znakomity artykuł dotyczący tego zagadnienia zamieszczono w *The Triumph of Indexing*, broszurze wydanej przez Vanguard Group w maju 1995. Tą kontrowersyjną sprawą zajmiemy się bardziej szczegółowo nieco dalej w niniejszym rozdziale.
** W przemówieniu adresowanym do członków Krajowego Stowarzyszenia Właścicieli Nieruchomości w maju 1995 roku nikt inny jak tylko prezes Zarządu Rezerwy Federalnej Alan Greenspan potwierdził użytą przez nas przenośnię skarbonki: „Bardzo trudno jest przecenić wpływ trendów cen nieruchomości na psychikę i zachowanie konsumentów [...] Konsumenci uważają, że dom stanowi dla nich zabezpieczenie na przyszłość". W konsekwencji wzrostu

liczby udzielanych pożyczek mieszkaniowych wartość nieruchomości po potrąceniu zobowiązań spadła z 73 procent wartości nieruchomości w 1983 roku do około 55 procent według stanu z okresu, kiedy pisałem tę książkę, wywołując to, co *Business Week* z 10 lipca 1995 określił jako „główny czynnik ograniczający elastyczność wydatków".

*** Instytucje finansowe zostały wyłączone w celu uniknięcia podwójnego liczenia tych samych kwot. Banki i inne instytucje finansowe odpożyczają sektorowi niefinansowemu większość środków, jakie do nich wpływają.

**** Jak zwykle pierwszym, który zauważył tak oczywistą rzecz, był Szekspir. W *Tymonie Ateńczyku,* w akcie I, scenie 1, w. 168–171, Złotnik zwraca się do Tymona w te oto słowa: „Sprzedawca musi podać jakąś cenę;/Lecz to, czy towar jest jej wart, zależy/Od tego, kim jest nabywca" (William Shakespeare, *Tymon Ateńczyk,* Wydawnictwo Znak, Kraków 1997, przeł. Stanisław Barańczak).

***** Dziś profesor French wykłada w Tuck School of Business na Dartmouth College (przyp. red.)

****** W rzeczywistości w rozdziale siódmym swojej pracy z 1987 roku Thaler stwierdził, że teoria użyteczności von Neumanna i Morgensterna nie sprawdziła się z psychologicznego punktu widzenia.

******* Twierdzenie to należy rozumieć nieco szerzej. Różnice kulturowe i troska o dobro ojczyzny mają zapewne dodatni wpływ na krajowe papiery wartościowe oraz ujemny na zagraniczne.

## Rozdział 3

# Niezwykły świat instrumentów pochodnych

Derywaty, czy też instrumenty pochodne, są najbardziej skomplikowanymi, tajemniczymi i ryzykownymi instrumentami finansowymi. Są przeklinanym przez wielu symbolem lat dziewięćdziesiątych.

Oto fragment artykułu zamieszczonego w magazynie **Time** z kwietnia 1994 roku:

Ten niezwykły świat instrumentów pochodnych nie bazuje na staromodnej intuicji, ale na obliczeniach opracowywanych i nadzorowanych przez komputery stosujące zawiłe wzory matematyczne [...] wymyślane przez analityków metod ilościowych.

Poznaliśmy już cudowny świat instrumentów finansowych opartych na staromodnej intuicji. Teraz nadszedł czas na zapoznanie się z innym niezwykłym systemem stosowanym przez analityków metod ilościowych.

Pomimo towarzyszącej tym instrumentom w ostatnich latach atmosfery tajemnicy, prawdę mówiąc, nie ma w nich nic, co nie byłoby już wcześniej znane. Derywaty zostały wymyślone tak dawno temu, że doprawdy trudno powiedzieć, kto jest ich autorem: nie jest nim Cardano ani Bernoulli, Graunt czy Gauss. Potrzeba zastosowania tych instrumentów wyniknęła z potrzeby zmniejszenia czynnika niepewności, co nie jest przecież niczym nowym.

Derywaty są instrumentami finansowymi, które same w sobie nie posiadają żadnej wartości. Może zabrzmi to nieco niepoważnie, ale na tym właśnie polega ich istota. Termin „instrumenty pochodne” oznacza, że ich wartość jest pochodną wartości jakiegoś innego waloru, co stanowi o ich skuteczności jako instrumentów zabezpieczających przed niespodziewanymi zmianami cen. Zabezpieczają inwestorów przed ryzykiem związanym z posiadaniem

na przykład pszenicy, franków francuskich, obligacji rządowych czy akcji zwykłych – jednym słowem, wszelkich aktywów, których ceny podlegają wahaniom.
Frank Knight zauważył kiedyś: „Każdy akt produkcji jest spekulacją na względnej wartości pieniądza i wytworzonego produktu”[1].
Derywaty nie mogą zmniejszyć ryzyka związanego z posiadaniem zmiennych aktywów, mogą natomiast określić stronę, która akceptuje spekulację, oraz tę, która chce tego uniknąć.
Dzisiejsze instrumenty pochodne różnią się od swoich pierwowzorów tylko pod pewnymi względami: wyceniane są metodami matematycznymi, nie zaś na oko, ryzyko, przed jakim mają chronić, jest bardziej złożone, są projektowane i stosowane przez komputery; znalazły również zastosowania w zupełnie nowych dziedzinach.
Żadna z powyższych cech nie była jednak przyczyną gwałtownego wzrostu zainteresowania derywatami, która wyjaśniałaby nam, dlaczego przez pewien czas nie schodziły one z pierwszych stron gazet.
Derywaty mają wartość tylko w otoczeniu podatnym na zmiany; powstawanie coraz to nowych odmian tych instrumentów jest bez wątpienia znakiem naszych czasów. W ciągu ostatnich dwudziestu kilku lat zmienność oraz niepewność dotknęła obszary od lat uważane za stabilne. Aż do wczesnych lat siedemdziesiątych kursy walutowe były oficjalnie utrzymywane na sztywnym poziomie, ceny ropy zmieniały się w bardzo wąskim przedziale, a ogólny poziom cen rósł nie więcej niż 3 lub 4 procent rocznie. Nagłe pojawienie się ryzyka na obszarach uważanych za stabilne wywołało falę poszukiwań nowych i bardziej efektywnych narzędzi służących do jego kontrolowania. Derywaty wynikają z potrzeb gospodarki i rynków finansowych i nie wywołują same z siebie wahań, które są przedmiotem tak wielu obaw.

***

Istnieją dwie odmiany derywatów: kontrakty **futures** (kontrakty na przyszłą dostawę po określonej cenie) oraz opcje dające jednej ze stron prawo do kupna lub sprzedaży aktywów po określonej z góry cenie. Chociaż instrumenty te na pierwszy rzut oka mogą wydawać

się bardzo wyrafinowane, ich rola w zarządzaniu ryzykiem została prawdopodobnie określona już wieki temu na wiejskich farmach. Szczegóły zmieniały się wraz z upływem czasu, ale podstawowa potrzeba kontrolowania ryzyka pozostała niezmienna. Rolnicy nie mogą pozwolić sobie na tolerowanie zmienności, ponieważ stale zmuszeni są żyć na kredyt. Ich ogromne inwestycje w grunty i sprzęt oraz zapasy ziarna i nawozów wymagają pomocy finansowej banku. Zanim rolnik zarobi jakiekolwiek pieniądze, musi najpierw ponieść koszty, zasiać ziarno, a potem, żyjąc cały czas w strachu przed powodzią, suszą lub innym nieszczęściem, czekać na żniwa. Największa niepewność wiąże się jednak z tym, jaką cenę za zebrane plony będzie mógł uzyskać na rynku. Jeżeli będzie ona niższa od kosztów produkcji, nie będzie w stanie spłacić swoich długów i w konsekwencji może wszystko stracić.

Rolnik nie może zaradzić ryzyku związanemu z pogodą czy szkodnikami, może jednak przynajmniej uniknąć ryzyka związanego z przyszłą ceną sprzedaży. Może tak uczynić, sprzedając zbiory już w okresie siewu i zobowiązując się do dostarczenia ich kupcowi po z góry określonej cenie. Wprawdzie w razie zwyżki cen rolnik nie odniesie z niej żadnych korzyści, ale kontrakt **futures** pozwala mu uniknąć katastrofy finansowej w razie spadku cen. Ryzyko zniżki cen zostało tym samym przyjęte przez kogoś innego.

Tym kimś jest zazwyczaj firma zajmująca się przetwórstwem spożywczym, która znajduje się po przeciwnej stronie rynku i w związku z tym również ponosi ryzyko – odniesie ona korzyści, jeśli ceny surowców, jakich używa, spadną, straci zaś, gdy pójdą w górę. Przetwórca, zawierając kontrakt z rolnikiem, przenosi na niego ryzyko wzrostu cen. Transakcja ta, obejmująca kontrakty rzekomo obarczające ryzykiem obie strony, w rzeczywistości **obniża** całkowite ryzyko gospodarcze.

Czasem zdarza się, że drugą stroną takiej umowy jest spekulant – osoba, która skłonna jest przyjąć ryzyko, stawiając na określony scenariusz zdarzeń w przyszłości. Zgodnie z teorią inwestorzy spekulujący na rynkach towarowych zarobią na zawieranych transakcjach w długim okresie, ponieważ jest wiele osób, których płynność finansowa jest wrażliwa na ryzyko wynikające ze

zmienności cen na rynkach. W wyniku tego z reguły nie doszacowuje się zmienności, zwłaszcza na rynkach towarowych, a spekulant uzyskuje oczywistą przewagę dzięki awersji do ponoszenia strat cechującej producenta.
Już w dwunastym wieku sprzedawcy na średniowiecznych targach zawierali kontrakty nazywane **lettres de faire,** w których zobowiązywali się do dostarczenia w przyszłości towarów, jakimi handlowali. W siedemnastym wieku japońscy panowie feudalni sprzedawali na rynku zwanym **cho-ai-mai** ryż z dostawą w przyszłości w ramach kontraktów zawierających zabezpieczenie na wypadek złej pogody lub wojny. Przez wiele lat na rynkach metali, walut, produktów rolnych oraz, co stało się widoczne dopiero w ostatnich latach, na rynkach akcji i obligacji kontrakty z dostawą w przyszłości były popularnym środkiem zabezpieczającym przed ryzykiem wynikającym ze zmienności cen. Od 1865 roku kontraktami **futures** na takie towary, jak pszenica, półtusze wieprzowe oraz miedź, obracano na Chicago Board of Trade.
Opcje również mają swoją długą historię. W Księdze I **Polityki** Arystoteles opisał opcję jako „instrument finansowy oferujący możliwości wielorakich zastosowań". Siedemnastowieczna wrzawa wokół holenderskich tulipanów w znacznej mierze związana była raczej z handlem opcjami na tulipany niż z nimi samymi, przy czym handel ten był pod wieloma względami równie wyrafinowany jak wiele transakcji zawieranych w naszych czasach. Dilerzy handlujący tulipanami kupowali opcje kupna wtedy, gdy chcieli mieć pewność, że będą mogli zwiększać zapasy w przypadku wzrostu ceny; opcje tego typu dawały dilerowi prawo, nie zaś obowiązek, do wezwania drugiej strony transakcji do dostarczenia tulipanów po ustalonej wcześniej cenie. Hodowcy kwiatów, szukając zabezpieczenia przed spadkiem cen, kupowali opcje sprzedaży dające im prawo do sprzedaży towaru drugiej stronie transakcji po ustalonej wcześniej cenie. Druga strona tych transakcji – wystawca opcji – przyjmowała ryzyko w zamian za premie płacone przez nabywców opcji. Premie te miały rekompensować wystawcom opcji kupna ryzyko związane ze wzrostem cen, a wystawcom opcji sprzedaży ryzyko związane ze spadkiem cen.

Przy okazji można zauważyć, że najnowsze badania zmieniły obraz euforii towarzyszącej sprzedaży tulipanów w siedemnastowiecznej Holandii, która wywołana była raczej wykorzystaniem kontraktów opcyjnych w handlu. W rzeczywistości wygląda nawet na to, że zastosowanie opcji dało ludziom szansę uaktywnienia się na rynku, który dotychczas był dla nich zamknięty. Zła sława towarzysząca opcjom w rzeczywistości była podtrzymywana przez ludzi inwestujących w ten interes potężne sumy pieniędzy, którzy poczuli się dotknięci wtargnięciem intruzów na swój teren[2].
W Stanach Zjednoczonych opcje pojawiły się dość wcześnie. Brokerzy obracali na giełdzie opcjami kupna i sprzedaży już w latach dziewięćdziesiątych osiemnastego stulecia, wkrótce po zawarciu słynnego The Buttonwood Agreement. Po podpisaniu tego porozumienia powołano do życia instytucję, z której w przyszłości wyłoniła się giełda nowojorska, znana na całym świecie New York Stock Exchange.
Bardzo pomysłowo skonstruowany kontrakt pozwalający kontrolować ryzyko został wyemitowany 1 czerwca 1863 roku, kiedy to władze Skonfederowanych Stanów Ameryki, borykające się z brakiem środków finansowych, ogłosiły „siedmioprocentową pożyczkę bawełnianą". Pożyczka ta miała pewne niezwykłe cechy sprawiające, że przypominała ona instrument pochodny[3].
Podstawowa kwota pożyczki nie miała być spłacana w dolarach konfederatów ani też miejscem spłaty nie miało być Richmond w stanie Virginia, stolica zbuntowanych stanów. Zamiast tego podstawową kwotę pożyczki określono na „3 miliony funtów szterlingów lub 75 milionów franków francuskich"; miała być spłacana w czterdziestu półrocznych ratach w Paryżu, Londynie, Amsterdamie lub Frankfurcie, zależnie od wyboru właściciela obligacji, któremu dano dodatkową możliwość odebrania pożyczki w bawełnie zamiast w pieniądzach, liczonej po kursie 6 pensów za każdy funt wagi, „w dowolnej chwili, nie później jednak niż w ciągu sześciu miesięcy po ratyfikacji traktatu pokojowego pomiędzy walczącymi stronami".

Rząd konfederatów wykorzystywał bardzo wyrafinowane narzędzie kontrolowania ryzyka w celu nakłonienia angielskich oraz francuskich inwestorów do pożyczenia tak bardzo potrzebnych pieniędzy na sfinansowanie dokonywanych za granicami zakupów sprzętu wojskowego. Jednocześnie zabiegał o poparcie zagranicy, tak aby zwycięstwo konfederatów leżało w jej interesie. Ryzyko dewaluacji dolara konfederatów zostało zmniejszone dzięki wyposażeniu nabywcy w możliwość wyboru waluty francuskiej lub brytyjskiej jako pieniądza, w którym pożyczka miała być spłacona*. Opcja odebrania pieniędzy w bawełnie zabezpieczała przed skutkami inflacji, a jej atrakcyjność wynikała również z tego, że gwarantowała ona cenę rozliczeniową bawełny na poziomie 6 pensów, podczas gdy w Europie trudno było dostać bawełnę za mniej niż 24 pensy. Co więcej, ponieważ obligacja podlegała wymianie na bawełnę „w dowolnej chwili", opcja ta stanowiła coś w rodzaju zabezpieczenia przed niekorzystnym zakończeniem wojny, dając tym samym wystarczająco bystrym pożyczkodawcom możliwość odebrania swoich należności w bawełnie przed upadkiem rebelii.
Wystawcą tych opcji były stany konfederatów: wzięły one na siebie niepewne zobowiązania, ponieważ nie miały specjalnego wyboru w tej kwestii. Obietnica spłaty pożyczki w dolarach konfederatów zostałaby wyśmiana na rynkach kredytowych, a jej uplasowanie wymagałoby zaoferowania niepożądanej dwucyfrowej stopy procentowej. Premią otrzymaną przez konfederatów od pożyczkodawców, którzy nabyli te opcje, było obniżenie stopy procentowej: stopa procentowa w wysokości 7 procent była zaledwie o 1 punkt procentowy wyższa od tej, jaką rząd amerykański płacił za zaciągane w tamtych czasach pożyczki długoterminowe. Wprowadzenie opcji pozwoliło na przeprowadzanie transakcji, których integralną częścią była niepewność.
Dalsza historia tych obligacji również jest bardzo interesująca. Zapisy zaczęto przyjmować w marcu 1863 roku, ale aby postępować zgodnie z panującym wówczas zwyczajem, przychodów z emisji nie można było odebrać przed końcem września. Przez krótki czas obligacje te sprzedawano powyżej ich ceny emisyjnej, jednak po tym, jak zaczęły krążyć pogłoski o powiązaniach Jeffersona Davisa ze

sprawą niewykupionych obligacji w Missisipi, ich ceny gwałtownie spadły. Obawiając się, że subskrybenci mogą wycofać się z obietnicy dostarczenia gotówki przed końcem września, Urząd Skarbu Konfederatów wszedł na rynek, kupując, w celu podbicia ceny, obligacje za 1,4 miliona funtów przy emisji wartej 3 miliony. Konfederaci wywiązali się z zobowiązań odsetkowych przypadających na wrzesień 1863 roku, a także z dwóch następnych półrocznych rat przypadających w 1864 roku, i na tym był koniec. Równowartość zaledwie 370 tysięcy funtów zwrócono natomiast w bawełnie.
Chętnych do zakupu opcji jest wielu, jednak ich znajomość przedmiotu transakcji jest często ograniczona. Każdy, kto kiedykolwiek wziął kredyt hipoteczny z prawem do jego wcześniejszej spłaty, jest właścicielem opcji. W tym konkretnym przypadku to pożyczkobiorca – czyli właściciel domu – a nie pożyczkodawca posiada opcję pozwalającą określić warunki spłaty kredytu. Jaka jest zatem cena takiej opcji? Stopa procentowa, jaką pożyczkobiorca płaci na rzecz banku, jest wyższa niż w przypadku kredytu pozbawionego takiej opcji. Jeżeli stopy procentowe na kredyty hipoteczne spadną, wtedy właściciel domu może spłacić starą pożyczkę i zaciągnąć nową przy niższej stopie procentowej, w wyniku czego bankier poniesie stratę wynikającą z faktu zastąpienia kredytu zaciągniętego przy wysokiej stopie procentowej kredytem o niższej stopie procentowej. Kredyty oferowane z taką opcją są obecnie tak rozpowszechnione (czasami taka konstrukcja kredytów narzucana jest przez prawo), że większość właścicieli nieruchomości nie jest nawet świadoma tego, że ponosi dodatkowe koszty związane z nabyciem takiego prawa – zresztą większość bankierów również nie zdaje sobie z tego sprawy![**]
Poza konstruowaniem obligacji bawełnianych, rolniczymi kontraktami **futures**, opcjami na tulipany oraz prawem do wcześniejszej spłaty kredytu hipotecznego chodzi tu o coś jeszcze. Większość operacji handlowych oraz transakcji finansowych jest swoistym zakładem pomiędzy kupującym, który uważa, że płaci niską cenę, oraz sprzedającym, który uważa, że dostał dobrą, wysoką cenę. Jedna ze stron zawsze jest narażona na gorzkie rozczarowanie. Produkty umożliwiające kontrolowanie ryzyka są bardzo zróżnicowane. Dzieje

się tak niekoniecznie ze względu na to, że ktoś szuka okazji do szybkiego zysku, ale dlatego, że istnieje popyt na instrumenty, które pozwalają na przenoszenie ryzyka z osób cechujących się awersją do ryzyka na tych, którzy gotowi są to ryzyko zaakceptować. W przypadku pożyczki bawełnianej konfederaci przyjęli na siebie ryzyko zmiany kursów walutowych, a także przyjęli ryzyko poniesienia klęski, byleby tylko zachować różnicę pomiędzy oprocentowaniem w wysokości 7 procent a stopą procentową, jaka byłaby wymagana, gdyby chcieli zaciągnąć pożyczkę bez opcji; być może dostali oni pieniądze, których w ogóle by nie otrzymali, chcąc zaciągnąć pożyczkę na innych warunkach. Pożyczkodawcy – nabywcy obligacji konfederatów – zakupili opcje, które zmniejszyły ryzyko na tyle, aby zrekompensować im niższą stopę procentową lub możliwość przegrania wojny przez konfederatów. Zawierając transakcje, których przedmiotem była niepewność, obie strony zostały zwycięzcami.

***

Ile warta jest opcja? W jaki sposób handlujący opcjami na tulipany określali cenę opcji kupna lub sprzedaży i dlaczego ceny te podlegały zmianom w czasie? W jaki sposób inwestorzy udzielający pożyczki konfederatom doszli do przekonania, że opcja na spłatę pożyczki w funtach szterlingach, frankach lub w bawełnie wystarczająco zabezpieczała ich przed ryzykiem związanym z udzieleniem pożyczki? Ile dodatkowo powinien zapłacić właściciel nieruchomości zaciągający kredyt hipoteczny z opcją na wcześniejszą jego spłatę? Odpowiedzi na te pytania staną się oczywiste, jeśli najpierw przeanalizujemy zachowanie się pewnej opcji na akcję, która stanowi przedmiot aktywnego obrotu na giełdzie. 6 czerwca 1995 roku, kiedy giełdowa cena akcji AT&T wynosiła 50 dolarów, na rynku oferowano również opcję na akcje AT&T dającą prawo do zakupu jednej akcji po cenie 50 1/4 dolara do 15 października 1995 roku. Cena akcji była więc niższa od 50 1/4 dolara – ceny wykonania opcji; gdyby przez cały okres ważności opcji cena akcji pozostawała poniżej poziomu ceny wykonania, opcja byłaby bezwartościowa, a jej właściciel straciłby całą premię, jaką zapłacił. Wynika stąd, że nabywca opcji ponosi ryzyko tylko do wysokości premii, natomiast zysk wystawcy jest z góry ograniczony tylko do tej wysokości. Jeżeli

cena akcji AT&T wzrosłaby przed 15 października powyżej ceny wykonania opcji o kwotę większą niż zapłacona premia, opcja ta przyniosłaby zysk. W teorii potencjalne zyski z zakupu takiej opcji są nieograniczone.
6 czerwca 1995 roku opcje na akcje AT&T sprzedawane były po 2,5 dolara. Dlaczego właśnie po 2,5 dolara?
W porównaniu z próbą odpowiedzi na to pytanie doprowadzenie do końca partii **balia** Paciolego jest dziecinną igraszką! Możemy jedynie zgadywać, czy Pascal i Fermat byliby w stanie znaleźć na nie odpowiedź – i dlaczego nawet nie spróbowali. Holenderska tulipanomania, najlepszy przykład tego, co się dzieje, gdy zaczynają dominować „staromodne ludzkie przeczucia", pojawiła się zaledwie dwadzieścia lat przed tym, jak Pascal i Fermat po raz pierwszy wyłożyli zasady teorii prawdopodobieństwa; pamięć o tych wydarzeniach musiała być ciągle żywa, kiedy zabierali się oni do swoich historycznych rozważań. Być może zignorowali wyzwanie, jakim była wycena opcji, ponieważ kluczem do tej zagadki jest wycena niepewności. Jest to jednak sposób myślenia bliższy raczej naszym niż ich czasom.
W roku 1900 Louis Bachelier jako pierwszy spróbował zastosować matematykę zamiast intuicji do wyceny opcji. W latach pięćdziesiątych i sześćdziesiątych kilka innych osób próbowało swoich sił na tym polu, wśród nich Paul Samuelson.
Zagadka została ostatecznie rozwikłana w późnych latach sześćdziesiątych przez nikomu nieznanych trzech młodych ludzi, z których najstarszy nie miał nawet trzydziestu lat[4]. Fischer Black był fizykiem i matematykiem, doktorat obronił na Harvardzie; nigdy wcześniej nie miał styczności ani z ekonomią, ani z finansami. Wkrótce po rozpoczęciu kariery doszedł do wniosku, że akademickie studia naukowe są dla niego zbyt abstrakcyjne, dlatego też niedługo potem rozpoczął pracę w bostońskiej firmie doradczej Arthur D. Little. Myron Scholes był świeżo upieczonym absolwentem Wydziału Finansów w Graduate School of Business w Chicago, dokąd wyrwał się z rodzinnej firmy wydawniczej; dosłownie tuż przedtem znalazł się w Massachusetts Institute of Technology (MIT). Robert C.

Merton***, którego pierwszy opublikowany artykuł nosił tytuł **Nieruchomy ruch latającej wyspy Swifta**, niedawno uzyskał tytuł licencjata w dziedzinie inżynierii matematycznej na Uniwersytecie Columbia, wykładał jednak ekonomię na MIT jako asystent Samuelsona i nie miał jeszcze tytułu doktorskiego.
Black zmarł w 1995 roku, mając 57 lat. Był niezwykle sympatycznym, chociaż oszczędnym w słowach człowiekiem; w 1985 roku swoje prezydialne wystąpienie adresowane do Amerykańskiego Towarzystwa Ekonomicznego zatytułował jednym słowem – „Szum" – i wygłosił je w ciągu niecałych piętnastu minut. Scholes jest wrażliwym erudytą o ciemnej karnacji. Merton jest bardzo przyjacielski, ale i uparty. Wszyscy trzej ogromnie przyczynili się do rozwoju finansów, niezależnie od swego wkładu w rozwój teorii opcji****.
Cała historia rozpoczęła się w 1965 roku, kiedy to Black zaprzyjaźnił się z Jackiem Treynorem, który później dołączył do grona wybitnych ekspertów w dziedzinie teorii finansów. W tym czasie studiował ekonomię na MIT pod opieką Franco Modiglianiego, przyszłego laureata Nagrody Nobla w dziedzinie ekonomii. Kiedy Treynor pokazał Błackowi efekty swoich dotychczasowych rozważań poświęconych szukaniu odpowiedzi na pytanie, jak rynek ustala proporcje pomiędzy ryzykiem a stopą zwrotu, Black był zafascynowany. Jako pasjonat wolnego rynku zdecydował się zastosować koncepcję Treynora do wyceny opcji oraz, aby pomóc sobie w pracy, przyjął radę Treynora i zapisał się na czwartkowe wieczorowe warsztaty finansowe na MIT.
Trzy lata później Black w dalszym ciągu zmagał się z równaniami, jednak bez większego powodzenia. Analizy Treynora poświęcone wpływom fluktuacji rynku na wycenę poszczególnych papierów wartościowych okazały się mało pomocne. Black, wracając pamięcią do tego okresu, wspomina: „Myron Scholes i ja zaczęliśmy pracować razem". Obaj panowie spotkali się podczas czwartkowych warsztatów finansowych; wtedy to Black odkrył, że również Scholes zmagał się z tym samym problemem, stosując podobne metody badawcze. Związana z tym frustracja zbliżyła ich do siebie. Im dłużej pracowali razem nad równaniami, tym bardziej oczywiste stawało się dla nich,

że odpowiedź, której szukali, nie miała nic wspólnego z opracowanym przez Treynora modelem ryzyka i nagrody.
Wiosną 1970 roku Scholes opowiedział Mertonowi o problemach, z jakimi borykał się wspólnie z Blackiem. Problem ten natychmiast przyciągnął uwagę Mertona. Wkrótce rozwiązał go, wskazując przy tym, że byli na dobrej drodze, pomimo że nie byli tego świadomi. Praca nad modelem została wkrótce ukończona.
Mimo swej skomplikowanej konstrukcji algebraicznej podstawowa koncepcja, na której opiera się ten model, jest łatwa do przyswojenia. Wartość opcji zależy od czterech czynników: czasu, cen, stóp procentowych oraz zmienności. Czynniki te mają wpływ zarówno na opcje kupna, jak i opcje sprzedaży; poniżej przedstawię ich oddziaływanie na opcje kupna, które dają ich właścicielowi prawo do kupna akcji po określonej cenie.
Pierwszym z wymienionych czynników jest czas, jaki pozostaje do wygaśnięcia opcji; kiedy czas do wygaśnięcia jest jeszcze długi, opcja będzie warta więcej niż w przypadku, gdy czasu pozostało niewiele. Drugim czynnikiem jest różnica pomiędzy bieżącą ceną akcji i ceną określoną w kontrakcie opcyjnym, po jakiej posiadacz opcji może kupić lub sprzedać akcję – czyli ceną wykonania opcji; opcja kupna będzie warta więcej w przypadku, gdy bieżąca cena akcji jest raczej wyższa aniżeli niższa od ceny wykonania opcji. Poza tym wartość opcji zależy również od stopy procentowej, którą nabywca opcji może uzyskać w czasie oczekiwania na jej wykonanie, jak też od dochodu z aktywów, na jakie opiewa opcja, który może zrealizować w tym samym czasie wystawca opcji. Jednak najbardziej liczy się tu czynnik czwarty: oczekiwana zmienność aktywów, na które wystawiona została opcja, tak jak w przykładzie powyżej, gdzie cena akcji AT&T na rynku wynosiła 50 dolarów, a posiadacz opcji miał prawo kupić je po 50% dolara w dowolnej chwili między 6 czerwca i 15 października 1995 roku. Prawdopodobieństwo pójścia ceny akcji AT&T w górę lub w dół nie ma tu nic do rzeczy. Jedyne, co się liczy, to jak bardzo cena akcji może się zmienić, przy czym kierunek tej zmiany nie odgrywa roli. Uwaga ta jest na tyle sprzeczna z intuicją, że wyjaśnia po części, dlaczego Black i Scholes tak długo nie mogli znaleźć rozwiązania swojego problemu – nawet

wtedy, gdy było ono dosłownie na wyciągnięcie ręki. Zagadka została jednak rozwiązana dzięki asymetrycznej naturze samej opcji: potencjalne straty inwestora ograniczone są do wysokości zapłaconej premii, podczas gdy potencjalne zyski są nieograniczone.
Jeżeli cena akcji AT&T spadnie do 45, 40 lub nawet 20 dolarów w czasie do wygaśnięcia opcji, jej nabywca w każdym przypadku straci co najwyżej 2,5 dolara. Jeżeli cena akcji ukształtuje się na poziomie pomiędzy 50% dolara i 52% dolara, nabywca opcji zarobi mniej niż 2,5 dolara. W przypadku wzrostu ceny ponad 52% dolara potencjalne zyski są nieograniczone – przynajmniej w teorii. Przy zmiennych określonych zgodnie z modelem Blacka-Scholesa w czerwcu 1995 roku opcja na akcje AT&T była warta około 2,5 dolara, ponieważ inwestorzy oczekiwali, że akcje AT&T będą podlegały wahaniom rzędu 10 procent lub 5 punktów procentowych w każdą stronę w ciągu czterech miesięcy ważności opcji.
Zmienność jest zawsze podstawową determinantą. Dla porównania z akcjami AT&T rozpatrzmy teraz przykład akcji firmy Microsoft, lidera na rynku producentów oprogramowania. Tego samego dnia, kiedy cena akcji AT&T wynosiła 50 dolarów, a opcje na akcje tej firmy sprzedawane były po 2,5 dolara, akcje Microsoftu osiągnęły cenę 83% dolara, a opcja na zakup tych akcji w ciągu nadchodzących czterech miesięcy po cenie 90 dolarów kosztowała 4,5 dolara. Cena tej opcji była o 80 procent wyższa od ceny opcji na akcje AT&T, chociaż akcje Microsoftu były tylko o 60 procent droższe. Cena akcji Microsoftu różniła się od ceny wykonania opcji o niemal 7 dolarów w porównaniu z ledwie 1/4 dolara różnicy w przypadku akcji AT&T. Widać stąd, że rynek oczekiwał znacznie większej zmienności akcji Microsoftu niż AT&T. Według modelu Blacka-Scholesa rynek oczekiwał, że w ciągu nadchodzących czterech miesięcy akcje Microsoftu będą dokładnie dwa razy bardziej zmienne niż walory AT&T.
Akcje Microsoftu są obarczone znacznie większym ryzykiem niż akcje AT&T. W 1995 roku AT&T miało przychody w wysokości niemal 90 miliardów dolarów, 2,3 miliona akcjonariuszy, klientów w niemal każdym domu czy przedsiębiorstwie w kraju, słabnącą, ale ciągle silną pozycję monopolisty na rynku oraz lata nieprzerwanych wypłat

dywidendy. Akcje Microsoftu zostały udostępnione szerokim rzeszom inwestorów dopiero w 1982 roku, przychody Microsoftu w tym czasie wyniosły tylko 6 miliardów dolarów, jego baza klientów była znacznie mniejsza niż AT&T, firma musiała stawić czoła ogromnej i niezwykle wymagającej konkurencji usiłującej zmniejszyć udział Microsoftu w rynku, a w dodatku Microsoft nigdy wcześniej nie wypłacił żadnej dywidendy.

Uczestnicy rynku opcji wyczuleni są na takie różnice. Każda informacja wywołująca jakikolwiek ruch ceny akcji ma znaczenie, ponieważ akcje, które szybko tanieją, równie szybko potrafią odrabiać straty. Nabywcy opcji czekają na sytuacje, w których coś się dzieje; inwestorzy sprzedający opcje lubią akcje, które pozostają w bezruchu. Jeżeli cena akcji Microsoftu wzrośnie do 100 dolarów i nabywca opcji zrealizuje ją po cenie 90 dolarów, wówczas sprzedawca opcji straci 10 dolarów. Natomiast gdy cena akcji Microsoftu pozostanie na poziomie 83 dolarów, czyli nie zmieni się w porównaniu z ceną z okresu wystawienia opcji, sprzedawca opcji zarobi na czysto 4,5 dolara. Przez analogię, prawo do wcześniejszej spłaty kredytu jest warte znacznie więcej w przypadku znacznych zmian wysokości stóp procentowych niż wtedy, gdy są one stabilne. Opcje bardzo przypominają polisy ubezpieczeniowe i często są kupowane i sprzedawane z tych samych powodów. W istocie, gdyby polisy ubezpieczeniowe zamienić na zbywalne papiery wartościowe, polisy byłyby wyceniane przez rynek dokładnie tak samo, jak wyceniane są opcje. W okresie, na jaki ubezpieczenie zostało wykupione, osoba nabywająca polisę ma prawo sprzedać firmie ubezpieczeniowej określony składnik majątkowy po wcześniej uzgodnionej cenie – spalony dom, zniszczony samochód, rachunki od lekarza, a nawet swoje zwłoki – w zamian za co firma ubezpieczeniowa jest zobowiązana do wyrównania szkody, jaką poniosła ta osoba. Jeżeli dom nie spłonie, jeżeli samochód nigdy nie zostanie uszkodzony w żadnym wypadku, jeżeli posiadacz polisy cieszy się doskonałym zdrowiem oraz jeśli będzie żył dłużej, niż wcześniej zakładano, poniesie on stratę w wysokości zapłaconych składek. Wysokość premii uzależniona jest od stopnia niepewności, jaki towarzyszy każdemu zdarzeniu – fundamentów domu, wieku

samochodu (oraz kierowcy), historii dotychczasowych chorób posiadacza polisy ubezpieczeniowej oraz tego, czy ubezpieczający się jest górnikiem czy operatorem komputera. Derywaty nazywane przez nas opcjami, rozszerzając zakres ryzyka, od którego można się ubezpieczyć, zbliżają nas do świata wymyślonego przez Kennetha Arrowa, w którym można się zabezpieczyć przed każdym rodzajem ryzyka.
Obrót derywatami nie polega na zawieraniu transakcji, których przedmiotem są akcje, stopy procentowe, życie ludzkie, domy narażone na niebezpieczeństwo pożaru lub kredyty hipoteczne. Przedmiotem transakcji na rynku derywatów jest niepewność. Oto dlaczego opcje na akcje Microsoftu kosztują więcej niż na akcje AT&T, dlaczego polisa ubezpieczeniowa od skutków trzęsienia ziemi w Kalifornii jest droższa niż w Maine, dlaczego inwestorzy, którzy udzielili pożyczki konfederatom, byli w stanie uzyskać tak korzystne dla siebie warunki oraz dlaczego bankierzy obawiają się spadku oprocentowania kredytów hipotecznych.

***

Black i Scholes opisali swoją koncepcję wyceny opcji w artykule przesłanym w październiku 1970 roku do prestiżowego periodyku **The Journal of Political Economy**, wydawanego przez Uniwersytet w Chicago. Jednak wydawcy odrzucili ten tekst czyniąc Blackowi i Scholesowi zarzut, że za dużo jest w nim finansów, a za mało ekonomii*****. Równie szybko odesłali go wydawcy harwardzkiego **Review of Economics and Statistics**. Żadne z wydawnictw nawet nie podjęło próby oddania artykułu do oceny niezależnemu autorytetowi. Ostatecznie ukazał się w 1973 roku w majowo-czerwcowym wydaniu **The Journal of Political Economy** po interwencji dwóch wpływowych pracowników uczelni. Jak się okazało, zalicza się on do prac z dziedziny finansów i ekonomii, które wywarły największy wpływ na rozwój tych nauk.
Zaledwie miesiąc przed publikacją artykułu Blacka i Scholesa, w kwietniu 1973 roku, swe podwoje otworzyła Chicago Board Options Exchange, co było niezwykle szczęśliwym zbiegiem okoliczności. Giełda ta, znana bardziej jako CBOE, narodziła się w kuluarach Chicago Board of Trade, uznanego centrum obrotu towarowego.

CBOE po raz pierwszy dała dilerom handlującym opcjami na akcje możliwość zawierania wystandaryzowanych kontraktów oraz wprowadziła instytucję market makera, czyli maklera zapewniającego płynność obrotu opcjami dzięki stałej gotowości do nabywania lub sprzedawania opcji w zależności od zapotrzebowania. CBOE wprowadziła również surowe zasady obrotu opcjami oraz szybkiego informowania wszystkich zainteresowanych o zawartych transakcjach.
Pierwszego dnia z rąk do rąk przeszło 911 opcji na akcje 16 różnych spółek. Do 1978 roku dzienne obroty wzrosły średnio do 100 000 kontraktów. Do połowy 1995 roku każdego dnia zmieniało właściciela milion opcji na akcje. Na pozostałych czterech giełdach krajowych obracano dziennie kolejnymi 300 000 opcji dziennie. Biorąc pod uwagę fakt, że każda opcja opiewa na sto akcji, aktywność na rynku opcji jest naprawdę znaczna w stosunku do obrotów na innych giełdach papierów wartościowych.
Obecnie CBOE stanowi jedno z najbardziej nowoczesnych pod względem technologicznym centrów handlowych świata. Obejmuje ono ogromne powierzchnie, na których każdego dnia odbywa się handel, piwnice o powierzchni półtora akra wypełnione stojącymi tam komputerami z połączeniami kablowymi, którymi można by dwa razy opleść Ziemię wokół równika, oraz centrale telefoniczne, które mogłyby obsłużyć 50-tysięczne miasto.
Blackowi i Scholesowi dopomógł jeszcze jeden zbieg okoliczności. Dokładnie w chwili, gdy na łamach **The Journal of Political Economy** został opublikowany ich artykuł, a CBOE rozpoczęło swoją działalność, na rynku pojawił się podręczny kalkulator elektroniczny. Sześć miesięcy po opublikowaniu tekstu opisującego model Blacka-Scholesa firma Texas Instruments zamieściła w **The Wall Street Journal** półstronicową reklamę głoszącą: „I ty możesz obliczyć wartość z modelu Blacka-Scholesa za pomocą własnego [...] kalkulatora". Wkrótce maklerzy handlujący opcjami zaczęli używać terminów technicznych wziętych żywcem z artykułu Blacka i Scholesa, swobodnie operując współczynnikiem zabezpieczenia (**hedge ratio**), współczynnikiem delta czy stochastycznymi

równaniami różniczkowymi. Świat zarządzania ryzykiem wkroczył w nową erę.

***

We wrześniu 1976 roku Hayne Leland, 35-letni profesor finansów z Berkeley, spędził bezsenną noc, rozmyślając o stanie finansów swojej rodziny. Używając słów Lelanda: „Styl życia był zagrożony, nadszedł czas innowacji”[5].

Potrzeba jest matką wynalazków: Leland miał chwilę natchnienia. Na własną rękę gotów był pokonać głęboką awersję do ryzyka towarzyszącą rynkom kapitałowym w przededniu całej fali kryzysów dotykających zarówno rynek obligacji, jak i akcji w latach 1973–1974. Podjął się opracowania systemu pozwalającego zabezpieczyć portfele inwestycyjne przed stratą w ten sam sposób, jak robią to firmy ubezpieczeniowe rekompensujące ubezpieczonym poniesione straty. Inwestorzy, którzy wykupiliby ubezpieczenie, mogliby zaryzykować znaczną część – być może nawet całość – swego majątku akcyjnego. Tak jak każdy nabywca opcji mieliby oni nieograniczone możliwości zysku, natomiast w przypadku niepomyślnego obrotu spraw ich strata ograniczałaby się tylko do wysokości składki ubezpieczeniowej. W głowie Lelanda zaczęła kiełkować nowa idea.

Zanim zaczęło świtać, był już przekonany, że natrafił na coś niezwykłego. „Eureka – wykrzyknął. – Teraz już wiem, jak to trzeba zrobić”. Jednak zaraz po tym, jak wstał, by zmierzyć się z nowym dniem, ogarnęły go głębokie wątpliwości natury teoretycznej i technicznej. Natychmiast też udał się do biura Marka Rubinsteina, współpracownika z Berkeley, co do którego nie miał wątpliwości, że będzie potrafił dotrzymać tajemnicy.

Rubinstein był nie tylko znakomitym znawcą teorii i poważnym naukowcem – znał te zagadnienia również z własnego doświadczenia, wyniesionego z handlu opcjami na parkiecie Pacific Stock Exchange.

Na chwiejnych nogach, jednak z szaleńczym uporem, Leland nakreślił swój plan. W pierwszej chwili Rubinstein powiedział: „Jestem zaskoczony, że sam nigdy o tym nie pomyślałem”. Zaraz

potem zadeklarował swoją pomoc. Jeszcze na tym pierwszym spotkaniu obaj panowie uzgodnili, że założą spółkę zajmującą się sprzedażą wymyślonego przez nich produktu, którym było oczywiście ubezpieczenie portfela inwestycyjnego.
Zgodnie z tym, jak określił to Leland, ubezpieczony portfel naśladowałby zachowanie portfela z opcją sprzedaży – dającą prawo do sprzedania aktywów komuś innemu po określonej cenie w określonym czasie. Załóżmy, że inwestor kupuje 100 akcji AT&T po cenie 50 dolarów za sztukę i jednocześnie kupuje opcję sprzedaży akcji AT&T z ceną wykonania 45 dolarów za sztukę. Niezależnie od tego, jak bardzo może spaść cena akcji AT&T, inwestor nie straci więcej niż 5 dolarów. Jeżeli cena akcji AT&T przed wygaśnięciem opcji spadnie do 42 dolarów, inwestor może się zgłosić do wystawcy opcji, otrzymać od niego 4500 dolarów, po czym odkupić na rynku te 100 akcji za kwotę zaledwie 4200 dolarów. W takich okolicznościach opcja sprzedaży byłaby warta 300 dolarów. W sumie inwestor nie straci więcej niż 500 dolarów.
Pomysł Lelanda polegał na powieleniu zachowania się opcji sprzedaży przez, jak to określił, dynamicznie programowany system instruujący klienta, kiedy sprzedać akcje i zwiększyć pozycję gotówkową, jeśli ceny idą w dół. Do czasu, gdy cena akcji spadnie do poziomu wyznaczonego w opcji – 45 dolarów w naszym przykładzie – portfel składałby się w stu procentach z gotówki, dzięki czemu nie byłby już narażony na dalsze straty. Jeśli ceny poszłyby następnie w górę, gotówkę można by zainwestować ponownie, kierując się tą samą zasadą. Jeżeli ceny nigdy nie spadłyby poniżej ceny wyjściowej, wartość portfela nieustannie by się zwiększała. Tak samo jak w przypadku prostej opcji sprzedaży szczegółowe parametry dynamicznego programu zależałyby od odległości pomiędzy punktem wyjścia a dolnym poziomem zabezpieczenia, przedziału czasu oraz oczekiwanej zmienności portfela.
Różnica pomiędzy punktem wyjścia a dolnym poziomem zabezpieczenia odpowiada kwocie niepodlegającej ubezpieczeniu: tę stratę musiałby pokryć posiadacz polisy. Koszt takiej polisy zmieniałby się zgodnie z rytmem zmian na rynku. Kiedy tylko zaczęłaby dominować na nim tendencja zniżkowa, składniki portfela

byłyby stopniowo upłynniane. Kiedy tylko sytuacja uległaby odwróceniu, w skład portfela zaczęłoby wchodzić coraz więcej akcji, jednak nadal byłaby utrzymywana pewna ilość gotówki. W wyniku tego otrzymalibyśmy portfel, którego wartość zmieniałaby się w nieco mniejszym tempie w obu kierunkach; ta różnica stanowiłaby premię. Im większym wahaniom podlegałby rynek, tym większa byłaby premia wynikająca z mniejszej zmienności portfela. Tak samo jest w przypadku konwencjonalnych polis ubezpieczeniowych, w których składka, jaką należy opłacić, zależy od niepewności związanej z przedmiotem ubezpieczenia.

Dwa lata po tym znamiennym spotkaniu Leland i Rubinstein, pełni wiary, że uporali się ze wszystkimi przeszkodami, byli gotowi do działania. W tym czasie wiele wspólnie przeszli, by wspomnieć choćby o fatalnym błędzie w oprogramowaniu komputera, który sprawił na chwilę, że obaj zaczęli uważać, że zadanie, którego się podjęli, jest niewykonalne. Rubinstein zaczął nawet grać na giełdzie zgodnie z tym systemem, ryzykując własne pieniądze. Sukces, jaki odniósł, był tak oszałamiający, że opisano go nawet w magazynie **Fortune**. W 1979 roku rozpoczęto poważne przygotowania marketingowe, jednak wkrótce wyszło na jaw, że sprzedaż takiego pomysłu przerastała możliwości dwóch wykładowców akademickich. Nawiązali więc współpracę z Johnem O'Brienem, znawcą rynku i ekspertem z dziedziny teorii portfela. O'Brien zdobył pierwszego klienta na jesieni 1980 roku. Wkrótce zapotrzebowanie na ubezpieczenie portfela było tak duże, że działalność ta zaciekawiła też wielkich konkurentów. Warto tu może zauważyć, że zainteresowanie tego typu usługami wyraził Wells Fargo Bank z San Francisco, jedna z najbardziej renomowanych instytucji zajmujących się zarządzaniem portfelem. Do 1987 roku około 60 miliardów dolarów ulokowanych w papierach wartościowych było objętych ubezpieczeniem portfelowym, przy czym większość umów została zawarta w imieniu dużych funduszy emerytalnych.

Na początku stosowanie tego systemu napotykało wiele przeszkód, ponieważ obsługa równocześnie składanych zleceń kupna i sprzedaży kilkuset akcji była skomplikowana i kosztowna. Dodatkowo aktywni menedżerowie funduszy emerytalnych czuli się dotknięci

faktem, że jacyś amatorzy, często bez uprzedzenia, każą im dokupić lub sprzedać część aktywów wchodzących w skład zarządzanych przez nich portfeli.
Problemy te zniknęły w 1983 roku wraz z wprowadzeniem na rynek kontraktów **futures** na indeks S&P 500. Kontrakty te bardzo przypominają opisane wcześniej kontrakty na artykuły rolne, a podobieństwo polega na tym, że w kontraktach tych zawarte jest przyrzeczenie dokonania dostawy w określonym dniu i po określonej cenie. Istnieją jednak dwie istotne różnice. Drugą stroną zawierającą kontrakt **futures** na indeks S&P 500 jest zorganizowana giełda papierów wartościowych, nie zaś osoba prywatna lub firma, ale tak było również w przypadku wielu towarowych kontraktów **futures**. Jednak w odróżnieniu od materialnych towarów akcje 500 spółek wchodzących w skład indeksu S&P 500 nie mogą być fizycznie dostarczone z chwilą realizacji kontraktu. Zamiast tego właściciel kontraktu dokonuje rozliczenia gotówkowego opartego na zmianie wartości indeksu w okresie pomiędzy zawarciem kontraktu a dniem jego realizacji. Inwestorzy muszą na bieżąco uzupełniać powstałą różnicę wartości. W wyniku tego wszystkie kontrakty są cały czas w pełni zabezpieczone; dzięki temu giełda może zostać drugą stroną transakcji zawieranej z inwestorem chcącym nabyć lub sprzedać kontrakt **futures** na indeks.
Z kontraktami **futures** na indeks S&P wiąże się jeszcze jedna atrakcja. Pozwalają one inwestorom w efektywny i niedrogi sposób kupić lub sprzedać portfel obejmujący niemal wszystkie walory tworzące rynek, w odróżnieniu od uciążliwego skupowania lub wyprzedawania dużych ilości papierów wartościowych w ograniczonym czasie. Nie wywiera to żadnego wpływu na portfel aktywów bazowych inwestora ani na menedżera zarządzającego tym portfelem. Kontrakty **futures** na indeksy w znacznym stopniu uprościły mechanizm realizowania programu ubezpieczania portfeli inwestycyjnych.
Dla klientów, którzy przyłączyli się do tego programu, ubezpieczenie portfela okazało się idealną formą kontrolowania ryzyka, o której do tej pory mogli tylko marzyć – była to dla nich szansa wzbogacenia się bez ryzyka poniesienia straty. Pomiędzy sposobem

funkcjonowania tego mechanizmu a opcją sprzedaży i prawdziwą polisą ubezpieczeniową istniała tylko jedna różnica.
Jednak znaczenie tej różnicy było ogromne i ostatecznie okazała się ona decydująca. Opcja sprzedaży jest kontraktem: wystawiający opcję sprzedaży akcji AT&T jest prawnie zobowiązany do kupna akcji, jeśli właściciel opcji tego zażąda. Na CBOE istnieje wymóg, aby wystawiający opcję sprzedaży wniósł zabezpieczenie w gotówce potwierdzające jego gotowość do ewentualnego zakupu akcji. Firmy ubezpieczeniowe również podpisują umowy, w których zobowiązują się do zrekompensowania ubezpieczonemu strat w przypadku uzasadnionego roszczenia. Dlatego też ustanawiają one określone rezerwy na wypadek takiej ewentualności.
Skąd jednak pochodzą środki pozwalające upłynnić aktywa z ubezpieczonych portfeli w przypadku, gdy ceny na giełdzie idą w dół? To oczywiste, pochodzą one z rynku – z kieszeni wszystkich innych inwestorów, którym ubezpieczeni inwestorzy zechcą odsprzedać swoje akcje. Nie można mieć jednak żadnych gwarancji, że rynek będzie płynny zawsze wtedy, gdy zaistnieje taka potrzeba. Nie ma żadnego przepisu prawnego, który zmusiłby rynek do pokrywania strat klientów Lelanda i Rubinsteina oraz innych inwestorów, którzy ubezpieczyli swoje portfele. Pozostali inwestorzy nie byli nawet świadomi roli, jaką mieli odegrać. Według założeń Lelanda inwestorzy gotowi kupić akcje powinni zawsze się znaleźć, nie miał on jednak żadnej gwarancji, że wtedy, gdy będą potrzebni, staną na wysokości zadania i wypełnią swój obowiązek.
Efekty uboczne eksperymentu Lelanda i Rubinsteina dały o sobie znać w poniedziałek 19 października 1987 roku. Poprzedni tydzień okazał się prawdziwą katastrofą. Indeks Dow Jones Industrials spadł o 250 punktów, czyli o 10 procent, z czego połowa przypadła na piątek. Ogromna liczba zleceń sprzedaży napływała przez cały weekend, oczekując na realizację na sesji poniedziałkowej. W poniedziałek do południa rynek stracił 100 punktów, niemal 200 punktów oddał w ciągu następnych dwóch godzin i w końcu niemal 300 punktów w ciągu ostatniej godziny i piętnastu minut. Menedżerowie próbujący wykonać zlecenia sprzedaży generowane

przez komputer walnie przyczyniali się do rosnącej fali sprzedaży, która przykryła cały rynek.
Kiedy już było po wszystkim, właściciele ubezpieczonych portfeli ponieśli mniejsze straty niż wielu innych inwestorów. Część zleceń sprzedaży zrealizowali już w ciągu tygodnia poprzedzającego czarny poniedziałek.
Większość z nich pozbyła się akcji albo po określonym dolnym pułapie cenowym, albo tuż poniżej niego. Jednak wyprzedaż akcji następowała po cenach dużo niższych, niż się spodziewano. Dynamiczne programy zarządzające sprawujące pieczę nad ubezpieczonymi portfelami nie doceniły zmienności rynku, przeceniły natomiast jego płynność. To, co się stało, można porównać do sytuacji posiadacza polisy ubezpieczeniowej na życie, który musi płacić składki o zmiennej, nie zaś o stałej wysokości, a firma ubezpieczeniowa ma prawo podnosić ich wysokość, gdy tylko zorientuje się, że stan zdrowia ubezpieczonego stopniowo się pogarsza, w efekcie czego wzrasta prawdopodobieństwo zgonu klienta. Koszt ubezpieczenia portfela na tak rozchwianym rynku okazał się znacznie wyższy, niż wskazywałyby na to wstępne kalkulacje.

***

Przykry wypadek z ubezpieczeniem portfela nie miał jednak żadnego wpływu na rosnące zapotrzebowanie na produkty umożliwiające kontrolowanie ryzyka, nawet mimo że w ogóle wycofano się z ubezpieczania portfeli inwestycyjnych. W latach siedemdziesiątych i osiemdziesiątych zmienność pojawiała się niemal na wszystkich istniejących rynkach, nie oszczędzając nawet miejsc, gdzie jej dotąd w ogóle nie było lub gdzie jej obecność była bardzo ograniczona. Kiedy w 1981 roku uniezależniono dolara od ceny złota i pozwolono mu swobodnie się zmieniać w zależności od gry sił rynkowych, element zmienności zdominował rynki walutowe; od 1979 roku do połowy lat osiemdziesiątych, kiedy niezwykłym wahaniom zaczęły podlegać stopy procentowe, spokojne dotąd rynki obligacji stały się zmienne jak nigdy dotąd; w 1973 oraz w 1978 roku, kiedy ceny ropy naftowej rosły w szalonym tempie, wzrost zmienności nie ominął także rynków towarowych.

Efektem tego zaskakującego rozchwiania rynków była rosnąca liczba bankructw, która chyba w sposób najbardziej dobitny przekonała menedżerów o fundamentalnych zmianach zachodzących w gospodarce. Na przykład firma Laker Airlines, odnosząca oszałamiające sukcesy na rynku przewoźników transatlantyckich, zbankrutowała wkrótce po tym, jak zamówiła nowe samoloty od firmy McDonnell-Douglas, próbując wyjść naprzeciw rosnącemu popytowi na swoje usługi; otrzymujące większość dochodów w funtach Laker Airlines nie były w stanie spłacić swoich zobowiązań nominowanych w walucie amerykańskiej, której kurs zaczął ostro iść w górę. Renomowane kasy oszczędnościowo-pożyczkowe popadły w kłopoty, kiedy okazało się, że odsetki, jakie muszą zapłacić swoim depozytariuszom, cały czas rosną, podczas gdy ich dochody z kredytów hipotecznych o stałej stopie procentowej utrzymują się na jednakowym poziomie. Inna firma, Continental Airlines, zbankrutowała jeszcze szybciej, kiedy w czasie wojny w Zatoce Perskiej ceny ropy naftowej wzrosły do niebotycznego poziomu.
W rezultacie na rynku pojawił się nowy rodzaj klienta: firmy poszukujące lepiej przygotowanych do podjęcia ryzyka instytucji, które byłyby skłonne przyjąć na siebie ryzyko zmiany kursów walutowych, stóp procentowych oraz cen na giełdach towarowych. Firmy zareagowały tak, jak przewidzieli to Kahneman i Tversky. Tak, jak mogliśmy się domyślać, strach przed potencjalnymi stratami wydawał się większy niż satysfakcja z potencjalnych zysków, w wyniku czego awersja do ryzyka wywarła znacznie większe piętno na strategicznych decyzjach. Ale wtedy, gdy zmienność pojawiła się tam, gdzie nikt dotąd się jej nie obawiał, menedżerowie firm, tak jak rolnicy, którzy ponieśli w poprzednim roku stratę, zaczęli bardziej obawiać się o to, czy prowadzone przez nich przedsiębiorstwa w ogóle przetrwają, niż o zyski firmy, które stały się bardziej nieregularne niż mogliby się tego spodziewać, bądź o akcjonariuszy. Mimo że firmy potrafiły zabezpieczać się przed ryzykiem na płynnych i aktywnych rynkach opcji i kontraktów **futures** – na których można obecnie zawierać kontrakty na stopę procentową, waluty, towary oraz indeksy giełdowe – kontrakty te z założenia były przeznaczone dla tak wielu inwestorów, jak to tylko możliwe. Potrzeby większości

firm dotyczące kontrolowania ryzyka są zbyt indywidualne, zarówno pod względem przedmiotu zabezpieczenia, jak i przedziału czasowego, którego mają dotyczyć, aby znaleźć na rynku klientów gotowych im pomóc.
Wall Street od zawsze było miejscem, które sprzyjało tworzeniu innowacji finansowych, podczas gdy domy maklerskie tylko czekają na to, by wykorzystać pojawiający się nowy popyt na oferowane przez nie usługi. Największe na świecie banki komercyjne, inwestycyjne oraz firmy ubezpieczeniowe posiadające filie na całym świecie pospiesznie zakładają nowe firmy zatrudniające wyspecjalizowanych maklerów oraz inżynierów finansowych, którzy zajmują się tworzeniem nowych produktów zarządzania ryzykiem – szytych na miarę według potrzeb klientów instytucjonalnych, zabezpieczających przed niekorzystnymi zmianami stóp procentowych i kursów walutowych oraz cen surowców. W niedługim czasie wartość aktywów bazowych, których dotyczą te kontrakty – zwana wartością referencyjną – sięgnęła bilionów dolarów, kwoty, która najpierw zadziwiła, potem zaś przeraziła ludzi mających raczej blade pojęcie o naturze tego typu kontraktów.
Chociaż dziś w branży tej działa niemal dwieście firm, większość transakcji zawierana jest przez zaledwie kilka największych spośród nich. W 1995 roku same banki komercyjne posiadały derywaty o wartości referencyjnej rzędu 18 bilionów dolarów, z czego 14 bilionów przypadało na sześć instytucji: Chemical, Citibank, Morgan, Bankers Trust, Bank of America i Chase[6].
Niemal wszystkie te instrumenty rozliczane są tak jak kontrakty **futures**, zgodnie z opisem podanym powyżej. Każda ze stron zobowiązana jest zapłacić drugiej kwotę wynikającą tylko ze zmiany wartości aktywów bazowych, których dotyczy dany kontrakt. Kiedy ta sama instytucja lub firma posiada cały wachlarz kontraktów zawartych z jednym partnerem, płatności rozliczane są na zasadzie kompensowania wzajemnych należności, dzięki czemu unika się traktowania każdego kontraktu jako osobnej transakcji. W wyniku tego faktyczna wielkość zobowiązań jest znacznie mniejsza, niż można by sądzić na podstawie samej wartości referencyjnej. Zgodnie

z raportem sporządzonym w 1995 roku przez Bank Rozrachunków Międzynarodowych wartość spekulatywna wszystkich derywatów na całym świecie, wyłączając derywaty, którymi obraca się na zorganizowanych giełdach, wynosiła 41 bilionów dolarów, jednak gdyby każda ze stron zobowiązana do uiszczenia odpowiedniej zapłaty odmówiła jej dokonania, wówczas inwestorzy, którym należą się płatności, ponieśliby stratę w wysokości zaledwie 1,7 biliona dolarów, co odpowiada 4,3 procent wartości referencyjnej[7].
Te nowe produkty stanowią w istocie kombinację konwencjonalnych opcji i kontraktów **futures**, ale w swej najbardziej skomplikowanej postaci łączą w sobie wszystkie pomysły kontrolowania ryzyka, które opisałem wcześniej, poczynając od trójkąta Pascala do rozkładu normalnego Gaussa, od regresji do średniej Galtona i kowariancji Markowitza oraz od idei próby statystycznej Jakoba Bernoullego do poszukiwanej przez Arrowa idei uniwersalnego ubezpieczenia. Sposoby wyceny tak skomplikowanych instrumentów wykraczają daleko poza to, co wymyślili Black, Scholes i Merton. W rzeczywistości jednak wszyscy trzej trafili w końcu na Wall Street, by pomóc w projektowaniu oraz wycenie tych nowych produktów służących do kontrolowania ryzyka.
Kim jest druga strona zawierająca tak skomplikowane i zindywidualizowane kontrakty, którymi nie można obracać na giełdach publicznych? Kim są spekulanci akceptujący zmienność rynków, przed którą firmy tak bardzo chcą się zabezpieczyć? Tylko nieliczni partnerzy tych szytych na miarę kontraktów zaliczają się do grona spekulantów.
W niektórych przypadkach drugą stroną kontraktów jest inna firma, posiadająca zgoła odmienne potrzeby. Na przykład firma sprzedająca ropę naftową, chcąc zabezpieczyć się przed spadkiem cen tego surowca, mogłaby zawrzeć odpowiedni kontrakt z liniami lotniczymi szukającymi zabezpieczenia przed wzrostem cen ropy. Francuska firma, która potrzebuje dolarów dla swojej amerykańskiej filii, mogłaby przyjąć na siebie nominowane we frankach zobowiązania amerykańskiej firmy posiadającej filię we Francji, podczas gdy firma

amerykańska mogłaby przejąć zobowiązania dolarowe filii francuskiej.
Nie łudźmy się jednak, w rzeczywistości bardzo trudno jest znaleźć tak dobrze dobranych partnerów. W większości przypadków to bank lub pośrednik, który doprowadził do zawarcia transakcji, przyjmuje na siebie zobowiązania drugiej strony, pobierając z tego tytułu określoną prowizję. Rola banków i innych pośredników jest podobna do tej, jaką odgrywają firmy ubezpieczeniowe: mogą oni sobie pozwolić na przyjęcie ryzyka, którego starają się uniknąć firmy, ponieważ, w przeciwieństwie do swoich klientów, potrafią zdywersyfikować ryzyko, świadcząc usługi dużej liczbie klientów, którzy chcą zaspokoić zróżnicowane potrzeby. W przypadku gdy mają problemy ze zbilansowaniem swoich pozycji, zawsze mogą skorzystać z rynku publicznego, zawierając kontrakty opcyjne lub **futures** w celu przynajmniej częściowego zabezpieczenia swoich pozycji. Ogromne możliwości rynków finansowych w połączeniu z dywersyfikacją wpływającą na obniżenie ryzyka przekształciły charakter zmienności występującej w ostatnim okresie w taki rodzaj ryzyka, który firmy potrafią znacznie łatwiej kontrolować.

***

W 1994 roku niektóre z tych racjonalnych i skutecznych instrumentów kontrolowania ryzyka, których stosowanie podyktowane jest rozsądkiem, nagle zawiodły, przyczyniając się do powstania ogromnych strat klientów, których pośrednicy mieli z założenia ochraniać przed kłopotami. Zaskoczenie nie było wywołane faktem, że do tego doszło; prawdziwy szok wywołało to, że wśród ofiar znalazły się cieszące się dużym poważaniem prestiżowe firmy, wśród których wymieńmy tylko takie giganty jak Procter & Gamble, Gibson Greetings oraz niemiecką firmę Metallgesellschaft AG[8].
Nie istnieje żaden powód, dla którego instrumenty zabezpieczające miałyby być przyczyną strat inwestora, który taki instrument zastosował. Wręcz przeciwnie, duże straty wynikające z transakcji zabezpieczającej oznaczają, że operacja, przed którą firma się zabezpieczyła, przyniosła w tym czasie duże zyski. Jeżeli producent ropy ponosi straty na kontrakcie zabezpieczającym go przed

spadkiem cen, musi on realizować spore zyski dzięki wzrostowi cen, który wywołał stratę na kontrakcie zabezpieczającym; jeżeli linie lotnicze ponoszą stratę na kontrakcie zabezpieczającym przed wzrostem cen ropy, jest tak zapewne z powodu spadku cen, dzięki któremu linie lotnicze mogą zredukować koszty operacyjne.
Straty wynikłe z handlu derywatami, które przydarzyły się renomowanym firmom, wynikają z prostej przyczyny. Otóż menedżerowie, zamiast zmniejszać ryzyko, na jakie narażone były zarządzane przez nich firmy, nieustannie je zwiększali. Coraz większą wagę zaczęli przykładać do zysków osiąganych przez działy finansowe jako takie. Zdarzenia mało prawdopodobne traktowali jako niemożliwe. Kiedy stawali w sytuacji wymagającej dokonania wyboru pomiędzy pewną stratą i spekulacją, która mogła przynieść zysk, ale i pogłębić stratę, zawsze wybierali to drugie rozwiązanie. Zignorowali najbardziej podstawową zasadę teorii inwestowania: nie można oczekiwać dużych zysków bez przyjęcia ryzyka poniesienia znacznych strat.
Transakcje derywatami pomiędzy Bankers Trust a Gibson Greetings stanowią dla nas doskonały przykład zastosowania teorii perspektyw w praktyce. W pewnym momencie w 1994 roku Bankers Trust poinformował dział finansowy Gibson Greetings, że straty firmy wyniosły 17,5 miliona dolarów, ale według słów pracowników tego działu Bankers Trust uważał, że straty mogą być „potencjalnie nieograniczone”[9]. Gibson Greetings pospiesznie podpisało nową umowę ograniczającą potencjalne straty do 27,5 miliona dolarów. Umowa ta dawała jednocześnie szansę, w przypadku gdyby wszystko ułożyło się pomyślnie, na zredukowanie straty do zaledwie 3 milionów dolarów. Teoria perspektyw mówi, że ludzie ponoszący straty raczej podejmą ryzyko, niż zaakceptują pewną stratę. Gibson Greetings mogło zamknąć swoją pozycję i zaakceptować pewną stratę w wysokości 17,5 miliona dolarów, wybrano jednak rozwiązanie, z którym wiązało się spore ryzyko. Używając słów pewnego menedżera: „To jest bardzo podobne do zwykłego hazardu. Im dłużej grasz, tym bardziej się pogrążasz, cały czas oszukując się, że »to już naprawdę ostatnie rozdanie«”. Ale Gibson Greetings nie

wycofało się z tej niebezpiecznej zabawy przy następnym rozdaniu. Dopiero kiedy straty osiągnęły poziom 20,7 miliona dolarów, zarząd firmy zdecydował się zamknąć pozycję; przy okazji pozwał Bankers Trust do sądu, oskarżając tę firmę o pogwałcenie „stosunku powiernictwa".
Według słów Carola Loomisa, dziennikarza magazynu **Fortune**, Procter & Gamble został dosłownie „pożarty [w 1994 roku] przez niezwykle skomplikowane derywaty, w których zastosowano bardzo silny efekt dźwigni". Te instrumenty zostały również opracowane przez Bankers Trust, bank, który swojego czasu zamieszczał pełnostronicowe reklamy w wydawnictwach finansowych i gospodarczych, głosząc: „Ryzyko przybiera różne maski. Siła Bankers Trust tkwi w tym, że jego pracownicy pomogą ci pod nie zajrzeć". Zarząd Procter & Gamble poszedł w ślady Gibson Greetings, pokazując tym samym siłę teorii perspektyw. Niezależnie od tego, czy Raymond Mains, dyrektor finansowy firmy, był prawdziwym fachowcem, jego poczynania nie były oceniane z punktu widzenia płaconych przez firmę odsetek za wzięte kredyty; firma oceniała jego kwalifikacje tylko na podstawie ostatnich osiągnięć. Innymi słowy, zarząd firmy interesował się tylko tym, o ile mniej Mains płacił za wzięte kredyty w porównaniu z tym, ile kosztowały one rok wcześniej. Tymczasem na rynku zaczęło się robić naprawdę gorąco. Merton Miller, laureat Nagrody Nobla, wypowiadając się dość sarkastycznie na temat katastrofy, jaka przydarzyła się firmie, zażartował: „Czy wiecie, kto to jest Procter & Gamble? Procter to wdowa, a Gamble to sierota".
Szczegóły transakcji, która wywołała wszystkie te kłopoty, są niezwykle skomplikowane. Z drugiej strony, opowieści o nich mogą być niezwykle zabawne, jak choćby historia analizy tego przypadku przeprowadzonej w Szkole Biznesu Uniwersytetu Harvarda. Umowa dotycząca tej transakcji została podpisana na jesieni 1993 roku, po czterech latach nieprzerwanego spadku stóp procentowych z poziomu około 10 procent do niecałych 3 procent; transakcja zawarta przez Procter & Gamble świadczyła o silnym przekonaniu firmy, że po tak długim okresie spadków znaczący wzrost stóp procentowych jest na tyle nieprawdopodobny, że aż niemożliwy.

Oczywisty jest fakt, że nikt z zarządu firmy nigdy nie czytał Galtona – zjawisko regresji do średniej było im najwyraźniej nieznane.
Ryzyko przyjęte przez Procter & Gamble było niewspółmierne do potencjalnych zysków, które można by osiągnąć w przypadku utrzymania się stóp procentowych na obecnym poziomie lub ich dalszego spadku. Wartość referencyjna transakcji wyniosła 200 milionów dolarów w postaci pięcioletniej pożyczki udzielonej Procter & Gamble przez Bankers Trust, z tym jednak zastrzeżeniem, że maksymalna kwota oszczędności wynikająca z porównania oprocentowania zwykłej pożyczki udzielonej pod bony komercyjne wyniosłaby co najwyżej 7,5 miliona dolarów w całym okresie jej trwania. Według artykułu opublikowanego w **Fortune**, gdyby sprawy nie poszły tak, jak się tego spodziewano – czyli gdyby stopy procentowe nagle zaczęły iść w górę, zamiast spadać – sytuację, w jakiej znalazłaby się firma, można by porównać do „próby stawienia czoła trzęsieniu ziemi na rynku stóp procentowych".
4 lutego 1994 roku, zaledwie cztery miesiące po zawarciu umowy, Zarząd Rezerwy Federalnej nieoczekiwanie podniósł krótkookresowe stopy procentowe. Loomis relacjonował: „Rynek przeżył wstrząs, którego siła była wprost nie do opisania". Okazało się, że zarząd Procter & Gamble nie słyszał również o Kahnemanie i Tverskym, o czym świadczy zawarty 14 lutego, kiedy firma ponosiła już straty, kolejny kontrakt na 94 miliony dolarów na cztery lata i kwartał, ponownie obstawiający spadek stóp procentowych.
Stopy procentowe jednak nie spadły. Oprocentowanie bonów komercyjnych wzrosło z poziomu 3,25 procent w lutym do 6,5 procent w grudniu, podczas gdy podstawowa stopa procentowa oferowana najbardziej wiarygodnym klientom wzrosła z 6 do 8,5 procent. Dla Procter & Gamble była to prawdziwa katastrofa. W ramach pierwszego kontraktu Procter & Gamble musiał spłacać swoje zobowiązania wobec Bankers Trust przy stopie procentowej rzędu 14,5 procent aż do 1998 roku, podczas gdy w ramach drugiego kontraktu oprocentowanie wyniosło aż 16,4 procent w tym samym okresie.
Również w tym przypadku Bankers Trust dostał pozew sądowy i do czasu, gdy pisałem tę książkę, nie otrzymał jeszcze żadnych

płatności. A propos, pan Mains nie pracuje już dla Procter & Gamble.

***

Jakie powinniśmy wyciągnąć z tego wnioski? Czy derywaty są instrumentem dla samobójców czy też największym osiągnięciem w kontrolowaniu ryzyka?****** Źle się stało, że tak dobre firmy, jak Procter & Gamble czy Gibson Greetings, popadły w takie tarapaty, ale czy to oznacza, że cały system finansowy znalazł się w niebezpieczeństwie, ponieważ tak wiele osób próbuje uniknąć ryzyka i przerzucić je na barki kogoś innego? Jak ten ktoś inny da sobie radę z takim ciężarem? Patrząc na rzecz bardziej ogólnie, należy postawić pytanie: co ogromne zainteresowanie derywatami może nam powiedzieć o poglądach społeczeństwa u schyłku dwudziestego wieku na ryzyko oraz na niepewną przyszłość, która nas czeka? Wstrzymam się z odpowiedzią aż do następnego, ostatniego rozdziału książki.

James Morgan, publicysta **Financial Times**, zauważył kiedyś: „Derywaty są jak brzytwa. Dzięki nim możesz pozbyć się zarostu [...] lub popełnić samobójstwo”[10]. Inwestorzy posługujący się derywatami mają ten wybór i nie muszą ich wykorzystywać do tego, aby popełnić samobójstwo.

Do dziś nie wiadomo, kto ponosi odpowiedzialność za kłopoty Procter & Gamble oraz innych firm, jednakże ich przyczyna jest oczywista: zarządy tych firm zgodziły się wziąć na siebie ryzyko zmienności, zamiast zabezpieczać się przed nim. Stabilność przepływów gotówkowych, a przez to przyszłość tych firm stały się zakładnikami dokładności przewidywań zachowania rynku stóp procentowych. Podczas gdy Bankers Trust oraz inni dilerzy handlujący derywatami czynili użytek z trójkąta Pascala, rozkładu Gaussa, wykorzystywali kowariancję Markowitza, osoby odpowiedzialne za zarządzanie ryzykiem w firmach polegały jedynie na stopniach zaufania Keynesa. Rynek derywatów to nie jest miejsce, w którym należy ryzykować cały majątek firmy. Źle wybrali również ci, którzy w tym właśnie miejscu postanowili przekonać się o zmienności rynku.

Spekulanci, którzy sądzą, że wiedzą, co niesie ze sobą przyszłość, zawsze ryzykują, że mogą być w błędzie i wszystko stracić. Historia finansów zna wiele przypadków wielkich fortun straconych w wyniku postawienia wszystkiego na jedną kartę. Nikt nie potrzebował derywatów, aby zbankrutować w ekspresowym tempie. Nikt nie musi bankrutować szybciej tylko dlatego, że derywaty stały się w naszych czasach powszechnie wykorzystywanym instrumentem finansowym. Narzędzie to jest tylko posłańcem przekazującym informacje o inwestorze.
Informacje o stratach poniesionych przez kilka dużych korporacji w 1994 roku przez pewien czas nie schodziły z pierwszych stron gazet, ale większość inwestorów pozostała na te rewelacje obojętna. Załóżmy jednak, że konsekwencje transakcji zawartych przez korporacje byłyby dokładnie odwrotne – to znaczy że zamiast strat, miałyby one ogromne zyski. Czy partnerzy zawierający z nimi tego typu transakcje byliby wypłacalni? Drugą stroną transakcji, w których w grę wchodzą indywidualnie dopasowane kontrakty na instrumenty pochodne, są najczęściej banki komercyjne dysponujące ogromnymi rezerwami pieniężnymi, najlepsze banki inwestycyjne oraz firmy ubezpieczeniowe. Wielcy gracze zarobili na rynku w 1994 roku, roku niespodzianek, znacznie mniej niż rok wcześniej, jednak żaden z nich nawet na chwilę nie znalazł się w trudnej sytuacji. Na przykład Bankers Trust poinformował, że straty „nie przekroczyły naszych rezerw kapitałowych, przez cały czas kontrolowaliśmy poziom ryzyka, na jakie byliśmy narażenie [...] Proces zarządzania i kontroli poziomu ryzyka przebiegał bez żadnych zakłóceń".
Płynność finansowa tych instytucji podtrzymuje płynność finansową gospodarki światowej. Każdego dnia zawierają one miliony transakcji opiewających na biliony dolarów i angażujących złożone instrumenty finansowe, których należyte funkcjonowanie odgrywa kluczową rolę. Dopuszczalny margines błędu jest tu minimalny. Niedostateczna kontrola nad rozmiarem i dywersyfikacją przyjętego ryzyka jest nie do przyjęcia, zważywszy na wysoką zmienność instrumentów bazowych tych transakcji oraz stawkę, jaka wchodzi w grę. Ryzykujemy bowiem coś więcej niż tylko majątek pojedynczej instytucji.

Każdy jest świadom niebezpieczeństwa towarzyszącego takim sytuacjom, począwszy od zarządu każdej takiej instytucji, a skończywszy na agendach rządowych nadzorujących funkcjonowanie całego systemu. Tak zwane ryzyko systematyczne stało się salonowym określeniem stosowanym przez ludzi z tych kręgów; znajduje się ono przy tym w centrum zainteresowania banków centralnych oraz ministrów finansów na całym świecie. Ciągły rozwój metod badawczych pomaga mierzyć ryzyko systemu jako całości w coraz bardziej wszechstronny i przemyślany sposób*******.
Istnieje bardzo cienka granica pomiędzy działaniami zmierzającymi do zapewnienia absolutnego bezpieczeństwa i ograniczającymi rozwój rynku nowych produktów finansowych, które wykorzystywane w odpowiedni sposób mogą zmniejszyć zmienność przepływów gotówkowych w wielkich korporacjach i nie tylko. Firmy, które nie muszą się martwić zabezpieczaniem przed zmiennością rynku finansowego, mogą pozwolić sobie na podjęcie większego ryzyka związanego z podstawową działalnością, zwiększając inwestycje oraz wydatki na badania i rozwój. Instytucje finansowe są wrażliwe na zmienność stóp procentowych i kursów walutowych; w zakresie, w jakim potrafią się zabezpieczyć przed tą zmiennością, mogą pozwolić sobie na udzielanie kredytów szerszym kręgom klientów.
W takich okolicznościach społeczeństwo może tylko zyskać. W listopadzie 1994 roku Alan Greenspan, prezes Zarządu Rezerwy Federalnej, powiedział:
Są tacy, którzy twierdzą, że rolą osób sprawujących nadzór nad bankami jest minimalizowanie, a nawet całkowite wyeliminowanie możliwości upadku banku; ja uważam, że taki pogląd jest błędny. Gotowość do podejmowania ryzyka jest kluczowa dla rozwoju wolnego rynku [...] Gdyby wszyscy oszczędzający oraz wszyscy pośrednicy rynkowi inwestowali tylko w aktywa pozbawione jakiegokolwiek ryzyka, nigdy nie wykorzystalibyśmy drzemiącego w gospodarce potencjału[11].

## Przypisy

[1] Cytowane za *Unemployment and Mr. Keynes's Revolution in Economic Thought*, *Canadian Journal of Economics and Political Science*, Vol. 3, 1977, s. 113.
[2] Zob. Garber, 1989.
[3] Więcej szczegółów można znaleźć w Smithson i Smith, 1995, s. 26–28 (gdzie zamieszczono ilustrację), oraz Bali, 1991, s. 74–79, i Dodatek E.
[4] Pełny opis historii powstawania formuły wyceny opcji zob. Bernstein, 1992, rozdział 11. Przedstawiony tutaj opis w znacznej mierze opiera się na tym rozdziale. Wszystkie cytaty w tym miejscu zaczerpnięto z tego źródła.
[5] Pełny opis historii powstawania ubezpieczenia portfela zob. Bernstein, 1992, rozdział 14. Przedstawiony tutaj opis w znacznej mierze opiera się na tym rozdziale. Wszystkie cytaty w tym miejscu zaczerpnięto z tego źródła.
[6] Źródło: Office of the Comptroller of the Currency, **The New York Times**, 15 czerwca 1995.
[7] **Global Market for Derivatives**, **The Wall Street Journal**, 19 grudnia 1995, s. 1.
[8] Podstawowym źródłem wszystkich cytatów dotyczących tej części historii jest Loomis, 1995.
[9] O ile nie określono tego inaczej, wszystkie cytaty od tego miejsca do końca rozdziału pochodzą z Loomisa, 1995.
[10] Zamieszczono w **Grant's Interest Rate Observer**, 17 marca 1995.
[11] Przemówienie na forum Garn Institute of Finance, University of Utah, 30 listopada 1994.
* Obligacje te gwarantowały nawet zabezpieczenie przed ewentualną zmianą kursu funta szterlinga wobec franka francuskiego. W 1870 roku Francja pozbyła się zapasów złota, w wyniku czego jeden funt szterling wart był znacznie więcej niż 25 franków.
** Jest to jednak zbyt poważne uproszczenie, aby na jego podstawie wyciągać jakieś daleko idące wnioski. Większość indywidualnych kredytów hipotecznych jest łączona w pakiety razem z innymi kredytami hipotecznymi i oferowana w postaci obligacji szerokim

rzeszom inwestorów. W wyniku tego bankierzy przenoszą ryzyko związane z wcześniejszymi spłatami kredytów na rynek, który jest bardziej skłonny ponosić ryzyko tego typu; takie papiery wartościowe opiewające na kredyty hipoteczne są bardzo złożone, podlegają silnym wahaniom i są niezwykle ryzykowne dla inwestorów reprezentujących poziom amatorski.

*** Merton i Scholes założyli później jeden z największych i najbardziej agresywnych funduszy *hedgingowych* Long-Term Capital Management (LTCM), który zbankrutował w spektakularny sposób w 1998 roku, rok po tym, jak obaj zostali laureatami Nagrody Nobla w dziedzinie ekonomii (przyp. Kurhaus Publishing).

**** Wkład Roberta C. Mertona oraz Myrona Scholesa w rozwój finansów został nagrodzony przyznaniem im w 1997 roku Nagrody Nobla w dziedzinie ekonomii (przyp. Kurhaus Publishing).

***** Black podejrzewał, że chodziło tu jednak o coś poważniejszego i bardziej dlań przykrego: obawiał się, że brak odpowiedniego stopnia naukowego w ekonomii nie pozwalał mu zaliczyć się dozamkniętego grona osób, do którego przynależność była podstawowym kryterium doboru autorówdla wydawców *JPE.*

****** Literatura dotycząca derywatów jest bardzo bogata, ale mimo to szczególnie polecam lekturę jesiennego wydania *Journal of Applied Corporate Finance,* w całości poświęconego temu tematowi, a także książkę Smithsona i Smitha o zarządzaniu ryzykiem (Smithson i Smith, 1995).

******* W lipcu 1995 roku Zarząd Rezerwy Federalnej, Departament Skarbu oraz FDIC rozesłały ankiety, prosząc o uwagi na temat nowo opracowanego dokumentu, na mocy którego zmieniono stawiane bankom wymagania dotyczące kontroli poziomu ryzyka towarzyszącego transakcjom walutowym, towarowym oraz związanym z instrumentami dłużnymi i udziałowymi. Dokument składa się ze 130 stron zapisanych drobnym drukiem. Komitet Bazylejski, w którego skład wchodzą przedstawiciele banków centralnych krajów dysponujących największym potencjałem gospodarczym, wydał oficjalny biuletyn dotyczący nadzoru nad działalnością banków oraz domów maklerskich posługujących się

instrumentami pochodnymi; biuletyn ten został wydany pod egidą Systemu Rezerwy Federalnej w maju 1995 roku.

## Rozdział 4

# Natura świata

Wielki statystyk Maurice Kendall napisał kiedyś: „Ludzkość nie po to wydarła Opatrzności kontrolę nad swoim życiem [...] by zdać się na łaskę praw rachunku prawdopodobieństwa”[1]. Patrząc w przyszłość, w nadchodzące tysiąclecie, zapytajmy, jakie są szanse na to, że uda się nam zakończyć pracę nad stworzeniem nowych narzędzi sprawowania kontroli nad coraz bardziej rozległymi obszarami ryzyka, nie wyrzekając się przy tym szans na dalszy rozwój.

Aby na nie odpowiedzieć, przypomnijmy sobie najpierw poczynioną w 1703 roku przez Leibniza uwagę, która nawet dziś nie straciła nic ze swojej aktualności: „Natura sama ustaliła określone schematy w oparciu o pewne powtarzające się, choć nie zawsze w regularny sposób wydarzenia”. Zgodnie z tym, co napisałem już we wstępie, stwierdzenie to jest kluczowe dla zrozumienia całej książki. Bez tego nie byłoby mowy o żadnym ryzyku, ponieważ wszystko dałoby się przewidzieć. Bez tego wszystko byłoby niezmienne, ponieważ każde kolejne wydarzenie byłoby takie samo jak poprzednie. Bez tego życie byłoby odarte z jakiejkolwiek tajemnicy.

Wysiłki mające na celu zrozumienie istoty powtarzających się, choć nie zawsze w regularny sposób, zdarzeń, były głównym motywem bohaterów tej książki. Jednak pomimo wielu genialnych pomysłów oraz narzędzi, jakie stworzyli oni w celu rozwikłania piętrzących się przed nimi problemów, nadal wiele z nich czeka na rozwiązanie. Można odnieść wrażenie, że brak ciągłości, nieregularność oraz zmienność nasilają się, zamiast zanikać. W świecie finansów w zawrotnym tempie pojawiają się coraz to nowe instrumenty, nowe rynki rozrastają się znacznie szybciej niż stare, a globalne powiązania między nimi sprawiają, że kontrolowanie ryzyka staje się z dnia na dzień coraz bardziej skomplikowane. Brak właściwych zabezpieczeń, zwłaszcza na rynku pracy, co rusz powraca na pierwsze strony gazet. Środowisko, w którym żyjemy, nasze zdrowie, bezpieczeństwo

osobiste, a nawet nasza planeta wydają się atakowane przez wrogów, którzy nigdy dotąd nie byli nam znani.
Dajemy się ciągle zwodzić marzeniom o wyrwaniu ludzkości ze szponów praw rachunku prawdopodobieństwa. Dlaczego tak się dzieje?

***

Dla Leibniza trudność związana z dochodzeniem do ogólnych wniosków na podstawie małej liczby informacji wynikała ze złożoności natury, nie zaś z jej przewrotności. Wierzył on, że na świecie tak wiele się dzieje, że nie jesteśmy zdolni tego ogarnąć, studiując ograniczoną przecież liczbę eksperymentów. Podobnie jak większość mu współczesnych był absolutnie przekonany, że wszystkie zdarzenia podlegają jakiemuś ukrytemu porządkowi, który znany jest tylko Wszechmogącemu. Brakujące ogniwo, do którego odwołał się za pomocą słów „powtarzające się, choć nie zawsze w regularny sposób, zdarzenia", nie jest zupełnie przypadkowym, ale po prostu niewidocznym dla nas elementem całego skomplikowanego systemu.
Trzysta lat później Albert Einstein doszedł do takiego samego wniosku. W swym znanym komentarzu zamieszczonym w liście do słynnego fizyka Maxa Borna Einstein napisał: „Ty wierzysz w Boga, który gra w kości, ja zaś w kompletny porządek i prawa rządzące światem, które na pewno istnieją"[2].
Bernoulli i Einstein rzeczywiście mogą mieć rację, twierdząc, że Bóg nie gra w kości, ale na dobre czy złe oraz pomimo wszystkich naszych wysiłków, ludzkość nie posiadła jeszcze wszelkiej wiedzy o prawach określających porządek rzeczy w istniejącym świecie. Bernoulli i Einstein byli naukowcami badającymi zachowanie się świata przyrody, ludzie natomiast muszą się zmagać z zachowaniem istot, które zdecydowanie wykraczają poza wszelkie znane naturze wzorce: muszą się zmagać z samymi sobą. W rzeczywistości w miarę rozwoju naszej cywilizacji kaprysy natury miały dla nas coraz mniejsze znaczenie, podczas gdy coraz bardziej liczyły się decyzje podejmowane przez ludzi.

Wzajemne powiązania pomiędzy ludźmi nie stanowiły jednak przedmiotu zainteresowania przedstawionych w tej książce badaczy aż do dwudziestego wieku, kiedy to pojawili się Knight i Keynes. Większość z nich żyła u schyłku renesansu, w epoce oświecenia oraz za czasów panowania królowej Wiktorii, dlatego też sposób postrzegania prawdopodobieństwa odzwierciedlał ich poglądy na przyrodę oraz człowieka postępującego z regularnością i przewidywalnością znaną im z przyrody.
Zachowanie nie było po prostu przedmiotem ich rozważań. W kręgu ich zainteresowań znalazły się przede wszystkim gry losowe, choroby oraz przeciętna długość życia, które zależą raczej od sił przyrody niż od decyzji podejmowanych przez ludzi. Od zawsze uważano, że ludzie postępują racjonalnie (Daniel Bernoulli opisuje racjonalność jako „naturę człowieka”), co znacznie upraszcza sprawę, ponieważ wynika z tego, że zachowanie ludzi jest równie przewidywalne jak sama przyroda – a może nawet bardziej. Pogląd ten uzasadnia wykorzystanie terminologii nauk przyrodniczych do wyjaśniania zarówno zjawisk gospodarczych, jak i społecznych. Mierzenie wszystkich kwestii subiektywnych, takich jak preferencje czy awersja do ryzyka, przyjmowane było za oczywiste i nie podlegało dyskusji. We wszystkich przykładach żadna decyzja podjęta przez jednostkę nie miała wpływu na bogactwo innej jednostki.
Po zakończeniu pierwszej wojny światowej, wraz z pojawieniem się Knighta i Keynesa, nastąpił przełom. Ich „zupełnie inny sposób widzenia” niepewności nie miał nic wspólnego z naturą czy sporem Borna i Einsteina. Niepewność jest konsekwencją nieracjonalności, której źródeł Knight i Keynes upatrywali w ludzkiej naturze, co oznacza, że analiza procesu podejmowania decyzji oraz dokonywania wyboru nie ograniczała się już tylko do badania zachowania ludzi w odosobnieniu, jak choćby Robinsona Crusoe na jego bezludnej wyspie. Nawet von Neumann, ze swoją ogromną wiarą w siłę racjonalizmu, analizuje decyzje obarczone ryzykiem w kontekście świata, w którym wybory dokonywane przez poszczególne jednostki wywierają wpływ na innych ludzi, w którym każdy człowiek musi się liczyć z prawdopodobnymi reakcjami innych osób w odpowiedzi na podjęte przez niego decyzje. Stąd jest już bardzo blisko do

Kahnemana i Tversky'ego zajmujących się brakiem jednolitości oraz strażników teorii prowadzących swoje behawioralne dochodzenia. Chociaż większość zagadek, jakie Leibniz postrzegał w naturze, została rozwiązana w dwudziestym wieku, nadal staramy się rozwikłać inną tajemnicę, stanowiącą dla nas być może jeszcze większe wyzwanie, cały czas szukając odpowiedzi na pytania, w jaki sposób ludzie podejmują decyzje oraz jak reagują na ryzyko. Gilbert Keith Chesterton, naukowiec, nowelista i eseista, patrząc przez pryzmat filozofii Leibniza, opisał to w następujący sposób: Prawdziwy kłopot z naszym światem nie polega na tym, że nie wiemy, czy jest on racjonalny, czy nie. Rzecz w tym, że jest on racjonalny, ale nie do końca. Życie nie jest splotem pozbawionych sensu zdarzeń; jest ono jednak pułapką dla logików. Ono po prostu wygląda na nieco bardziej uporządkowane niż jest w rzeczywistości; jego ścisłość jest oczywista, ale wpisany weń brak precyzji jest ukryty; jego dzika i nieokiełznana natura czeka w ukryciu, by się przebudzić[3].
Czy w takim świecie prawdopodobieństwo, regresja do wartości średniej oraz dywersyfikacja są bezużyteczne? Czy można w ogóle zastosować jakieś potężne narzędzia, które pozwoliłyby nam wykorzystać zmienność natury do poszukiwania odpowiedzi na pytanie, skąd bierze się wpisana w świat niedokładność? Czy jego dzika i nieokiełznana natura będzie zawsze czekała w ukryciu, by kiedyś dać o sobie znać?

***

Rzecznicy teorii chaosu, stosunkowo młodej alternatywy dla koncepcji formułowanych przez Pascala i innych, twierdzą, że udało im się odsłonić skrywaną dotąd przed nami przyczynę niedoskonałości świata. Zdaniem teoretyków chaosu bierze się ona ze zjawiska zwanego nieliniowością. Nieliniowość oznacza, że skutek nie jest proporcjonalny do wywołującej go przyczyny. Ale teoria chaosu idzie tu w sukurs Laplace'owi, Poincarému i Einsteinowi, głosząc, że nie ma zdarzenia bez właściwej mu przyczyny – tak jak postawiona na czubku szyszka przewracająca się w wyniku „nawet najlżejszego wstrząsu".

Orędownicy teorii chaosu zaprzeczają twierdzeniu, że symetryczny rozkład normalny stanowi opis rzeczywistości. Gardzą oni statystyką liniową, w której na przykład wysokość oczekiwanej stopy zwrotu zależy od przyjętego ryzyka lub, mówiąc ogólnie, osiągnięte wyniki w sposób bezpośredni zależą od włożonego wysiłku. Konsekwentnie odrzucają oni klasyczne teorie prawdopodobieństwa, finansów i ekonomii. Dla nich trójkąt arytmetyczny Pascala jest zabawką dla grzecznych dzieci, Francis Galton był starym głupcem, a Queteleta ukochana krzywa w kształcie dzwonu jest tylko karykaturą rzeczywistości.

Dimitris Chorafas, niezwykle jasno wyrażający się komentator teorii chaosu, opisuje chaos jako: „[...] rozłożoną w czasie ewolucję, której kierunek w ogromnym stopniu zależy od warunków początkowych”[4]. Najbardziej popularnym przykładem zaczerpniętym z tej koncepcji jest trzepot skrzydeł motyla na Hawajach będący ostateczną przyczyną huraganu na Karaibach. Według Chorafasa teoretycy chaosu widzą świat „w stanie [...] podlegającym chwiejności i różnego rodzaju zawirowaniom”[5]. Jest to świat, w którym przypadki odchylenia od normy nie rozkładają się symetrycznie po obu stronach średniej, tak jak wynika to z rozkładu normalnego Gaussa; jest to niedostępny świat, w którym regresja do średniej Galtona nie ma żadnego sensu, ponieważ sama wartość średnia nie jest stała. Określenie jakiejkolwiek normy nie ma w teorii chaosu najmniejszego sensu.

Teoria chaosu opiera się na doprowadzeniu do logicznej skrajności koncepcji Poincarégo dotyczącej uniwersalnej istoty przyczyny i skutku, przez odrzucenie idei braku ciągłości. To, co wygląda na brak ciągłości, nie jest zaskakującą wyrwą w przeszłości, lecz logiczną konsekwencją wcześniejszych wydarzeń. W świecie chaosu dzika i nieokiełznana natura świata tylko czeka na okazję, by się ujawnić.

Z teorii chaosu wynikają daleko idące implikacje. Według słów Chorafasa: „Cechą charakterystyczną chaotycznych szeregów czasowych [...] jest to, że dokładność prognoz zmniejsza się wraz z upływem czasu”. Taki sposób patrzenia na świat sprawia, że ludzie odwołujący się na co dzień do teorii chaosu wpadają w pułapkę

świata szczegółów, w którym wszelkie istotne sygnały są ledwie słyszalne, a wszystko inne to po prostu zwykły szum.
Próbując okiełznać zmienność na rynkach finansowych, wyznawcy teorii chaosu zgromadzili imponujące bazy wielkości dotyczących transakcji, na podstawie których usiłowali, z pewnymi sukcesami, przewidywać przyszłe ceny akcji, wysokości stóp procentowych oraz zmiany poziomu ryzyka w niedalekiej przyszłości[6]. Udało im się nawet odkryć, że gra w ruletkę nie daje zupełnie przypadkowych wyników, jednak korzyści płynące z tego odkrycia są tak niewielkie, że jeszcze żaden hazardzista nie zbił dzięki niemu fortuny.
Jak dotąd osiągnięcia tej teorii są raczej dość umiarkowane w porównaniu z aspiracjami jej zwolenników, którym udało się na razie złapać motyla, ale w dalszym ciągu badają skutki zawirowań powietrza, które wywołuje on trzepotem swoich skrzydełek. Niemniej jednak nie ustają oni w wysiłkach i cały czas podejmują kolejne próby.
W ostatnich latach pojawiły się kolejne niezwykle skomplikowane sposoby przepowiadania przyszłości, takie jak algorytmy genetyczne oraz sieci neuronowe[7]. Metody te skupiają się bardziej na naturze zmienności; stosowanie ich wymaga jednak skomplikowanych narzędzi.
Algorytm genetyczny działa na zasadzie powielania sposobu, zgodnie z którym geny przekazywane są z pokolenia na pokolenie. Geny, które przetrwają, tworzą struktury, dzięki którym powstaje najtrwalsze i najlepiej przystosowane do życia potomstwo*. Sieci neuronowe naśladują zachowanie ludzkiego umysłu, wyłapując na podstawie całej masy wprowadzonych do nich przypadków te sposoby wnioskowania, które mogą być najbardziej przydatne przy rozwiązywaniu kolejnego problemu. Ludzie stosujący tę metodę odkryli schematy zachowań, które można stosować do przewidywania wyników w zupełnie odmiennych systemach. Jest to możliwe, ponieważ wszystkie złożone systemy, takie jak demokracja, rozwój techniki czy rynek akcji, powielają pewne wspólne schematy zachowań i reakcji[8].

Modele te dają nam wyobrażenie o złożoności otaczającej nas rzeczywistości, nie ma jednak dowodów na to, że zasada przyczyny i skutku ma zastosowanie w odniesieniu do wzorców, które poprzedzają pojawienie się nowych schematów, czy to na rynkach finansowych czy to w ruletce. Sokrates i Arystoteles mogliby równie sceptycznie odnosić się do teorii chaosu czy sieci neuronowych jak zwolennicy nowych idei do teorii klasycznych.
Pozory prawdy nie są prawdą. Bez teoretycznej podstawy wyjaśniającej przyczynę powtarzania się pewnych schematów w czasie i przestrzeni omówione powyżej owoce ludzkiej myśli nie dają nam niemal żadnej gwarancji, że dzisiejsze wydarzenia przyniosą nam jutro określone skutki. To, co dotąd poznaliśmy, to tylko słabo czytelne sekwencje danych, które jesteśmy w stanie zidentyfikować dzięki ogromnej mocy stosowanych obecnie komputerów. W ten sposób dochodzimy jednak do wniosku, że stosowane do przewidywania przyszłości narzędzia wypracowane na podstawie modeli nieliniowych lub moc komputerów podlegają takim samym ograniczeniom, jak klasyczne teorie prawdopodobieństwa: dane wykorzystywane w modelu pochodzą z przeszłości.

***

Przeszłość rzadko oddaje nam przysługę, wskazując, kiedy dzika i nieokiełznana natura świata ujawni się w przyszłości. Wojny, kryzysy, rynki byka i wielkie krachy giełdowe, a także masakry etniczne pojawiają się i przemijają, ale zdarzenia te zawsze nas zaskakują. Jednakże kiedy jest już po wszystkim i badamy tło historyczne minionych zdarzeń, ich przyczyna wydaje się nam tak oczywista, że doprawdy trudno nam pojąć, jak ludzie mogli być tak ślepi i nie widzieć wyraźnych zapowiedzi przyszłych kataklizmów.
Element zaskoczenia jest po prostu wpisany w świat finansów. Na przykład w późnych latach pięćdziesiątych zasada, która sprawdzała się przez poprzednie osiemdziesiąt lat, okazała się błędna, i inwestorzy ze zdziwieniem stwierdzili, że tysiąc dolarów ulokowanych w mało ryzykownych i cieszących się dobrą opinią obligacjach po raz pierwszy w historii dało większy bieżący dochód niż tysiąc dolarów zainwestowanych na obarczonym ryzykiem rynku akcji**. Na początku lat siedemdziesiątych długoterminowe stopy procentowe

wzrosły powyżej 5 procent po raz pierwszy od zakończenia wojny secesyjnej; co gorsza, od tego czasu ich poziom się nie zmienił. Przy stabilności kluczowych relacji pomiędzy stopami bieżącego dochodu z obligacji i akcji oraz przy wieloletnim braku jakichkolwiek zmian na rynku długoterminowych stóp procentowych nikomu nawet się nie śniło, że w takiej sytuacji może się zdarzyć coś zaskakującego. Ludzie nie mieli również powodów, by się tego obawiać, również z tego względu, że wtedy jeszcze nie znano kontrcyklicznej polityki monetarnej i fiskalnej, oraz dlatego, że ludzie nie przeżyli jeszcze sytuacji, w której ceny rosłyby nieprzerwanie, odbiegając od schematu zwyżek przeplatanych okresowymi spadkami. Innymi słowy, zmiany te może były nie tyle nieprzewidywalne, ile nie do pomyślenia.

Skoro wydarzenia te były nieprzewidywalne, jak moglibyśmy oczekiwać opracowania ilościowych metod kontrolowania ryzyka pozwalających je przewidywać? Jak możemy wprowadzić do programu komputerowego reguły, których nawet my sami nie potrafimy zrozumieć i których nie potrafimy sobie nawet wyobrazić? Nie możemy wprowadzać do pamięci komputera danych o przyszłości, ponieważ nie mamy do nich dostępu. Dlatego też mechanizm podejmowania decyzji oparty na liniowych czy też nieliniowych modelach opracowujemy na podstawie danych pochodzących z przeszłości. Kryje się w tym jednak logiczna pułapka: dane z przeszłości stanowią raczej ciąg zdarzeń niż zbiór niezależnych obserwacji potrzebnych przy korzystaniu z praw rachunku prawdopodobieństwa. Na podstawie danych z przeszłości możemy opracować tylko jedną próbę dotyczącą danej gospodarki czy rynku kapitałowego, ale nie zdobędziemy tysięcy liczb o przypadkowym rozkładzie. Nawet mimo że w przypadku wielu zmiennych ekonomicznych i finansowych możemy stwierdzić, że w przybliżeniu podlegają one rozkładowi normalnemu, nigdy nie będzie to idealne dopasowanie. Raz jeszcze przypomnijmy: podobieństwo do prawdy to nie to samo co prawda. To właśnie w tych szczegółach i niedoskonałościach tkwi dzika i nieokiełznana natura świata.

I, na zakończenie, nauka zajmująca się kontrolowaniem ryzyka czasami sama stwarza nowe ryzyko, pomimo że potrafi poddać

kontroli inne, znane nam już rodzaje ryzyka. Nasza wiara w możliwość kontrolowania niepewności ośmiela nas do podejmowania ryzyka, którego wcześniej byśmy unikali. W większości przypadków tylko na tym zyskujemy, jednak musimy cały czas mieć się na baczności i uważać na niebezpieczeństwo, na jakie się narażamy. Badania wykazały, że pasy bezpieczeństwa stosowane w samochodach ośmielają kierowców do agresywniejszej jazdy. W konsekwencji liczba wypadków rośnie, chociaż ich skutki są coraz mniej groźne***. Za finansowymi instrumentami pochodnymi, które zostały opracowane z myślą o zabezpieczaniu się przed ryzykiem, kryła się pokusa wykorzystania ich jako instrumentów spekulacyjnych mogących dać krociowe zyski. Instrumenty te są jednak obarczone takim ryzykiem, że żaden analityk zajmujący się w spółce kontrolowaniem ryzyka nie powinien nawet o nich myśleć w ten sposób. Wprowadzenie w 1970 roku usługi polegającej na ubezpieczaniu portfeli inwestycyjnych ośmieliło inwestorów do brania na siebie większego ryzyka. W ten sam sposób konserwatywni inwestorzy instytucjonalni wykorzystują znaczną dywersyfikację inwestycji w celu usprawiedliwiania wyższego ryzyka podejmowanego w nowych dla nich dziedzinach, ale dywersyfikacja nie stanowi zabezpieczenia przed poniesieniem strat, chroni nas tylko przed straceniem wszystkiego od razu.

***

Nie ma chyba nic bardziej uspokajającego i przekonującego niż monitor komputera, na którym wyświetlane są wprawiające nas w zachwyt kolumny liczb, migają kolory oraz prezentowane są elegancko rozrysowane wykresy. Kiedy przyglądamy się temu widowisku, tracimy głowę i często zapominamy, że komputer potrafi tylko odpowiadać na postawione przez nas pytania; nie umie ich sam formułować. Zawsze, gdy o tym zapomnimy, komputer będzie tylko utwierdzał nas w naszym błędnym przekonaniu. Ludzie żyjący w świecie liczb mogą zauważyć, że komputer po prostu zastąpił wyrocznię, do której odwoływano się w starożytnych czasach, prosząc o wsparcie w sytuacjach, w których w grę wchodziło kontrolowanie ryzyka oraz podejmowanie decyzji.

Jednocześnie musimy unikać odrzucania wniosków płynących z analizy danych liczbowych, kiedy wszystko wskazuje na to, że są one bardziej precyzyjne niż intuicja czy domysły, które niejednokrotnie narażają nas na brak konsekwencji i zachęcają do działania na krótką metę. Potwierdza to tylko obserwacje Kahnemana i Tversky'ego. W 1849 roku George Biddel Airy, genialny matematyk, dyrektor Britain's Royal Observatory, napisał: „Szczerze podziwiam teorie, hipotezy, wzory oraz wszystkie inne przejawy czystego intelektu, które pozwalają zagubionemu człowiekowi pokonać przeszkody związane z gąszczem danych empirycznych"[9].
Wniosek, jaki płynie z lektury tej książki, jest taki, że dające się ująć metodami ilościowymi osiągnięcia poznanych przez nas postaci kształtowały rozwój ludzkości na przestrzeni ostatnich 450 lat. Czy to w inżynierii czy też w medycynie, nauce, finansach, biznesie czy polityce decyzje mające wpływ na życie nas wszystkich są podejmowane zgodnie ze ścisłymi procedurami, które są znacznie bardziej skuteczne od stosowanych w przeszłości metod. Dzięki temu udaje się uniknąć wielu katastrofalnych w skutkach błędów lub przynajmniej ograniczyć ich konsekwencje.
Cardano, hazardzista z epoki renesansu, a za nim Pascal, prawnik Fermat, mnisi z Port-Royal i zakonnicy z Newington, myśliciele i ludzie ze zwichniętym mózgiem, Daniel Bernoulli i jego wuj Jakob, tajemniczy Gauss i otwarty na ludzi Quetelet, żartowniś von Neumann i poważny Morgenstern, pobożny de Moivre i agnostyk Knight, pełen wigoru Black i gadatliwy Scholes, Kenneth Arrow i Harry Markowitz – wszyscy oni przyczynili się do zmiany sposobu postrzegania ryzyka, które przestało być utożsamiane z niebezpieczeństwem poniesienia straty, a zaczęło być traktowane jako okazja do odniesienia korzyści. Nowa filozofia oznaczała odejście od myślenia przez pryzmat LOSU i PIERWOTNEGO PLANU na rzecz wyrafinowanych, opartych na rachunku prawdopodobieństwa prognoz, pozwalając pokonać drogę od bezradności do wyboru.
Keynes był przeciwny zarówno mechanicznemu stosowaniu praw rachunku prawdopodobieństwa, jak i kwantyfikacji niepewności, ale

przyznał, że z tego sposobu myślenia ludzkość może wyciągnąć bardzo daleko idące wnioski: O wadze prawdopodobieństwa można się przekonać tylko wtedy, gdy uzna się, że kierowanie się nim w życiu jest *racjonalne*; praktyczne poleganie na nim jest uzasadnione tylko tym, że aby coś osiągnąć w życiu, *powinniśmy* działać.
Z tego właśnie powodu prawdopodobieństwo jest dla nas „przewodnikiem po życiu", ponieważ, tak jak powiedział Locke, uważamy, że „w znacznej mierze ku naszemu zatroskaniu Bóg ofiarował nam tylko, jeżeli mogę tak powiedzieć, Cień Prawdopodobieństwa, odpowiednio do, jak zakładam, tego stanu Mierności, do którego w swej łasce nas doprowadził, poddając nieustannym próbom"[10].

## Przypisy

[1] Kendall, 1972, s. 42.
[2] Przytaczam za Adamsem, 1995, s. 17.
[3] Nie znam dokładnie źródła tego cytatu, ale wygląda mi na Irontyspis Macaulaya, 1938.
[4] Chorafas, 1994, s. 15.
[5] Tamże, s. 16.
[6] Zob. zwłaszcza Hsieh, 1995, i Focardi, 1996.
[7] Interesujący i jasny opis rozwoju tych dziedzin można znaleźć u Focardiego, 1996, oraz Leinwebera i Arnotta, 1995. W *The Journal of Investing*, Winter 1995, zamieszczono pięć doskonałych artukułówna ten temat.
[8] Zob. *Can the Complexity Gurus Explain It All*, *Business Week*, 6 November 1995, s. 22–24; w artykule tym omówiono dwie pozycje książkowe poświęcone ternu zagadnieniu.
[9] Kruskal i Stigler, 1994, s. 7.
[10] Keynes, 1921, s. 323.
* Al-Chuwarizmi, matematyk, od imienia którego wywodzi się słowo „algorytm", z pewnością byłby bardzo zaskoczony dzisiejszymi zastosowaniami metody, którą stworzył niemal 1200 lat temu.
** Od 1871 do 1958 roku stopa dywidendy z akcji przewyższała stopę bieżącego dochodu z obligacji średnio o 1,3 punktu

procentowego, nie licząc trzech krótkich okresów, gdy było na odwrót, przy czym ostatnio stało się tak w 1929 roku. W artykule opublikowanym na łamach magazynu *Fortune* z marca 1959 roku Gilbert Burke napisał: „Okazuje się, że w Stanach Zjednoczonych twierdzenie, że dobre akcje muszą przynieść stopę dywidendy wyższą od stopy bieżącego dochodu z dobrych obligacji, bo w przeciwnym wypadku ceny akcji natychmiast by spadły, było tylko wyrazem naszej wiary" (zob. *Bank Credit Analyst,* 1995). Mamy powody przypuszczać, że stopa dochodu z akcji była wyższa niż z obligacji nawet przed 1871 rokiem, kiedy to zaczęto gromadzić wiarygodne dane dotyczące rynku akcji. Od 1958 roku stopa bieżącego dochodu z obligacji zaczęła przekraczać stopę dywidendy z akcji średnio o 3,5 punktu procentowego.
*** Na ten temat zob. Adams, 1995.

# Bibliografia

*Uwaga*: Najbardziej wartościowe materiały źródłowe zostały oznaczone gwiazdką.


Adams J., **1995**, *Risk,* UCL Press, London.

Alderfer C.P., Bierman H. Jr., **1970**, *Choices with Risk: Beyond the Mean and Variance*, *Journal of Business*, Vol. 43, No. 3.

American Academy of Actuaries, **1994**, *Fact Book.*

American Demographics, **1995**, February.

Ansell J., Wharton F. (red.), **1992**, *Risk Analysis, Assessment and Management*, John Wiley & Sons, Chichester.

Arrow K.J., **1971**, *Essays in the Theory of Risk-Bearing,* Markham Publishing Company, Chicago.

Arrow K.J., **1992**, *I Know a Hawk from a Handsaw*, w: M. Szenberg (red.), *Eminent Economists: Their Life and Philosophies,* Cambridge University Press, Cambridge, New York.

Arrow K.J., Frank Hahn F., **1971**, *General Competitive Analysis,* Holden-Day, San Francisco.

Baker H.K., Haslem J.A., **1974**, *The Impact of Socio-Economic Characteristics on Risk and Return Preferences*, *Journal of Business Research*.

Bali D.B., **1991**, *Financial Failure and Confederate Defeat,* University of Illinois Press, Urbana.

*Bank Credit Analyst,* **1995,** Special Supplement, December, Montreal.

Barnett A., Lofasco A.J., **1983**, *After the Crash: Passenger Response to the DC-10 Disaster*, *Management Science,* Vol. 29, No. II.

Basset G.W. Jr., **1987,** *The St. Petersburg Paradox and Bounded Utility*, *History of Political Economy,* Vol. 19, No. 4.

Bateman B.W., **1987**, *Keynes's Changing Conception of Probability*, *Economics and Philosophy*.*

Bateman B.W., **1991**, *Das Maynard Keynes Problem*, *Cambridge Journal of Economics,* Vol. 15.

Baumol W.J., **1966**, *Mathematical Analysis of Portfolio Selection*, *Financial Analysis Journal,* Vol. 22, No. 5, September–October.
Baumol W.J., **1986,** *Productivity Growth, Convergence, and Welfare: What the Long-Run Data Show*, *American Economic Reińew,* Vol. 76, No. 5, December.
Baumol W.J., Baumol H., **1994,** *On the Economics of Musical Composition in Mozart's Vienna*, *Journal of Cultural Economics,* Vol. 18, No. 3.
Baumol W.J., Benhabib J., **1989**, *Chaos: Significance, Mechanism and Economic Applications*, *Journal of Economic Perspectives,* Vol. 3, No. 1.
Baumol W.J., Nelson R.R., Wolff E.N., **1994,** *Convergence of Productivity: Crossnational Studies and Historical Evidence,* Oxford University Press, Oxford, New York.
Bayes T., **1763**, *An Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances*, *Philosophical Transactions,* Essay LII.
Bell D.E., **1983,** *Risk Premiums for Decision Regret*, *Management Science,* Vol. 29, No. 10, October, s. 1156-1166.
Bell E.T., **1965,** *Gauss, the Prince of Mathematics*, w: *Men of Mathematics,* Simon & Schuster, New York.
Bernoulli D., **1738,** *Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis*.
Bernoulli J., **1713,** *Ars Conjectandi.*
Bernstein P.L., **1986,** *Does the Stock Market Overreact?*, *Journal of Finance,* Vol. XL, No. 3.
Bernstein P.L., **1992**. *Capital Ideas: The Improbable Origins of Modern Wall Slreet,* The Free Press, New York.
Besley T., **1995,** *Nonmarket Institutions for Credit and Risk Sharing in Low-Income Countries*, *Journal of Economic Perspectives,* Vol. 9, No. 3, Summer.
Blaug M., **1994,** *Recent Biographies on Keynes*, *Journal of Economic Literature,* Vol. XXXII, No. 3, September.
Blinder A.S., **1982**, *Issues in the Coordination of Monetary and Fiscal Policies*, w: *Monetary Policy Issues in 1980s,* Federal Reserve Bank of Kansas City, Kansas City.
Bodie Zvi, Kane A., Marcus A.J., **1992,** *Essentials of Investments,* Irwin, Homewood.

Boga Steve, **1988,** *Exploration into the Lives of Athletes on the Edge,* North Atlantic Books, Berkeley.
Bolen D.W., **1976,** *Gambling: Historical Highlights and Trends and Their Implications for Contemporary Society*, w: Eadington W.R., 1976, *Gambling and Society: Interdisciplinary Studies on the Subject of Gambling*, Charles C. Thomas, London.
Brenner R., **1987,** *Rivalry: In Business, Science, Among Nations,* Cambridge University Press, New York.
Breyer S., **1993,** *Breaking the Vicious Circle: Toward Effective Risk Regulation,* Cambridge University Press, Cambridge Mass.
Bühler W.K., **1981,** *Gauss: A Biographical Study,* Springer Verlag, New York.
Cardan J., **1930,** *De Vita Propria Liber: The Book of My Life* (przekład z języka łacińskiego Jean Stoner), E.F. Dutton & Co., New York.*
Chichilnisky G., Heal G., **1993,** *Global Environmental Risks*, *Journal of Economic Perspectives,* Vol. 7, No. 4, Fall.
Chorafas D.N., **1994,** *Chaos Theory in the Financial Markets,* Probus, Chicago.
Cohen J., Hansel M, **1956,** *Risk and Gambling: The Study of Subjective Probability, Philosophical Library*, New York.
Cone C., **1952,** *Torchbearer of Freedom: The Influence of Richard Price on Eighteenth Century Thought,* University of Kentucky Press, Lexington.*
Darvan N., **1994,** *How I Made $ 2 Million in the Stock Market* (wznowienie), Carol Publishing Group, A Lyle Stuart Book, New York.
David F.N., **1962,** *Games, Gods and Gambling,* Hafner Publishing Company, New York.
Davidson P., **1991,** *Is Probability Theory Relevant for Uncertainty? A Post Keynesian Perspective*, *Journal of Economic Perspectives,* Vol. 5, No. 1, Winter.
Davidson P., **1996,** *Reality and Economic Theory*, *Journal of Post Keynesian Economics,* Summer.
De Bondt W., Thaler R.H., **1986,** *Does the Stock Market Overreact?*, *Journal of Finance,* Vol. XL, No. 3.

Dewey D., **1987,** *The Uncertain Place of Frank Knight in Chicago Economics*, artykuł przygotowany dla American Economic Association, Chicago 30 December.
Dewey D., **1990,** *Frank Knight before Cornell: Some Light on Dark Years*, w. *Research in the History of Economic Thought and Methodology,* Vol. 8, JAI Press, New York.
Dewey D., **1997,** *Frank Hyneman Knight*, *Dictionary of American National Biography* (w przygotowaniu), Oxford University Press, New York.
Dixon R., **1986,** *Uncertainty, Unobstructedness, and Power*, *Journal of Post Keynesian Economics*, Vol. 8, No. 4, Summer.
Dreman D., Berry M., **1995,** *Overreaction, Underreaction, and the Low P/E Effect*, *Financial Analysts Journal,* July–August.
Durand D., **1959,** *Growth Stocks and the Petersburg Paradox*, *Journal of Finance,* Vol. XII, No. 3, September.
Eadington W.R., **1976**, *Gambling and Society: Interdisciplinary Studies on the Subject of Gambling,* Charles C. Thomas, London.
Edwards W., **1953,** *Probability Preferences in Gambling*, *American Journal of Psychology*, Vol. LXIV.
Ellsberg D., **1961,** *Risk, Ambiguity and the Savage Axioms*, *Quarterly Journal of Economics,* Vol. LXXV.
Environmental Protection Agency (EPA), Office of Research and Development, Office of Health and Environmental Assessment, **1992,** *Respiratory Health Effects of Passive Smoking: Lung cancer and Other Disorders.*
Environmental Protection Agency (EPA), Office of Research and Development, Office of Health and Environmental Assessment, **1994,** *Setting the Record Straight: Secondhand Smoke Is a Preventable Health Risk.*
Eves H., **1983,** *Great Moments in Mathematics (Before 1650),* The Mathematical Association of America.
Finney P.D., **1978,** *Personality Traits Attributed to Risky and Conservative Decision Makers: Cultural Values More Than Risk*, *Journal of Psychology*.
Fischhoff B., Watson S.R, Hope Ch., **1990,** *Defining Risk*, w: Glickman T.S., Glough M., 1990, Readings in Risk, Resources for

the Future, Washington.
Flower R., Jones M.W., **1974,** *Lloyd's of London: An Illustrated History,* David and Charles, Newton Abbott.
Focardi S., **1996,** *From Equilibrium to Nonlinear Dynamics in Investment Management* (praca przygotowywana do druku), *Journal of Portfolio Management.*
Fox C.R., Twersky A., **1995,** *Ambiguity Aversion and Comparative Ignorance*, *Quarterly Journal of Economics,* Vol. CX, Issue 3.
Forrest D.W., **1974**, *Francis Galton: The Life and Work of a Victorian Genius,* Taplinger, New York.*
Frankfort H., **1956**, *The Birth of Civilization in the Near East,* Doubleday, New York.
French K., Poterba J., **1991**, *International Diversification and International Equity Markets*, *American Economic Review,* Vol. 81, No. 1.
Friedman M., Savage L.J., **1948**, *The Utility Analysis of Choices Involving Risk*, *Journal of Political Economy,* Vol. LVI, No. 4, August.
Galton F., **1869**, *Hereditary Genius: An Inąuiry into Its Laws and Consequences,* Macmillan, London.
Galton F., **1883**, *Inquiries into Human Faculty and Its Development,* Macmillan, London.
Garber P.M., **1989**, *Who Put the Mania in Tulipmania?*, *The Journal of Portfolio Management,* Vol. 16, No. 1, Fall.
Garland T.H., **1987**, *Fascinating Fibonaccis: Mystery and Magic in Numbers,* Dale Seymour Publications, Palo Alto.*
Georgescu-Roegen N., **1994**, *Utility*, w: Douglas Greenwald (red.), *McGraw–Hill Encyclopedia of Economics,* wydanie drugie, McGraw Hill, New York.
Glickman T.S., Glough M, **1990**, *Readings in Risk,* Resources for the Future, Washington.
Graunt J., **1988**, *Natural and Political Observations made upon the Bills of Mortality*. Streszczenie tej pracy można znaleźć w książce Newmana.
Greenspan A., **1994**, *Remarks before the Boston College Conference on Financial Markets and the Economy*, Boston, September.

Groebner D.F., Shannon P., **1993**, *Business Statistics: A Decision-Making Approach,* wydanie czwarte, Macmillan, New York.*
Guilbaud G.Th., **1968**, *Elements de la theorie mathematiąue des jeux,* Dunod, Paris.
Hacking I., **1975**, *The Emergence of Probability: A Philosophical Study of Early Ideas about Probability, Induction, and Statistical Inference,* Cambridge University Press, London.*
Hald A., **1990**, *A History of Probability & Statistics and Their Applications Before 1750,* John Wiley & Sons, New York.
Hancock J.G., Teevan R.C., **1964**, *Fear of Failure and Risk-Taking Behaviour*, *Journal of Personality,* Vol. 32, No. 2.
Hayano D.M., **1982**, *Poker Face: The Life and Work of Professional Card Players,* University of California Press, Berkeley, Los Angeles.
Heilbroner R.L., **1995**, *Visions of the Future,* New York Public Library/Oxford University Press, New York.
Herrnstein R.J., **1990**, *Rational Choice Theory: Necessary But Not Sufficient*, *American Psychologist,* Vol. 45, No. 3.
Herrnstein R.J., Prelec D., **1991,** *Melioration: A Theory of Distributed Choice*, *Journal of Economic Perspectives,* Vol. 5, No. 3,Summer.
Hodgson G., **1984,** *Lloyd's of London:* A *Reputation at Risk,* Allen Lane, London.
Hoffer W., **1975,** *A Magic Ratio Recurs Throughout Art and Nature*, *Smithsonian,* Vol. 6, No. 9, December.
Hogben L., **1968,** *Mathematics for the Millions: How to Master the Magic Art of Numbers,* Norton, New York (praca opublikowana po raz pierwszy w roku 1937).*
Howard R.A., **1984,** *On Fates Comparable to Death*, *Management Science,* Vol. 30, No, 3.
Howey R.S., **1983,** *Frank Hyneman Knight and the History of Economic Thought*, w: *Research in the History of Economic Thought and Methodology,* Vol. I, JAI Press, New York.
Hsieh D.A., **1995**, *Nonlinear Dynamics in Financial Markets: Evidence and Implications*, *Financial Analysts Journal,* Vol. 51, No. 4, July–August.
Ignatin G., Smith R, **1976,** *The Economics of Gambling*, w: Eadington W.R., 1976, Gambling and Society: Interdisciplinary

Studies.
Jackson N., Carter P., **1992,** *The Perception of Risk*, w: Ansell J., Wharton F. (red.), 1992, Risk Analysis, Assessment and Management, John Wiley & Sons, Chichester..
Jeffrey R.H., **1984,** *A New Paradigm for Risk*, *Journal of Portfolio Management,* Vol. 11, No. 1, Fall.
Jevons W. S., **1970,** *The Theory of Political Economy,* Penguin Books, Harmondsworth (praca opublikowana po raz pierwszy w roku 1871; wydanie drugie 1879).
Johnson D., **1995,** *More Casinos, More Players Who Bet Until They Lose All*, *The New York Times,* 25 September.
Jones Ch.E, Wilson J.W., **1995,** *Probability Estimates of Returns from Common Stock Investing*, *Journal of Portfolio Management,*Vol. 22, No. 1, Fall.
Kagel J.H., Roth A.E. (red.), **1995,** *The Handbook of Experimental Economics,* Princeton University Press, Princeton.
Kahneman D., Tversky A., **1979,** *Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk*, *Econometrica,* Vol. 47, No. 2.*
Kahneman D., Tversky A., **1984,** *Choices, Values and Frames*, *American Psychologist,* Vol. 39, No. 4, April.
Kahneman D., Knetsch J.L., Thaler R., **1984,** *Experimental Tests of the Endowment Effect and the Coase Theorem*, *Journal of Political Economy,* Vol. 98, No. 6.
Kaplan G.E., Welles Ch. (red.), **1969,** *The Money Managers,* Random House, New York.
Kelves D.J., **1969**, *In the Name of Eugenics,* Knopf, New York.
Kemp M., **1981,** *Leonardo da Vinci: The Marvellous Works of Nature and Man,* Harvard University Press, Cambridge, Mass..
Kendall M.G., **1977,** *Measurement in the Study of Society* (1972), w: Kendall M.G., Plackett R.L. (red.),1977, Studies in the History of Statistics and Probability, Vol. II, Macmillan, New York.
Kendall M.G., Plackett R.L. (red.), **1977,** *Studies in the History of Statistics and Probability*, Vol. II, Macmillan, New York.*
Keynes J.M., **1921,** *A Treatise on Probability.* Macmillan, London.*
Keynes J.M., **1924,** *A Tract on Monetary Reform,* Harcourt Brace, New York.

Keynes J.M., **1931,** *Essays in Persuasion,* Macmillan & Co., London.
Keynes J.M., **1933,** *Essays in Biography,* Macmillan, London.
Keynes J.M., **1936,** *The General Theory of Employment, Interest and Money,* Harcourt Brace, New York (przekład polski *Ogólna teoria zatrudnienia, procentu i pieniądza,* PWN, Warszawa 1956).*
Keynes J.M, **1937,** *The General Theory*, *Quarterly Journal of Economics,* Vol. LI, February.
Keynes J.M., **1971,** *Two Memoirs,* Augustus M. Kelley, New York.
Knight F.H., **1964,** *Risk, Uncertainty and Profit,* Century Press, New York. (Praca została opublikowana po raz pierwszy w 1921 roku).*
Kogelman S., Heller B.R., **1986**, *The Only Math Book You'll Ever Need,* Facts on File, New York.
Kritzman M., **1995,** *The Portable Financial Analyst,* Probus, Chicago.*
Kruskal W.H., Stigler S.M., **1994**, *Normative Terminology: „Normal" in Statistics and Elsewhere*, niepublikowany rękopis, 15 September.
Lakonishok J., Shleifer A., Vishny R., **1993,** *Contrarian Investment, Extrapolation and Risk*, National Bureau of Economic Research, Cambridge Mass.
Laplace P.S., **1988,** *Concerning Probability* (1814), w: Newman.
Lease R.C**.,** Lewellen W.G., Schlarbaum G.G., **1974,** *The Individual Investor, Attributes and Attitudes*, *Journal of Finance,* Vol. XXIX, No. 2, May.
Leinweber D.J., Arnott R.D., **1995,** *Quantitative and Computational Innovation in Investment Management*, *Journal of Portfolio Management,* Vol. 22, No. 1, Winter.
Leonard R.J., **1994,** *Reading Cournot, Reading Nash: The Creation and Stabilisation of Nash Equilibrium*, *Economic Journal,* Vol. 104, No. 424, May.
Leonard R.J., **1995**, *From Parlor Games to Social Science: Von Neumann, Morgenstern, and the Creation of Game Theory*, *Journal of Economic Literature,* Vol. XXXIII, No. 2, June.
Loomis C.J., **1995**, *Cracking the Derivatives Case*, *Fortune,* 28 March.
Macaulay F.R., **1938,** *Some Theoretical Problems Suggested by the Movements of Interest Rates, Bond Yields and Stock Prices in The*

*United States since 1856,* National Bureau of Economic Research, New York.
Macaulay T.B., **1848**, *The History of England,* Penguin Books, New York **1968** (wznowienie).
Macrae N., **1992**, *John von Neumann,* Pantheon Books, New York.*
Markowitz H.M., **1952**, *Portfolio Selection*, *Journal of Finance,* Vol. VII, No. 1.
Markowitz H.M., **1952**, *The Utility of Wealth*, *Journal of Political Economy,* Vol. LIX, No. 3, April.
McCusker J.L., **1978**, *Money and Exchange in Europe and America, 1600–1775,* The University of North Carolina Press, Chapel Hill.
McKean K., **1985.** *Decisions*, *Discover,* June.
Miller E.M., **1995**, *Do the Ignorant. Accumulate the Money?*, roboczy szkic artykułu, University of New Orleans, 5 April.
Miller M.H., **1987,** *Behavioral Rationality in Finance*, *Midland Corporate Finance Journal* (obecnie *Journal of Applied Corporate Finance),*Vol. 4, No. 4, Winter.
Millman G.J., **1995**, *The Vandals Crown: How Rebel Currency Traclers Overthrew the World's Central Banks,* The Free Press, New York.
Mirowski Ph., **1991**, *When Games Grow Deadly Serious: The Military Influence on the Evolution of Game Theory*, *History of Political Economy,* Vol. 23.
Mirowski Ph., **1992,** *What Were von Neumann and Morgenstern Trying to Accomplish?*, *History of Political Economy,* Vol. 24.
Moggridge D. (red.), **1972,** *The Collected Writings of John Maynard Keynes,* Vols. I–XXX, St. Martin's Press, New York.
Moorhead E.J., **1989,** *Our Yesterdays: The History of the Actuarial Profession in North America, 1809–1979,* Society of Actuaries, Schaumburg.
Morgan M.G., Henrion M., **1990**, *Uncertainty: A Guide to Dealing with Uncertainty in Quantitative Risk and Policy Analysis,* Cambridge University Press, Cambridge Mass.
Morley H., **1854,** *Jerome Cardan: The Life Of Girolamo Cardano Of Milan, Physician,* Chapman and Hall, London.

Muir J., **1961**, *Of Men and Numbers: The Story of the Great Mathematicians,* Dodd, Mead, New York.*
Nasar S., **1994,** *The Lost Years of a Nobel Laureate*, *The New York Times,* November 13, Sekcja 3.
Newman J.R., **1988a,** *The World of Mathematics: A Small Library of the Literature of Mathematics from A'h-mose the Scribe to Albert Einstein,* Tempus Press, Redmond, Washington.*
Newman J.R., **1988b,** *Commentary on an Absent-Minded Genius and the Laws of Chance*.
Newman J.R., **1988c,** *Commentary on Lord Keynes,* w: Newman.
Newman J.R., **1988d,** *Commentary on Pierre Simon De Laplace,* w: Newman.
Newman J.R., **1988e,** *Commentary on Sir Francis Galton,* w: Newman.
Newman J.R., **1988f,** *Commentary on the Bernoullis,* w: Newman.
Newman J.R., **1988g,** *Comment on an Ingenious Army Captain and on a Generous and Manysided Man,* w: Newman.
Oldman D., **1974,** *Chance and Skill: A Study of Roulette*, *Sociology*.
Ore O., **1953,** *Cardano*, *The Gambling Scholar,* Princeton University Press, Princeton, New Jersey.*
Osborne M.J., Rubinstein A., **1994**, *A Course in Game Theory,* MIT Press, Cambridge, Massachusetts.*
Passell P., **1994,** *Game Theory Captures a Nobel*, *The New York Times,* October 12.
Phillips D., **1995,** *A Deal with the Devil*, *Morningstar Mutual Funds,* May 26.
Poincare H., data nieznana, *Chance*, w: Newman.
Poterba J.M., Summers L.H., **1988,** *Mean Reversion and Stock Prices*, *Journal of Financial Economics,* Vol. 22, No. 1.
Pratt J.W., **1964**, *Risk Aversion in the Small and in the Large*, *Econometrica,* Vol. 32, No. 1-2 (January-April).
Rabinovitch N.L., **1969,** *Studies in the History of Probability and Statistics: Probability in the Talmud*, *Biometrika*, Vol. 56, No. 2, Zob. Kendall, Plackett, 1977.
Raifa H., **1968,** *Decison Analysis: Introductory Lectures on Choice Under Uncertainty,* McGraw-Hill, New York.

Redelmeier D.A., Shafir E, **1995,** *Medical Decision Making in Situations That Offer Multiple Alternatives*, *Journal of American Medical Association,* Vol. 273, No. 4.
Redelmeier D.A., Tversky A., **1990,** *Discrepancy Between Medical Decisions for Individual Patients and for Groups*, *New England Journal of Medicine,* Vol. 322 (April 19).
Redelmeier D.A., Koehler D.J., Lieberman V.Z., Tversky A., **1995,** *Probability Judgement in Medicine: Discounting Unspecified Alternatives*, Medical Decision-Making, Vol. 15, No. 3.
Reichenstein W., Dorset D., **1995,** *Time Diversification Revisited,* The Research Foundation of the Institute of Chartered Financial Analysts, Charlottesville, Virginia.
Rescher N., **1983,** *Risk: A Philosophical Introduction to the Theory of Risk Evaluation and Management*, University Pree of America, Washington DC.*
Rubinstein M., **1991,** *Continuously Rebalanced Investment Strategies*, *Journal of Portfolio Management,* Vol. 18, No. 1.
Sambursky S., **1956,** *On the Possible and Probable in Ancient Greece*, *Osiris,* Vol. s. 35-48. Zob. Kendall i Plackett, 1977.*
Sanford C. Bernstein & Co., **1994,** *Bernstein Disciplined Strategies Monitor,* December.
Sarton G., **1957,** *Six Wings of Science: Men of Science in the Renaissance,* Indiana University Press, Bloomington, Indiana.
Schaaf W.L., **1964,** *Carl Friedrich Gauss: Prince of Mathematicians,* Franklin Watts, New York.*
Seitz F., **1992,** *The Science Matrix: The Journey, Travails, and Triumphs,* Springer-Verlag, New York.
Shapira Zur, **1995,** *Risk Taking: A Managerial Perspective,* Russell Sage Foundation, New York.
Sharpe W.F., **1990,** *Investor Wealth Measures and Expected Return.* Zob. Sharpe, William F., red. 1990, *Quantifying the Market Risk Premium Phenomenon for Investment Decision Making,* The Institute of Chartered Financial Analysts, Charlottesville, Virginia.
Shefrin H., Statman M., **1984,** *Explaning Investor Preference for Dividends*, *Journal of Financial Economics,* Vol. 13, No. 2.

Shiller R.J., **1981,** *Do Stock Prices Move to Much?*, *American Economic Review,* Vol. 71, No. 3, June.
Shiller R.J., **1989,** *Market Volatility,* Cambridge University Press, Cambridge, Massachusetts.
Siegel J.J., **1994,** *Stocks for the Long Run: A Guide to Selecting Markets for Long-Term Growth,* Irwin Professional Publishing, Burr Ridge, Illinois.
Siskin B.R., **1989,** *What Are the Chances?,* Crown, New York.
Skidelsky R., **1986,** *John Maynard Keynes,* Vol. 1: *Hopes Betrayed,* Viking, New York.
Slovic P., Fischoff B., Lichtenstein S., **1990,** *Rating the Risks*, w: *Glickman and Gough*, 1990.
Smith C.W. Jr., **1995,** *Corporate Risk Management: Theory and Practice*, *Journal of Derivatives,* Summer.
Smith A.F.M., **1984,** *Present Position and Potential Developments: Some Personal Views of Bayesian Statistics*, *Journal of the Royal Statistical Association,* Vol. 147, Część 3.
Smithson Ch.W., Smith C.W. Jr., **1995**, *Managing Financial Risk: A Guide to Derivative Products, Financial Engineering, and Value Maximization,* Irwin, New York.*
Sorensen E., **1995,** *The Derivative Portfolio Matrix-Combining market Direction with market Volatility*, *Institute for Quantitative Research in Finance,* Spring 1995 Seminar.
Statman M., **1982,** *Fixed Rate or Index-Linked Mortgages from the Borrower's point of View: A Note*, *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* Vol. XVII, No. 3, September.
Stigler S.M., **1977,** *Eight Centuries of Sampling Inspection: The Trial of the Pyx*, *Journal of American Siatistical Associanon,* Vol. 72.
Stigler S.M., **1986,** *The History of Statistics: The Measurement of Uncertainty before 1900,* The Belknap Press of Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts.*
Stigler S.M., **1988,** *The Dark Ages of Probability in England: The Seventeenth Century Work of Richard Cumberland and Thomas Strode*, *International Statistical Review,* Vol. 56, No. 1.
Stigler S.M., **1993,** *The Bernoullis of Basel*, Mowa otwierająca Bayesian Econometric Conference, Bazylea, 29 kwietnia, 1993.

Stigler S.M., **1996**, *Statistics and the Questions of Standards*, Najbliższe wydanie *Journal of Research and of the National Institute of Standards and Technology.*
Thaler R.H., **1987,** *The Psychology of Choice and the Assumptions of Economics.* Zob. Thaler, 1991, rozdział 7, s. 139.
Thaler R.H., **1991,** *Quasi-Rational Economics,* Russell Sage Foundation, New York.
Thaler R.H., **1992,** *The Winner's Course: Paradoxes and Anomalies of Economic Life,* The Free Press, New York.
Thaler R.H., 1993, *Advances in Behavioral Finance,* Russell Sage Foundation, New York.*
Thaler R.H., **1995,** *Behavioral Economics*, *NBER Reporter,* National Bureau of Economic Research, Fall.
Thaler R.H., Hersh Shefrin, **1981,** *An Economic Theory of Self-Control*, *Joumal of Political Economy,* Vol. 89, No. 2, April, s. 392-406. Zob. Thaler, 1991.
Thaler R.H., Tversky A., Knetsch J.L., **1990,** *Experimental Tests of the Endowment Effect*, *Journal of Political Economy,* Vol. 98, No. 6.
Thaler R.H., Tversky A., Knetsch J.L., **1991,** *Endowment Effect, Loss Aversion, and Status Quo Bias*, *Journal of Economic Perspectives,* Vol. 5, No. 1.
Todhunter I., **1931,** *A History of the Mathematical Theory of Probability from the Time of Pascal to that of Laplace,* G.E. Stechert & Co., New York. Pierwotne wydanie w Cambridge, Anglia, 1865.
Townsend R.M., **1995,** *Consumption Insurance: An Evaluation of Risk Bearing Systems in Low-Income Economies*, *Journal of Economic Perspectives,* Vol. 9, No. 3, Summer.
Tsukahara T. Jr., Brumm H.J. Jr., *Economic Rationality, Psvchology and Decision-making Under Uncertainty*, w: Eadington, **1976**.
Turnbull H.W., **1951,** *The Great Mathematicians*, w: Newman.
Tversky A., **1990,** *The Psychology of Risk*, w: Sharpe, 1990.
Tversky A., Kahneman D., **1981,** *The Framing of Decisions and the Psychology of Choice*, *Science,* Vol. 211.
Tversky A., Kahneman D., **1986,** *Rational Choice and the Framing of Decisions*, *Journal of Business,* Vol. 59, No. 4.

Tversky A., Kahneman D., **1992,** *Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty*, *Journal of Risk and Uncertainty,* Vol. 5, No. 4.
Tversky A., Koehler D.J., **1994,** *Support Theory: A Nonextensional Representation of Subjective Probability*, *Psychological Review,* Vol. 101, No. 4.
Urquhart J., **1984,** *Risk Watch: The Odds of Life.* Facts on File, New York.
Vertin J., **1974**, *The State of the Art in Our Profession*, *Journal of Portfolio Management.* Vol. I, No. 1.
Von Neumann J., **1953,** *Can We Survive Technology?*, *Fortune,* June 1955.
Von Neumann J., Morgenstern O., **1944,** *Theory of Games and Economic Behavior,* Princeton University Press, Princeton, New Jersey.*
Von Neumann Whitman M., **1990,** *John von Neumann: A Personal View*, Proceedings of Symposia in Pure Mathematics, Vol. 50, 1990.
Wade H., **1973**, *The Greatest Gambling Stories Ever Told,* Greywood Publishing Ltd., Ontario.
Waldrop M.M., **1992,** Complexity: *The Emerging Science at the Edge of Order and Chaos.* Simon & Schuster, New York.
Wallach M.A., Wing C.W. Jr., **1968,** *Is Risk a Value?*, *Journal of Personality and Social Psychology,* Vol. 9, No. 1, May.
Warren G.F., Pearson F.A., **1993,** *The Price Series,* The Haddon Craftsman, New Jersey.
Wildavsky A., **1990,** *No Risk Is the Highest Risk of All*, w: Glickman T.S., Glough M., 1990, *Readings in Risk, Resources for the Future,* Washington.
Willems E.P., **1969,** *Risk is a value*, *Psychological Reports,* Vol. 24.
Williams J.B., **1938,** *The Theory of Investment Value,* Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts.
Wilson R., **1981,** *Analyzing the Daily Risks of Life*, *Technology Review*.
Winslow E.G., **1986,** *„Human Logic" and Keynes' Economics*, *Eastern Economic Journal,* Vol. XII, No. 4, October–December.

# Spis treści


Okładka
Strona tytułowa
Strona redakcyjna
Dedykacja
Przedmowa
Podziękowania
Wprowadzenie
CZĘŚĆ PIERWSZA Początki: do roku 1200
- Wichry Grecji i rola gry w kości
- Proste jak I, II, III

CZĘŚĆ DRUGA Tysiąc zdumiewających faktów: 1200–1700
- Gracz renesansowy
- Francuski łącznik
- Niewiarygodne idee niezwykłego sprzedawcy drobiazgów

CZĘŚĆ TRZECIA Pomiary bez granic: 1700–1900
- Uwzględnienie ludzkiej natury
- W poszukiwaniu pewności praktycznej
- Najwyższe prawo irracjonalności
- Człowiek ze zwichniętym mózgiem
- Strączki groszku i stany podwyższonego ryzyka
- Gmach szczęścia

CZĘŚĆ CZWARTA Błądząc w ciemnościach w poszukiwaniu światła: 1900–1960
- Miara ignorancji
- Zupełnie inny punkt widzenia
- Człowiek, który liczył wszystko z wyjątkiem kalorii
- Niezwykły przypadek maklera anonima

CZĘŚĆ PIĄTA Stopnie zaufania: badanie niepewności
- Złamanie zasady jednolitości
- Strażnicy teorii
- Niezwykły świat instrumentów pochodnych

Natura świata
Bibliografia